

AERODYNAMIKA 2

WYKŁAD 11

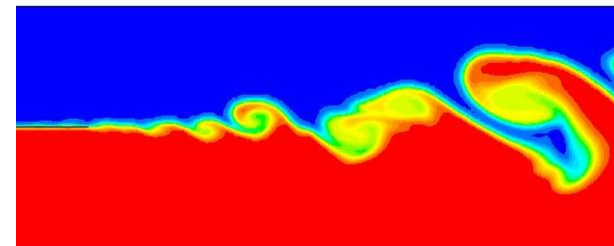
METODY NUMERYCZNE W AERODYNAMICE

CZEŚĆ 2

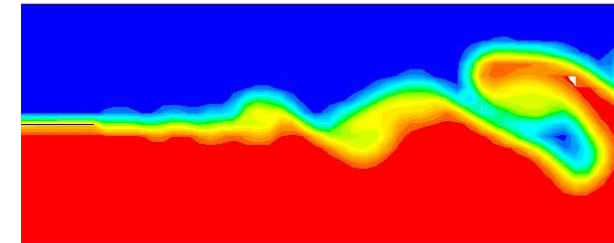
Symulacje numeryczne przepływów turbulentnych

Rozważmy przykład mieszania turbulentnego, rozwiązując ten sam przepływ trzema różnymi metodami otrzymujemy dość istotnie różne rozwiązania.

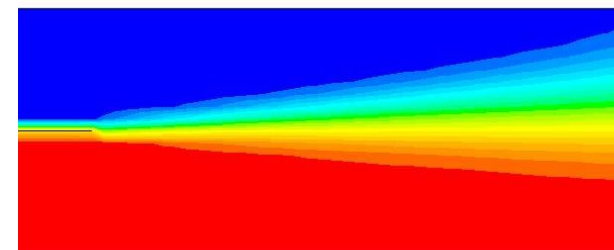
**Bezpośrednie rozwiązanie równań Naviera- Stokesa,
ang. Direct Numerical Simulations (DNS)**



**Metody Large and Detached Eddy Simulation
(LES/DES)**

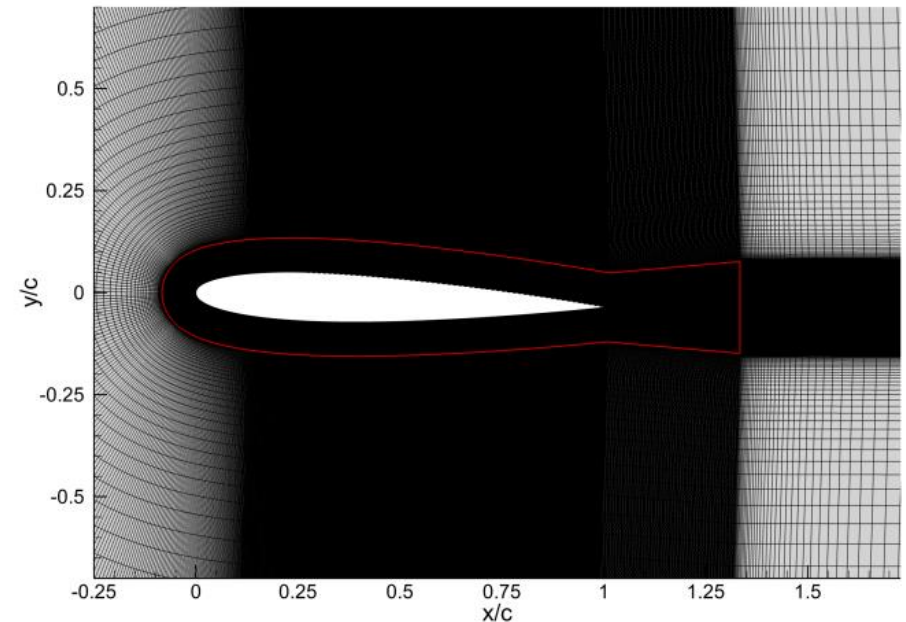
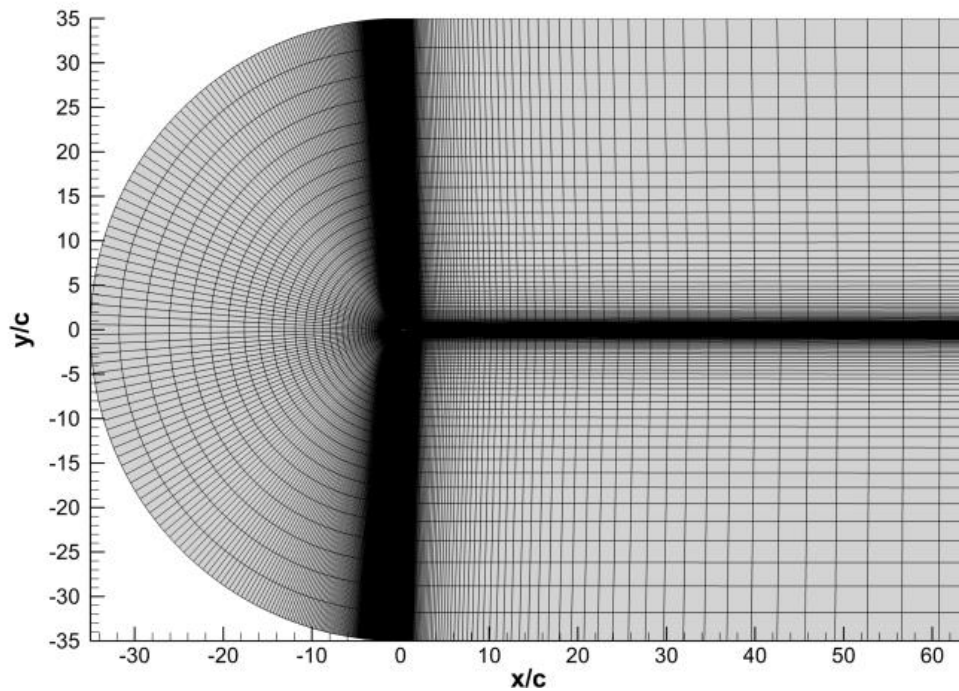


