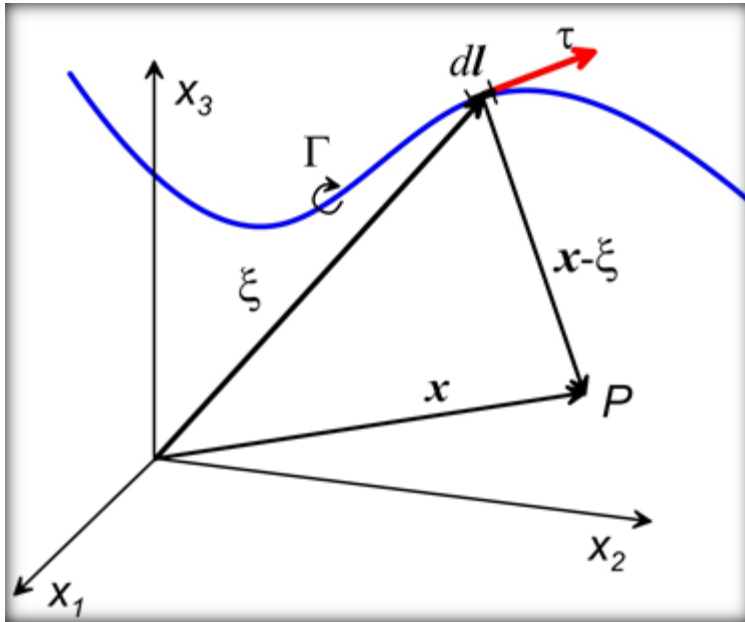


WYKŁAD 6

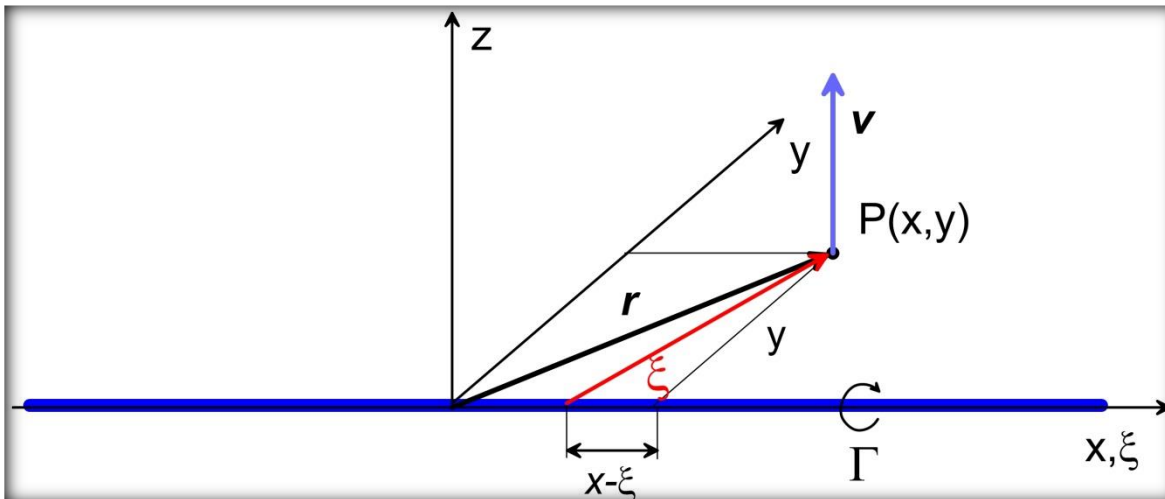
**AERODYNAMIKA SKRZYDŁA O
SKOŃCZONEJ ROZPIĘTOŚCI
PODSTAWY TEORII LINII NOŚNEJ**

Prawo Biota-Savarta



Pole prędkości indukowanej przez linię (nić) wirową o cyrkulacji Γ może być wyznaczone przy użyciu formuły Biota-Savarta

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{VL} \frac{d\mathbf{l} \times (\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3}$$



Prostoliniowa nić wirowa ...

$$d\mathbf{l} = d\xi \mathbf{e}_x \quad , \quad \mathbf{x} - \boldsymbol{\xi} = (x - \xi) \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y$$

$$d\mathbf{l} \times (\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) = y d\xi \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_x = y d\xi \mathbf{e}_z$$

$$|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3 = [(x - \xi)^2 + y^2]^{3/2}$$

Ze wzoru Biota-Savarta wynika, że

$$\mathbf{v}(x, y, 0) = \left[\frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{y}{\sqrt{[(x-\xi)^2 + y^2]^3}} d\xi \right] \mathbf{e}_z$$

gdzie

$$\begin{aligned} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{y}{\sqrt{[(x-\xi)^2 + y^2]^3}} d\xi &= \left| \begin{array}{l} s = (\xi - x)/y \\ ds = d\xi / y \end{array} \right| = \frac{1}{y} \int_{\frac{\xi_1-x}{y}}^{\frac{\xi_2-x}{y}} \frac{1}{(1+s^2)^{3/2}} ds = \frac{1}{y} \frac{s}{\sqrt{1+s^2}} \Bigg|_{\frac{\xi_1-x}{y}}^{\frac{\xi_2-x}{y}} = \\ &= \frac{1}{y} \left[\frac{x-\xi_1}{\sqrt{(x-\xi_1)^2 + y^2}} - \frac{x-\xi_2}{\sqrt{(x-\xi_2)^2 + y^2}} \right] \end{aligned}$$

Przypadek 1 – indukcja nieskończonej nici wirowej (równoważny punktowemu worowi potencjalnemu w 2D)

$$\mathbf{v}(x, y, 0) = \frac{\Gamma}{4\pi y} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left[\frac{x+\xi}{\sqrt{(x+\xi)^2 + y^2}} - \frac{x-\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2}} \right] \mathbf{e}_z = \frac{\Gamma}{2\pi y} \mathbf{e}_z$$

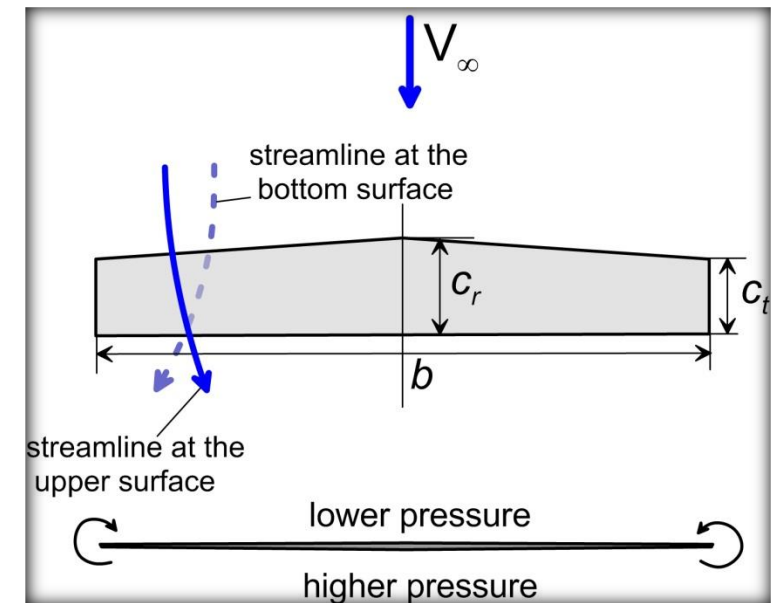
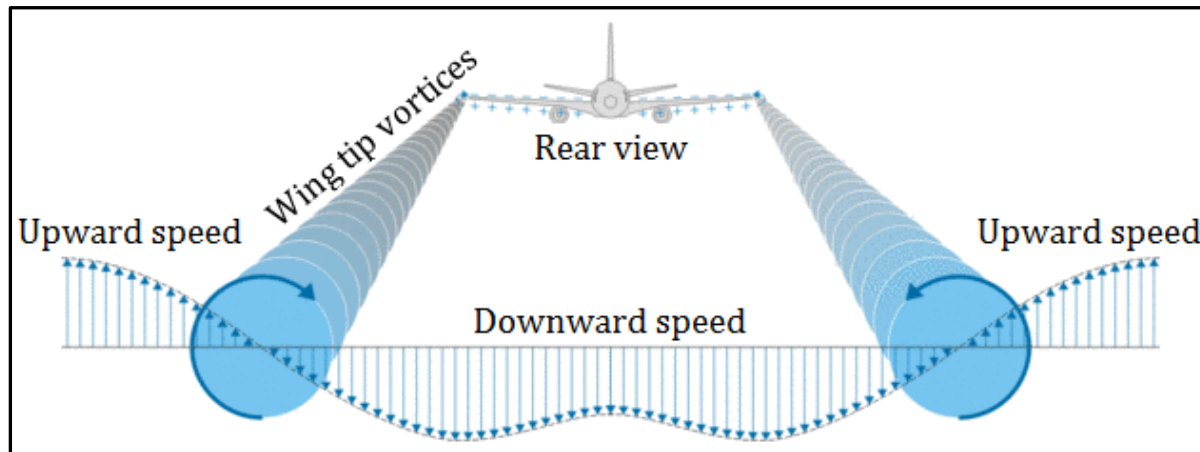
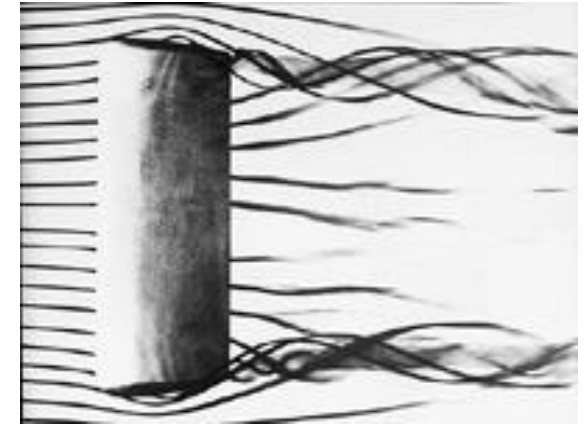
Przypadek 2 – indukcja pół-nieskończonej linii wirowej $\xi \in [0, \infty)$