**Metoda Reynolds-averaged Navier-Stokes
equations (RANS-CFD)**



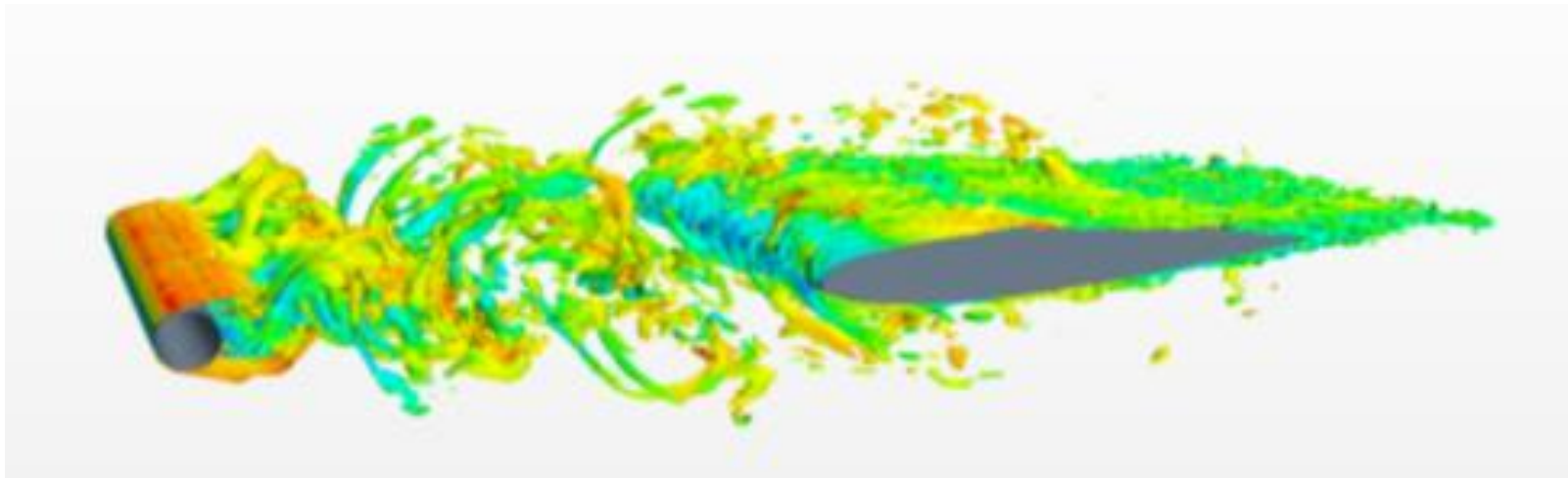
Bezpośrednie rozwiązanie równań Naviera- Stokesa (DNS)

Bezpośrednie rozwiązanie równań Naviera- Stokesa wiąże się z koniecznością stosowania bardzo gęstych siatek obliczeniowych oraz małego kroku całkowania w czasie. Rozważmy opływ profilu z liczbą Reynoldsa 2×10^5 . W takim przypadku, typowy rozmiar siatki obliczeniowej, $N \approx 1 \times 10^8$, natomiast krok całkowania $\Delta t \approx 1 \times 10^{-7}$. Czas obliczeń jednego przypadku na kilku tysiącach procesorów sięga kilku tygodni. Poniżej przedstawiono przykład siatki obliczeniowej.



Metody Large and Detached Eddy Simulation (LES/DES)

W podejściach Large and Detached Eddy Simulation (LES/DES) duże wiry, których struktura jest nieregularna (anizotropowa) i wynika bezpośrednio z niestacjonarnego charakteru przepływu, są rozwiązywane/symulowane bezpośrednio. Natomiast małe wiry, których struktura może być traktowana jako izotropowa są modelowane. W podejściu LES stosuje się filtry przestrzenne w celu oddzielenia małych i dużych wirów. Małe wiry oraz ich interakcja z dużymi (rozwiązywanymi) wirami są modelowane przy użyciu tzw. sub-grid-scale (SGS) stresses (naprężeń), np. Smagorinsky-Lilly subgrid-scale model with dynamic stress. Takie podejście zapewnia uwzględnienie w symulacjach przepływowych wszystkich skal turbulencji.