$$\mathbf{v}(x, y, 0) = \frac{\Gamma}{4\pi y} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{x - \xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + y^2}} \right] \mathbf{e}_z = \frac{\Gamma}{4\pi y} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + 1 \right] \mathbf{e}_z$$

Prędkość indukowana w płaszczyźnie prostopadłej do linii wirowej w punktach na płaszczyźnie $x = 0$ zadana jest wzorem

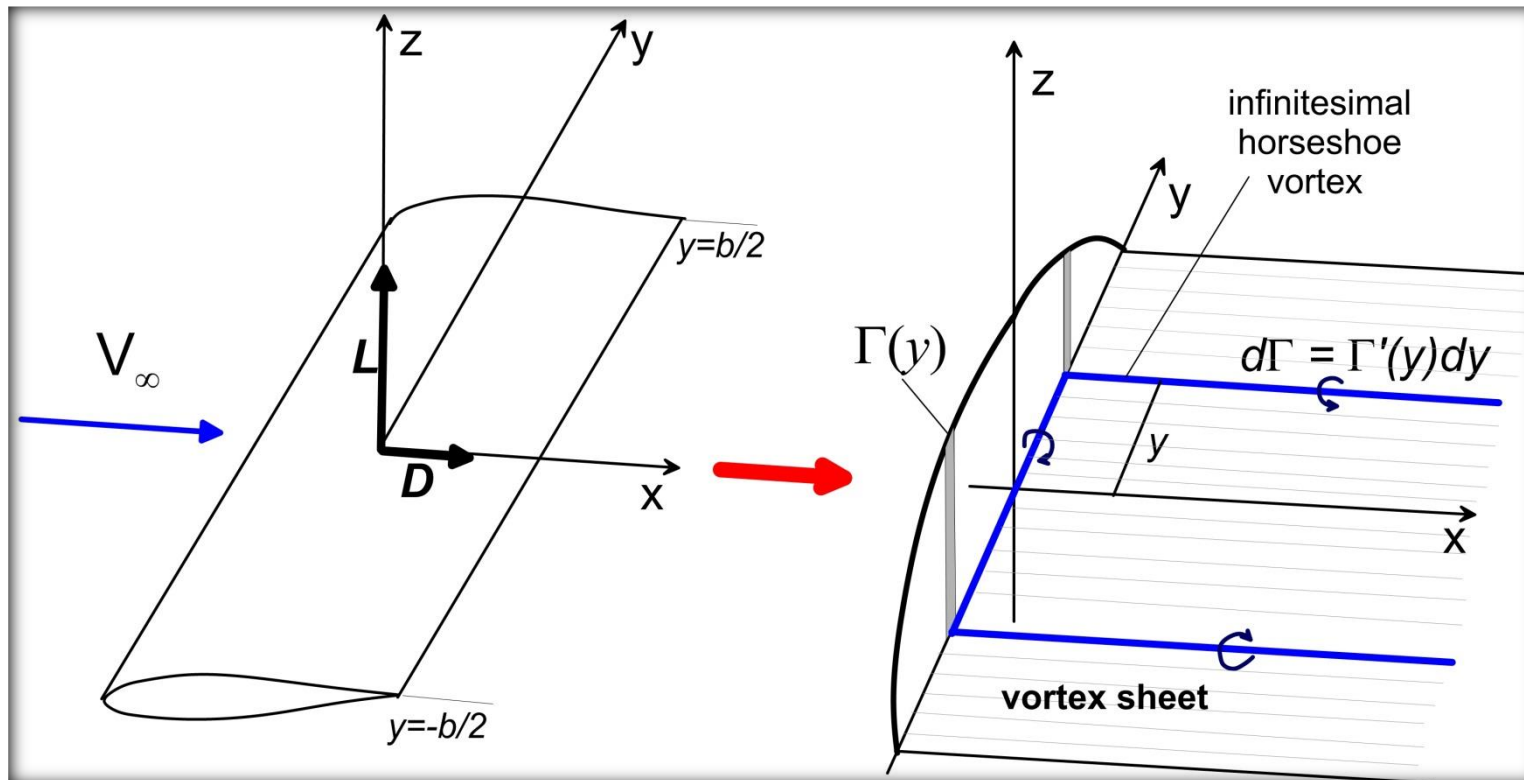
$$\mathbf{v}(0, y, 0) = \frac{\Gamma}{4\pi y} \mathbf{e}_z$$

Opływ skrzydła o skończonej rozpiętości – cechy fizyczne



Teoria linii nośnej

Przepływ wokół skrzydła jest modelowany jako superpozycja strumienia jednorodnego i pola prędkości indukowanego przez płaską powierzchnię wirową „udającą” ślad wirowy za skrzydłem.



Powierzchnia wirowa jest „utkana” z kontinuum linii wirowych „zamocowanych” do tzw. linii nośnej związanej ze skrzydłem. Zmienna wzdłuż rozpiętości gęstość tych linii przekłada się na ciągły i niejednorodny rozkład cyrkulacji.

Powierzchnia wirowa indukuje prędkość w całej przestrzeni wokół płata. Idea metody linii nośnej polega na wyznaczeniu rozkładu prędkości indukowanej wzdłuż tej linii (przedniej krawędzi powierzchni wirowej). Zakłada się następnie, że całkowitą siłę aerodynamiczną można wyznaczyć sumując (de facto – całkując) udziały od poszczególnych przekrojów skrzydła (profilu), przy czym każdy przekrój pracuje w lokalnych warunkach przepływu wynikających z lokalnej wartości prędkości indukowanej i prędkości strumienia jednorodnego V_∞ .

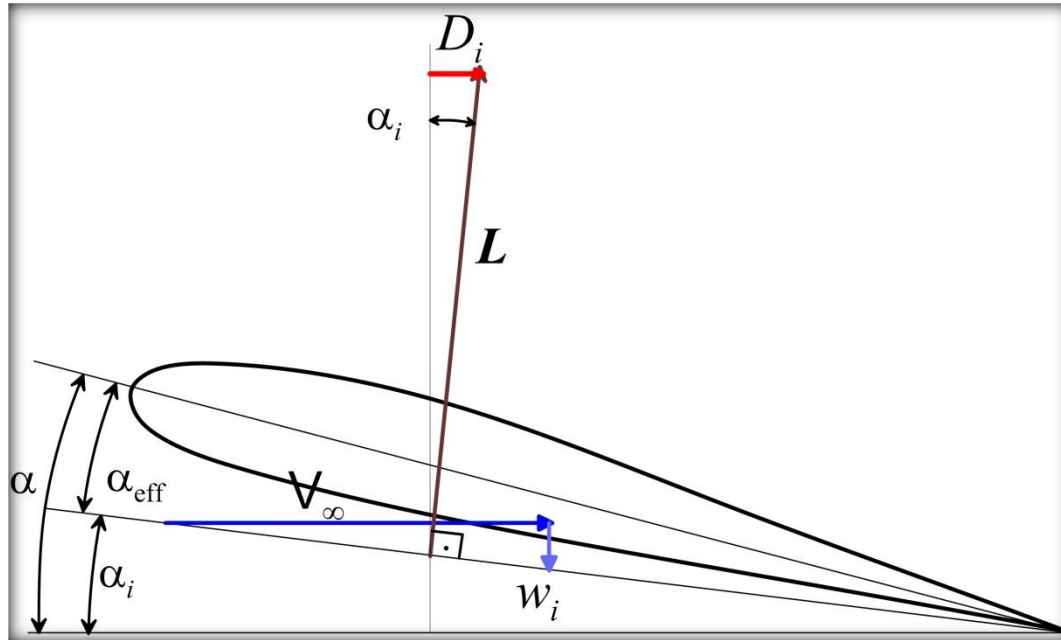
Zgodnie ze wzorem Biota-Savarta, infinitezymalny udział pół-nieskończonej linii wirowej wychodzącej z linii nośnej w punkcie $(0, y, 0)$ do prędkości indukowanej w punkcie $(0, y_0, 0)$ to

$$dw = -\frac{\Gamma'(y)dy}{4\pi(y_0 - y)}$$

Całkowita prędkość indukowana w tym punkcie jest zatem równa

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma'(y)dy}{y_0 - y}$$

Wskutek niejednorodnego rozkładu cyrkulacji wzdłuż rozpiętości skrzydła, efektywny kąt natarcia dla poszczególnych profili skrzydła jest funkcją współrzędnej y - vide obrazek.