Metoda Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS-CFD)

W przypadku przepływu nieściśliwego, lepkiego bez wymiany ciepła, równania ruchu możemy zapisać w następującej formie.

Równanie ciągłości:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (11.1)$$

Równania pędu (pamiętając, że $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla u) \quad (11.2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \cdot (v\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla v) \quad (11.2b)$$

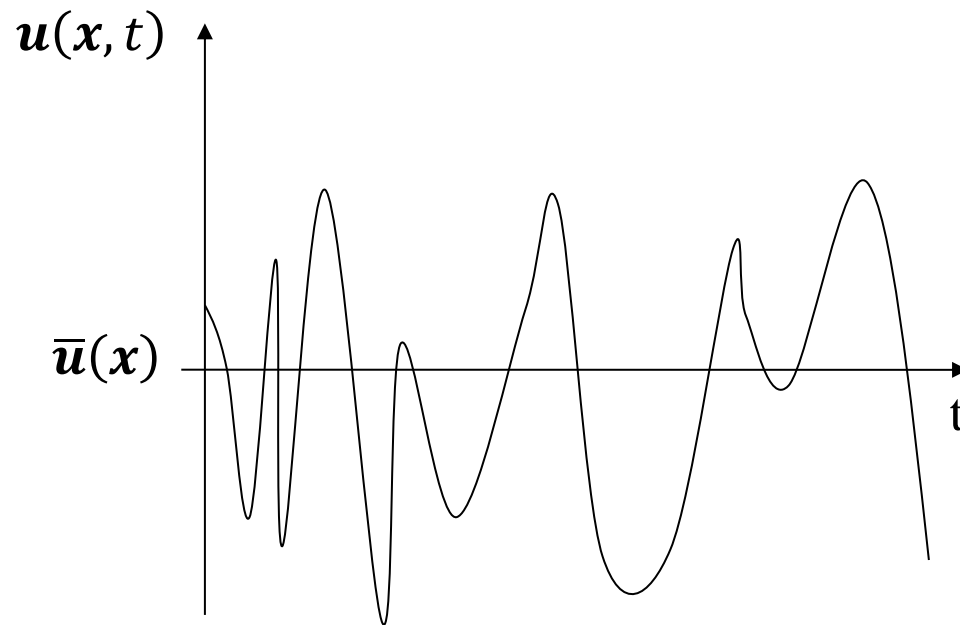
$$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot (w\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla w) \quad (11.2c)$$

Powyższe równanie możemy również zapisać rozdzielając przepływ uśredniony w czasie od fluktuacji.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (11.3)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = \bar{p}(\mathbf{x}) + p'(\mathbf{x}, t) \quad (11.4)$$

Graficznie rozdzielanie przepływu średniego i fluktuacji możemy przedstawić następująco:



Gdzie oczywiście parametry przepływowe uśrednione w czasie są zdefiniowane następująco:

$$\bar{u}(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(\mathbf{x}, t) dt; \quad \bar{p}(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p(\mathbf{x}, t) dt \quad (11.5)$$

Ponieważ $\overline{\mathbf{u}'} = 0$, $\overline{\nabla \cdot \mathbf{u}} = \nabla \cdot \overline{\mathbf{u}}$. W związku z tym równanie (11.1) po uśrednieniu w czasie może być zapisane jako.

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0 \quad (11.6)$$

Podobnie możemy zapisać równania pędu. Wiedząc, że:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} &= \frac{\partial \overline{u}}{\partial t}; & \overline{\nabla \cdot (uu)} &= \nabla \cdot (\overline{uu}) + \nabla \cdot (\overline{u'u'}) \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x}; & \overline{\frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla u)} &= \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \overline{u}) \end{aligned}$$

i działając podobnie jak w przypadku równania ciągłości równanie pędu w kierunku osi x zapisujemy następująco:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{uu}) + \boxed{\nabla \cdot (\overline{u'u'})} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \overline{u}) \quad (11.7a)$$

Analogicznie otrzymujemy pozostałe równania pędu.

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v}\mathbf{u}) + \boxed{\nabla \cdot (\overline{v'\mathbf{u}'})} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \bar{v}) \quad (11.7b)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{w}\mathbf{u}) + \boxed{\nabla \cdot (\overline{w'\mathbf{u}'})} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \bar{w}) \quad (11.7c)$$

W uśrednionych w czasie równaniach pędu (11.7) widzimy dodatkowe człony (zaznaczone na czerwono). Człony te wyrażają naprężenia turbulentne powstałe wskutek fluktuacji prędkości. W związku z tym zasadne jest przeniesienie tych członów na prawą stronę i zapisanie równań (11.7) w następującej formie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u}\mathbf{u}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \bar{u}) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial (-\rho \overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (11.8a)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \bar{v})$$

$$+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right] \quad (11.8b)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{w}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla \cdot (\nabla \bar{w})$$

$$+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{w'^2})}{\partial z} \right] \quad (11.8c)$$

Człony wyrażające naprężenia turbulentne zostały rozpisane w powyższych równaniach w celu lepszego zobrazowania. W sumie mamy sześć dodatkowych członów naprężeni turbulentnych, tj. trzy w kierunku normalnym i trzy w kierunku stycznym (naprężenia ścinające).

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2}; \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2}; \quad \tau_{zz} = -\rho \overline{w'^2} \quad (11.9a)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{u'v'}; \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'}; \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v'w'} \quad (11.9b)$$

Zapisane powyżej naprężenia turbulentne (11.9) są również nazywane jako naprężenia Reynoldsa.

Lepkość turbulentna (ang. eddy viscosity)

Boussinesq zaproponował (w 1877r) następującą zależność wiążącą naprężenia Reynoldsa z szybkością odkształcenia uśrednionego w czasie przepływu.

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (11.20)$$

Gdzie μ_t – lepkość turbulentna (kinematyczna lepkości turbulentna jest zdefiniowana jako $\nu_t = \mu_t/\rho$), $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ – szybkość odkształcenia przepływu, $k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ – turbulentna energia kinetyczna, $\delta_{ij} = 1$ dla $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ dla $i \neq j$ – delta Kroneckera.

Typowe modele turbulencji

Istnieje wiele modeli turbulencji, które są stosowane w podejściu Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS-CFD). Najbardziej powszechne to:

- Modele analityczne, np. mixing length model,
- Modele jednorównaniowe, np. Spalart-Allmaras model,
- Modele dwu- i więcej- równaniowe, np. modele k - ε i k - ω ,
- Reynolds Stress Models.

Model turbulencji k - ε

Jednym z najbardziej popularnych i najlepiej zweryfikowanych modeli turbulencji jest model turbulencji k - ε . Model ten jest modelem dwu-równaniowym, jedno równanie dla zmiennej k - energia kinetyczna turbulencji oraz jedno równanie dla zmiennej ε - dyssypacja kinetycznej energii turbulencji. Skale prędkości ϑ oraz rozmiaru wirów l są zdefiniowane w odniesieniu do zmiennych k i ε następująco:

$$\vartheta = k^{1/2}; \quad l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (11.21)$$

Lepkość turbulentna w modelu k-ε jest natomiast zdefiniowana jak poniżej.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (11.22)$$

Gdzie C_μ jest bezwymiarową stałą.

Model k-ε jest zbudowany standardowo w oparciu o dwa równania transportu dla zmiennych k i ε . Człony w poniższych równaniach są rozumiane w odniesieniu do obu zmiennych następująco: I człon – zmiana w czasie, II człon – transport wskutek konwekcji, III człon – transport wskutek dyfuzji, IV człon – przyrost zmiennych i V człon – wygaszanie zmiennych.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + 2\mu_t (S_{ij} \cdot S_{ij}) - \rho \varepsilon \quad (11.23)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t (S_{ij} \cdot S_{ij}) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11.24)$$

Model k-ε zawiera pięć stałych. Typowe wartości tych stałych zostały opracowane bazując na dużej ilości danych dostępnych dla szerokiej klasy przepływów turbulentnych. Wartości wykorzystywane w standardowych ustawieniach modelu są podane poniżej.

$$C_\mu = 0.09; \sigma_k = 1.00; \sigma_\varepsilon = 1.30; C_{1\varepsilon} = 1.44; C_{2\varepsilon} = 1.92 \quad (11.25)$$

W celu wyznaczenia tensora naprężeń Reynoldsa wykorzystywana jest zależność Boussinesq'a (11.20).

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (11.26)$$

Modele warstwy przyściennej

Modelowanie przepływu w warstwie przyściennej w podejściu RANS-CFD najczęściej jest realizowane przy użyciu tzw. „prawa ściany”.

$$u^+ = \frac{u(y)}{u_\tau} = f(y^+) \quad (11.27)$$

Parametry bezwymiarowe u^+ i y^+ definiują analityczny model warstwy przyściennej. $u(y)$ – rozkład prędkości stycznej w warstwie przyściennej, $u_\tau = u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ – prędkości ścinania.

Bezwymiarowy parametr

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_p}{\mu} \quad (11.28)$$

Gdzie y_p jest wysokością pierwszej warstwy elementów mierząc w kierunku normalnym do ściany, ρ , μ – gęstość i lepkości dynamiczna płynu.

W rozważanym przez nas modelu turbulენტnej warstwy przyściennej możemy wyróżnić następujące podwarstwy:

- Liniowa lub lepka podwarstwa

Jest to bardzo cienka warstwa $y^+ < 5$, w której naprężenia ścinające są wynikiem naprężeń od lepkości przy założeniu ich stałej wartości, tj. $\tau(y) = \mu(\partial u(y)/\partial y) \approx \tau_w$. W związku z tym otrzymujemy następującą zależność

$$u^+ = y^+ \quad (11.29)$$

- Logarytmiczna podwarstwa

Przyjmuję się, że model logarytmicznej warstwy obowiązuje w zakresie $30 < y^+ < 500$ ($0.02 < y/\delta < 0.2$). W warstwie tej dominują naprężenia Reynoldsa.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B = \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) \quad (11.30)$$

Gdzie $\kappa \approx 0.4$ – stała von Karman’a oraz stała $B \approx 5.5$ lub $E \approx 9.8$.