Kierunek napływu „widziany” przez profil skrzydła dla $y = y_0$ jest obrócony w kierunku zgodnie zegarowym o **kąt indukowany** równy

$$\alpha_i(y_0) = \text{atan}[-w(y_0)/V_\infty]$$

Dla małych wartości prędkości indukowanej możemy napisać wzór ...

$$\alpha_i(y_0) \approx -\frac{w(y_0)}{V_\infty} = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma'(y)dy}{y_0 - y}$$

Różnicę pomiędzy geometrycznym kątem natarcia a kątem indukowanym nazywamy **efektywnym kątem natarcia** (na ogół jest on funkcją współrzędnej y_0) :

$$\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i$$

Dla małych kątów natarcia można przyjąć, że lokalny współczynnik siły nośnej jest proporcjonalny do efektywnego kąta natarcia

$$c_L(y_0) = a_\infty [\alpha_{eff}(y_0) - \alpha_0(y_0)]$$

gdzie a_∞ oznacza nachylenie charakterystyki siły nośnej dla profilu skrzydła, a α_0 to kąt natarcia odpowiadający zerowej sile nośnej.

Jeżeli wykorzystamy teorię cienkiego profilu to $a_\infty = 2\pi$. Jeśli ma miejsce **skręcenie aerodynamiczne i/lub geometryczne** skrzydła to – na ogół - $\alpha_0 = \alpha_0(y_0)$.

Zgodnie z teorią przepływu potencjalnego, liniowa gęstość siły nośnej rozwiniętej na skrzydle może być obliczona we wzoru Kutty-Żukowskiego

$$L'(y_0) = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c_L(y_0) c(y_0) = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma(y_0)$$

gdzie $c(y_0)$ to długość cięciwy profilu skrzydła dla $y = y_0$. Wynika stąd, że lokalny współczynnik siły nośnej jest równy

$$c_L(y_0) = \frac{2\Gamma(y_0)}{V_{\infty} c(y_0)}$$

Przyjmując (zgodnie z teorią cienkiego profilu), że $a_{\infty} = 2\pi$, lokalna wartość efektywnego kąta natarcia może być zatem wyrażona wzorem

$$\alpha_{eff}(y_0) = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi V_{\infty} c(y_0)} + \alpha_0(y_0)$$

Wreszcie, suma efektywnego kąta natarcia $\alpha_{eff}(y_0)$ i kąta indukowanego $\alpha_i(y_0)$ to geometryczny kąt natarcia profilu skrzydła w przekroju $y = y_0$. Z uwagi na ewentualne skręcenie geometryczne skrzydła kąt ten może być zmienny wzdłuż rozpiętości, tj. $\alpha = \alpha(y_0)$.

Powyższy fakt prowadzi – przy wykorzystaniu wcześniejszych związków – co **podstawowego równania różniczkowo-całkowego teorii linii nośnej**

$$\frac{\Gamma(y_0)}{\pi V_\infty c(y_0)} + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma'(y) dy}{y_0 - y} = \alpha(y_0) - \alpha_0(y_0)$$

Niewiadomą w tym równaniu jest rozkład cyrkulacji $\Gamma = \Gamma(y_0)$. Po wyznaczeniu tego rozkładu, siłę nośną wyznaczamy ze wzoru

$$L = \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) dy = \rho_\infty V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy$$

Współczynnik siły nośnej na skrzydle

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy$$

W wyniku indukcji śladu wirowego efektywny kąt napływu w poszczególnych przekrojach skrzydła uległ zmianie w taki sposób, że pojawia się składowa siły aerodynamicznej na kierunku strumienia niezaburzonego. **Składowa ta nosi nazwę oporu indukowanego.**

Przyjmując, że kąt indukowany jest niewielki, gęstość liniowa siły oporu indukowanego wyraża się wzorem

$$D'_i = L' \sin \alpha_i \approx L' \alpha_i$$

Całkowity opór indukowany skrzydła wyraża się zatem następującą całką

$$D_i = \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) \alpha_i(y) dy = \rho_\infty V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy$$

Definiujemy również **współczynnik oporu indukowanego**

$$C_{D_i} = \frac{D_i}{q_\infty S} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy$$

Eliptyczny rozkład cyrkulacji

Rozważmy ważny przypadek szczególny rozkładu cyrkulacji wzdłuż rozpiętości skrzydła, a mianowicie niech

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}$$

czyli

$$L'(y) = \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}$$

Mamy

$$\Gamma'(y) = -\frac{4\Gamma_0}{b^2} \frac{y}{\sqrt{1 - 4y^2/b^2}}$$

Stąd, prędkość indukowana wyraża się wzorem

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma'(y) dy}{y_0 - y} = \frac{\Gamma_0}{\pi b^2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{y dy}{(y_0 - y) \sqrt{1 - 4y^2/b^2}}$$