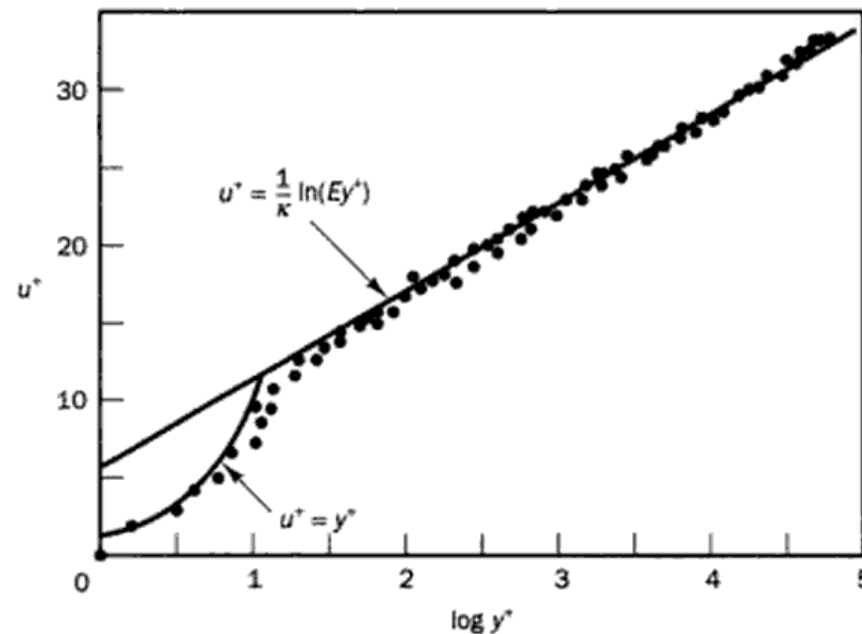
- Podwarstwa wynikająca z deficytu prędkości

W zakresie wartości $\frac{y}{\delta} > 0.2$ stosujemy model deficytu prędkości (ang. velocity-defect law).

W tej warstwie bezpośredni wpływ lepkości jest zanedbywany.

$$u^+ = \frac{u(y)}{u_\tau} = f\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (11.31)$$

Poniżej przedstawiono zgodności powyższego modelu analitycznego warstwy przyściennej z danymi eksperymentalnymi



Powyższy model analityczny może być jedynie stosowany w przypadku turbulentnej warstwy przyściennej. W podejściu RANS-CFD z modelem turbulencji k-ε i wartościami parametru $30 < y^+ < 500$ mamy następujący model, tzw. model „wall functions”.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) \quad (11.32)$$

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (11.33)$$

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad (11.34)$$

Gdzie $\kappa \approx 0.4$ – stała von Karman’a oraz stała $E \approx 9.8$.

Typowe schematy numeryczne

Najbardziej powszechne schematy w obliczeniowej mechanice płynów to:

- **Metoda różnic skończonych (ang. Finite Difference Method (FDM))**
 - ✓ Prosta w implementacji
 - ✓ Możliwe wysokie rzędy aproksymacji
 - ✓ Jawny schemat w czasie
 - ✗ Problem z implementacją w przypadku złożonych geometrii
- **Metoda elementów skończonych (ang. Finite Element Method (FEM))**
 - ✓ Możliwe wysokie rzędy aproksymacji
 - ✓ Możliwość stosowania do złożonych geometrii
 - ✗ Niejawny schemat w czasie
- **Metoda objętości skończonych (ang. Finite Volume Method (FVM))**
 - ✓ Solidny i szybki schemat
 - ✓ Możliwość stosowania do złożonych geometrii
 - ✓ Jawny schemat w czasie
 - ✗ Praktycznie brak możliwości stosowania wyższych rzędów aproksymacji przestrzennej
 - ✗ Konieczność stosowania siatek obliczeniowych o wysokiej jakości

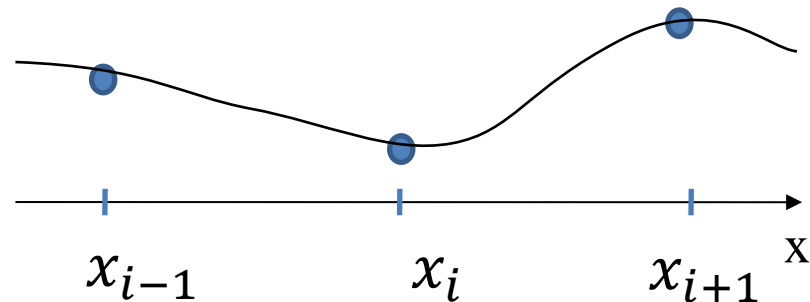
Metoda różnic skończonych (ang. Finite Difference Method (FDM))

Jako przykład rozważmy następujące jednowymiarowe równanie różniczkowe cząstkowe z niewiadomą $u(x, t)$.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = g \quad (11.35)$$

Powyższe równanie jest rozwiązywane w domenie Ω , która jest ograniczona brzegiem $\partial\Omega$ z odpowiednio zadanymi warunkami brzegowymi. $f(u)$ jest rozumiane jako flux, natomiast $g(x, t)$ jest jakąś funkcją wymuszającą.

Stosując metodę różnic skończonych dyskretyzujemy naszą jednowymiarową przestrzeń następująco:



W takim przypadku równanie (11.35) może być zdyskretyzowane stosując metodę różnic skończonych.

$$\frac{\partial u(x_i, t)}{\partial t} + \frac{f(x_{i+1}, t) - f(x_{i-1}, t)}{h_i + h_{i-1}} = g(x_i, t) \quad (11.36)$$

Gdzie u i f są rozumiane jako wartości przybliżone na jednym węźle siatki o lokalnym rozmiarze $h_i = x_{i+1} - x_i$. Aproksymacja przestrzenna jest realizowana na tzw. stencil'ach, tj. zgrupowane węzły siatki z węzłem, który jest aktualnie rozważany (w naszym przypadku węzłem aktualnie rozważanym jest x_i) W metodzie różnic skończonych aproksymacja przestrzenna realizowana jest najczęściej przy użyciu wielomianów różnego stopnia. Stopień wielomianu określa rząd aproksymacji. W rozważanym przez nas przykładzie maksymalny rząd aproksymacji na stencil'u składającym się z trzech punktów jest równy 2. W związku z tym rozwiązanie i flux'y są aproksymowane w przestrzeni następująco:

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^2 a_k(t) (x - x_i)^k \quad (11.37)$$

$$f(x, t) = \sum_{k=0}^2 b_k(t) (x - x_i)^k \quad (11.38)$$

Przy założeniu, że mamy N węzłów w siatce obliczeniowej mamy do rozwiązania N równań (11.36) z N niewiadomymi $u(x_i, t)$.

Metoda elementów skończonych (ang. Finite Element Method (FEM))

W przypadku metody elementu skończonego naszą domenę obliczeniową Ω dzielimy na N elementów skończonych, w związku z tym w przypadku jednowymiarowym mamy $N+1$ węzłów obliczeniowych. Rozwiązanie na każdym elemencie skończonym aproksymowane jest poprzez liniową kombinację funkcji kształtu.

$$u(x) \cong \sum_{l=1}^N u_l b_l(x) \quad (11.39)$$

Kontynuując rozważania dotyczące jednowymiarowego przykładu, w metodzie elementu skończonego zakładamy, że równanie (11.35) jest spełnione globalnie.

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} - g \right) b_j(x) dx = 0 \quad (11.40)$$

Prowadzi to do następującego globalnego układu równań

$$M \frac{\partial u}{\partial t} + S f = M g \quad (11.41)$$

Gdzie:

$$M_{ij} = \int_{\Omega} b_i(x)b_j(x)dx ; S_{ij} = \int_{\Omega} b_i(x) \frac{db_j(x)}{dx} dx \quad (11.42)$$

są globalnie zdefiniowanymi macierzami mas i sztywności. W rozważanym przez nas przypadku mamy wektor z N+1 niewiadomymi u , wektor z N+1 wartościami flux'ów f i wektor z N+1 wartościami funkcji wymuszającej g .

Metoda objętości skończonych (ang. Finite Volume Method (FVM))

W przypadku metody objętości skończonych domena obliczeniowa Ω podzielona jest na objętości kontrolne. W najprostszym jej wariacie w każdym elemencie/objętości kontrolnej wszystkie wartości są uśredniane w jego środku.

Kontynuując rozważania dotyczące jednowymiarowego przykładu, element/objętość kontrolna jest rozumiana jako $D_i = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$, gdzie oczywiście $x_{i+1/2} = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1})$.

W metodzie objętości skończonych równanie (11.35) jest dyskretyzowane na każdym elemencie następująco:

$$h_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + f_{i+1/2} - f_{i-1/2} = h_i \bar{g}_i \quad (11.43)$$

Rozwiązanie między elementami jest uzgadnianie przy użyciu flux'ów. Wykorzystując twierdzenie Gaussa można zredukować flux'y jedynie do tych na brzegach.

Jednym z prostszych jest zwykle uśrednianie na facet'tach (interfejsach między elementami).

Na przykład:

$$u_{i+1/2} = \frac{\bar{u}_i + \bar{u}_{i+1}}{2}$$
$$f_{i+1/2} = f(u_{i+1/2})$$

Lub

$$f_{i+1/2} = \frac{f(\bar{u}_i) + f(\bar{u}_{i+1})}{2}$$

Nie jest to jednak dobre (wystarczająco dokładne) podejście, szczególnie w przypadku zagadnień nieliniowych. W związku z tym, aby zapewnić wyższą dokładność, flux'y na interfejsach między elementami są wyliczane aproksymując rozwiązanie przy użyciu wielomianów. W takim podejściu aproksymacja liniowa, tj. $u(x) = a + bx$ między dwoma elementami, tj. $x \in [x_{i-1/2}, x_{i+3/2}]$, wygląda następująco:

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u(x) dx = h_i \bar{u}_i, \quad \int_{x_{i+1/2}}^{x_{i+3/2}} u(x) dx = h_{i+1} \bar{u}_{i+1}$$

Znając rozwiązania lokalne u na wszystkich interfejsach z łatwością możemy wyznaczyć flux'y, tj. $f = f(u)$.