Zastosujemy zamianę zmiennych

$$y = \frac{1}{2}b \cos \theta \quad , \quad dy = -\frac{1}{2}b \sin \theta d\theta$$

Wówczas, wykorzystując jeden z wariantów całki Glauerta (vide Wykład nr 3), otrzymujemy

$$w(\theta_0) = -\frac{\Gamma_0}{2\pi b} \int_0^\pi \frac{\cos \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta = -\frac{\Gamma_0}{2b}$$

WNIOSEK: dla eliptycznego rozkładu cyrkulacji prędkość indukowana jest stała wzdłuż rozpiętości skrzydła.

Kąt indukowany, również stały, to

$$\alpha_i = -\frac{w_i}{V_\infty} = \frac{\Gamma_0}{2bV_\infty}$$

Siła nośna odpowiadająca eliptycznemu rozkładowi cyrkulacji to:

$$L = \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 \int_{-b/2}^{b/2} \sqrt{1 - 4y^2/b^2} dy = \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 \frac{b}{2} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \frac{1}{4} \pi \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 b$$

Maksymalna wartość cyrkulacji Γ_0 związana jest z siłą nośną wzorem

$$\Gamma_0 = \frac{4L}{\pi\rho_\infty V_\infty b}$$

Z drugiej strony

$$L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 SC_L$$

Zatem

$$\Gamma_0 = \frac{2V_\infty SC_L}{\pi b}$$

i kąt indukowany można wyrazić wzorem

$$\alpha_i = \frac{\Gamma_0}{2bV_\infty} = \frac{2V_\infty SC_L}{\pi b} \frac{1}{2bV_\infty} = \frac{SC_L}{\pi b^2}$$

Wprowadźmy wielkość zwaną **wydłużeniem skrzydła** wzorem $\Lambda = \frac{b^2}{S}$.

Kąt indukowany dla rozkładu eliptycznego wyraża się teraz prostym wzorem

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi\Lambda}$$

Obliczmy dalej **współczynnik oporu indukowanego ...**

$$C_{D_i} = \frac{2\alpha_i}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy = \frac{2\alpha_i \Gamma_0}{V_\infty S} \frac{b}{2} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi\alpha_i \Gamma_0 b}{2V_\infty S} = \frac{\pi b}{2V_\infty S} \frac{C_L}{\pi\Lambda} \frac{2V_\infty S C_L}{\pi b}$$

Po oczywistych uproszczeniach otrzymujemy ważną formułę

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi\Lambda}$$

Założmy **brak skrzywienia geometrycznego i aerodynamicznego**. Wówczas kąty α i α_0 nie zmieniają się wzdłuż rozpiętości skrzydła. Pokazaliśmy, że dla eliptycznego rozkładu cyrkulacji kąt indukowany α_i jest również stały. Wynika stąd, że efektywny kąt natarcia α_{eff} jest w każdym przekroju skrzydła ten sam, a w konsekwencji stały jest również lokalny współczynnik siły nośnej $c_L = a_\infty (\alpha_{eff} - \alpha_{L=0})$.

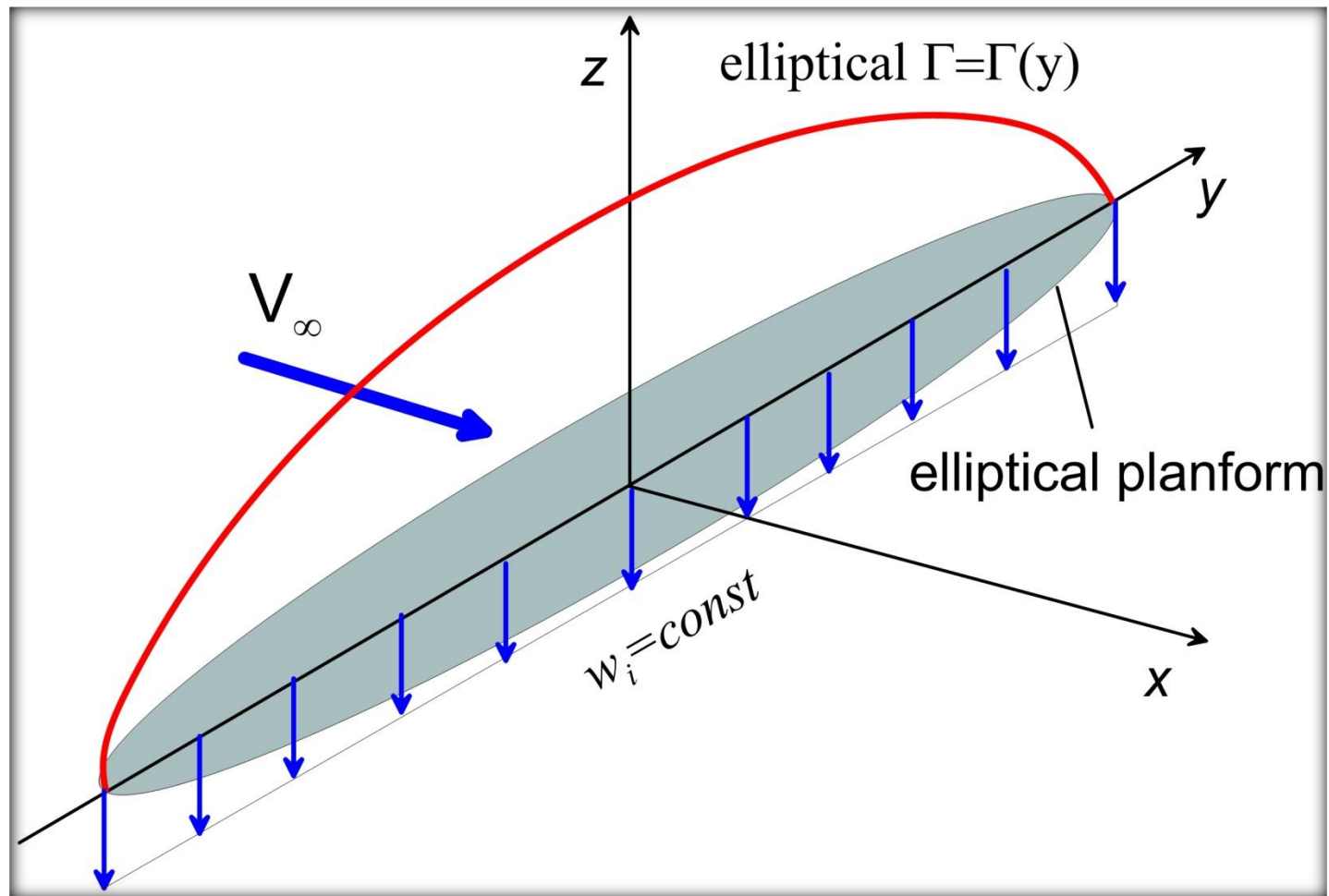
Ponieważ

$$L'(y) = c_L q_\infty c(y)$$

to

$$c(y) = \frac{L'(y)}{c_L q_\infty} = \frac{2\Gamma(y)}{c_L V_\infty} \sim \Gamma(y)$$

WNIOSEK: Cięciwa skrzydła (bez skręceń) o eliptycznym rozkładzie cyrkulacji zmienia się wzdłuż rozpiętości wg tej samej reguły co cyrkulacja. Zatem **skrzydło to ma eliptyczny obrys!**



Wg teorii linii nośnej skrzydło o obrysie eliptycznym charakteryzuje się eliptycznym rozkładem cyrkulacji (obciążenia)

Ogólny rozkład obciążenia

W celu określenia parametrów opływu skrzydła w przypadku ogólnym posłużymy się ponownie zamianą współrzędnych

$$y = -\frac{1}{2}b \cos \theta \quad , \quad \theta \in [0, \pi]$$

Opis rozkładu eliptycznego przyjmuje szczególnie prostą formę

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \Gamma_0 \sin \theta$$

Naturalnym uogólnieniem jest formuła

$$\Gamma(\theta) = 2V_\infty b \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta$$

Potrzebna będzie pochodna ...

$$\frac{d\Gamma}{dy} = \frac{d\Gamma}{d\theta} \frac{d\theta}{dy} = 2V_\infty b \frac{d\theta}{dy} \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \cos n\theta$$

Podstawowe równanie teorii linii nośnej przyjmuje postać ...

$$\alpha(\theta_0) - \alpha_0(\theta_0) = \frac{2b}{\pi c(\theta_0)} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta_0 + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[nA_n \int_0^{\pi} \frac{\cos n\theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta \right]$$

Jak widać, ponownie pojawiła się całka Glauerta

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos n\theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta = \frac{\pi \sin n\theta_0}{\sin \theta_0}$$

Równanie teorii linii nośnej upraszcza się do postaci

$$\alpha(\theta_0) - \alpha_0(\theta_0) = \frac{2b}{\pi c(\theta_0)} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta_0 + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \frac{\sin n\theta_0}{\sin \theta_0}$$

lub - po obcięciu szeregów do sum skończonych - do ...

$$\alpha(\theta_0) - \alpha_0(\theta_0) = \frac{2b}{\pi c(\theta_0)} \sum_{n=1}^N A_n \sin n\theta_0 + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N nA_n \frac{\sin n\theta_0}{\sin \theta_0}$$

Standardowe postępowanie polega na zażądaniu, aby powyższe równanie było spełnione w N różnych punktach $\theta_{0,m} \in [0, \pi]$, $m = 1, \dots, N$. Takie podejście nazywamy **metodą kolokacyjną**. Otrzymany w ten sposób układ liniowy rozwiązujemy względem niewiadomym współczynników $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ np. **metodą eliminacji Gaussa**.