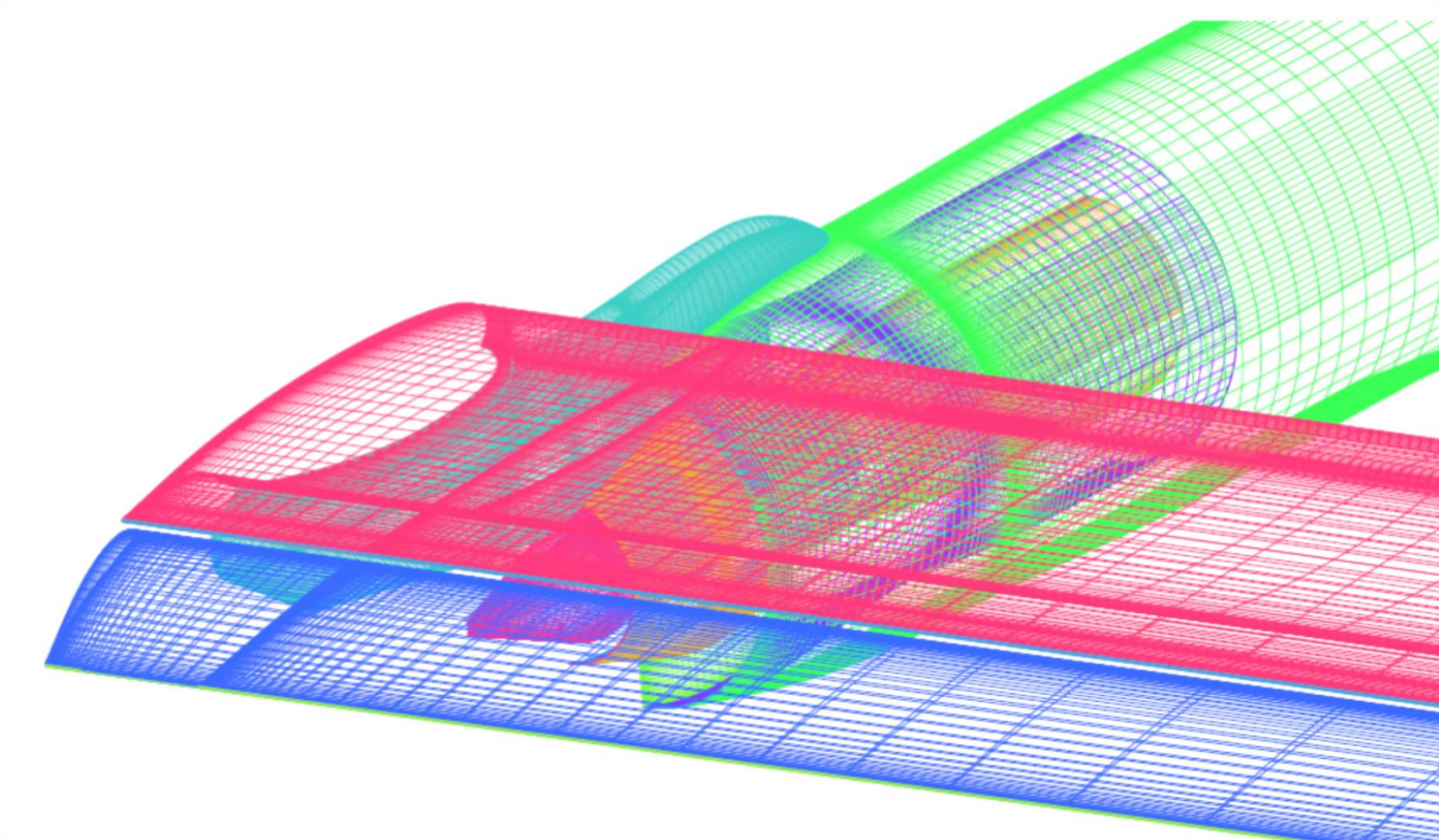
Aproksymacja przestrzenna między elementami może być oczywiście realizowana przy użyciu wielomianów wyższych stopni.

$$u(x) = \sum_{l=0}^N a_l (x - x_i)^l$$

Wiąże się to jednak z koniecznością powiększania stencil'i, to z kolei prowadzi do koniczności stosowania siatek obliczeniowych o wysokiej jakości, a w przypadku wyższych rzędów aproksymacji siatek w pełni strukturalnych. Stosowanie wyższych niż drugi rząd aproksymacji jest niepraktyczne w typowych zagadnieniach inżynierskich w których zazwyczaj występują złożone geometrie.

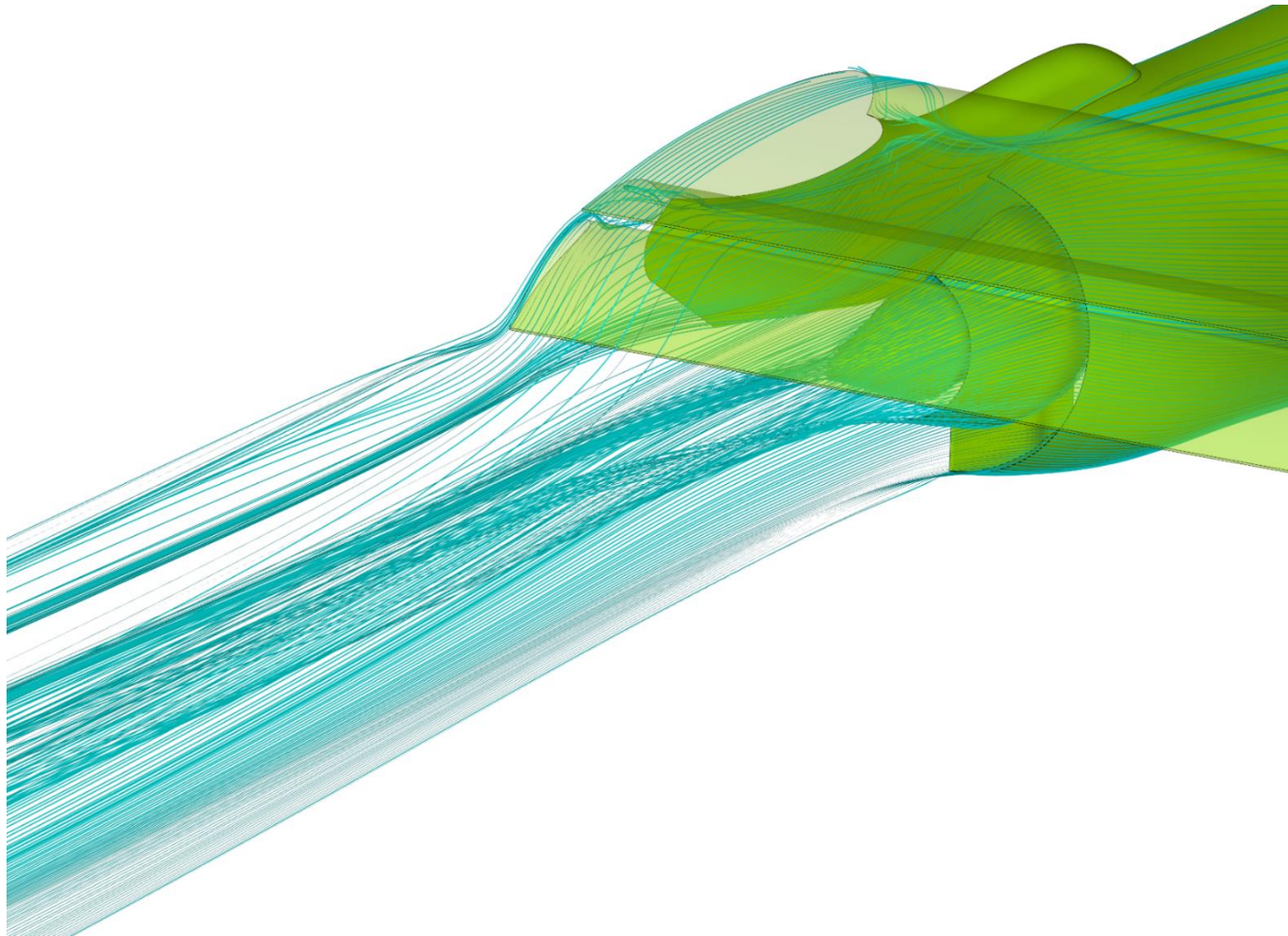
Przykłady rozwiązań RANS-CFD metoda objętości skończonych

Poniżej przedstawiono typową siatkę obliczeniową dla metody objętości skończonych i podejścia RANS-CFD. W tym przypadku siatka obliczeniowa składa się z około 20×10^6 sześciokątnych (hexahedral) elementów. Z warstwą przyscienną zapewniającą bezwymiarowy parametr y^+ na poziomie około 60. Wszystkie łączenia bloków w siatce są konformalne.



Przykłady rozwiązań RANS-CFD metoda objętości skończonych

Obliczenia RANS-CFD typowego zagadnienia aerodynamicznego, w którym siatka obliczeniowa ma rozmiar rzędu $10\text{-}20 \times 10^6$ elementów zajmują od kilku do kilkunastu godzin (średniej klasy klaster obliczeniowy). Poniżej przedstawiono przykładową wizualizację przy użyciu linii prądu.



Przykłady rozwiązań RANS-CFD metoda objętości skończonych

Podejście RANS-CFD umożliwia uzyskanie dokładności w przypadku złożonych zagadnień aerodynamicznych na poziomie 3-5%. Poniżej przedstawiono porównanie rozkładu prędkości w strumieniu wylotowym z zainstalowanego pod skrzydłem systemu wylotowego silnika turbowentylatorowego o wysokim współczynniku dwuprzepływowości. Rysunek powyżej oraz linie przerywane – dane eksperymentalne, rysunek poniżej oraz linie ciągłe – rozwiązanie RANS-CFD.