Po wyznaczeniu współczynników funkcja $\Gamma(\theta)$ jest już znana (w przybliżeniu) i możemy przejść do obliczania współczynników aerodynamicznych. Mamy

$$C_L = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy = \frac{2b^2}{S} \sum_{n=1}^N A_n \int_0^\pi \sin n\theta \sin \theta d\theta$$

Ma miejsce własność ortogonalności $\int_0^\pi \sin n\theta \sin \theta d\theta = \begin{cases} \pi/2 & , n=1 \\ 0 & , n \neq 1 \end{cases}$

wobec czego

$$C_L = \pi A_1 \frac{b^2}{S} = A_1 \pi \Lambda$$

Widzimy, że współczynnik siły nośnej jest zdeterminowany wyłącznie przez pierwszy współczynnik szeregu opisującego rozkład cyrkulacji!

Obliczenie oporu indukowanego jest bardziej złożone. Mamy

$$C_{Di} = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy = \frac{2b^2}{S} \int_0^\pi \alpha_i(\theta) \sin \theta \left[\sum_{n=1}^N A_n \sin n\theta \right] d\theta$$

Potrzebujemy wyrażenia określającego zależność kąta indukowanego α_i od współrzędnej θ , a mianowicie

$$\alpha_i = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma'(y) dy}{y_0 - y} = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N n A_n \left[\int_0^\pi \frac{\cos n\theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta \right] = \sum_{n=1}^N n A_n \frac{\sin n\theta_0}{\sin \theta_0}$$

Formuła dla współczynnika oporu indukowanego może być zapisana następująco ...

$$C_{D_i} = \frac{2b^2}{S} \int_0^\pi \sin \theta \left[\sum_{k=1}^N k A_k \frac{\sin k\theta}{\sin \theta} \right] \left[\sum_{n=1}^N A_n \sin n\theta \right] d\theta =$$

$$= \frac{2b^2}{S} \sum_{k,n=1}^N k A_k A_n \int_0^\pi \sin k\theta \sin n\theta d\theta$$

Ponownie, wykorzystując własność ortogonalności modów sinusowych Fouriera

$$\int_0^\pi \sin k\theta \sin n\theta d\theta = \begin{cases} 0 & , k \neq m \\ \frac{1}{2} \pi & , k = m \end{cases}$$

sprawdzamy wzór dla współczynnika oporu indukowanego do postaci

$$C_{D_i} = \frac{2b^2}{S} \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^N n A_n^2 = \pi \Lambda \sum_{n=1}^N n A_n^2 = \pi \Lambda (A_1^2 + \sum_{n=2}^N n A_n^2) = \pi \Lambda A_1^2 \left[1 + \sum_{n=2}^N n \frac{A_n^2}{A_1^2} \right]$$

Możemy napisać zwięźle

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi\Lambda} (1 + \delta) = \frac{C_L^2}{\pi\Lambda e}$$

gdzie

$$\delta = \sum_{n=2}^N n \frac{A_n^2}{A_1^2}, \quad e = (1 + \delta)^{-1}$$

Wielkość e nazywamy **parametrem efektywności aerodynamicznej Oswalda**.



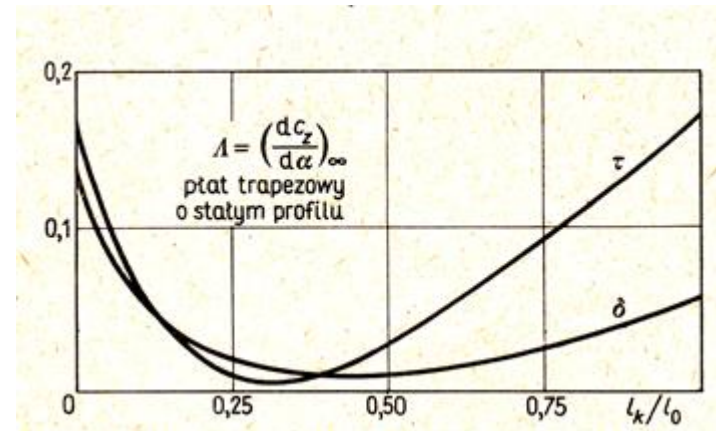
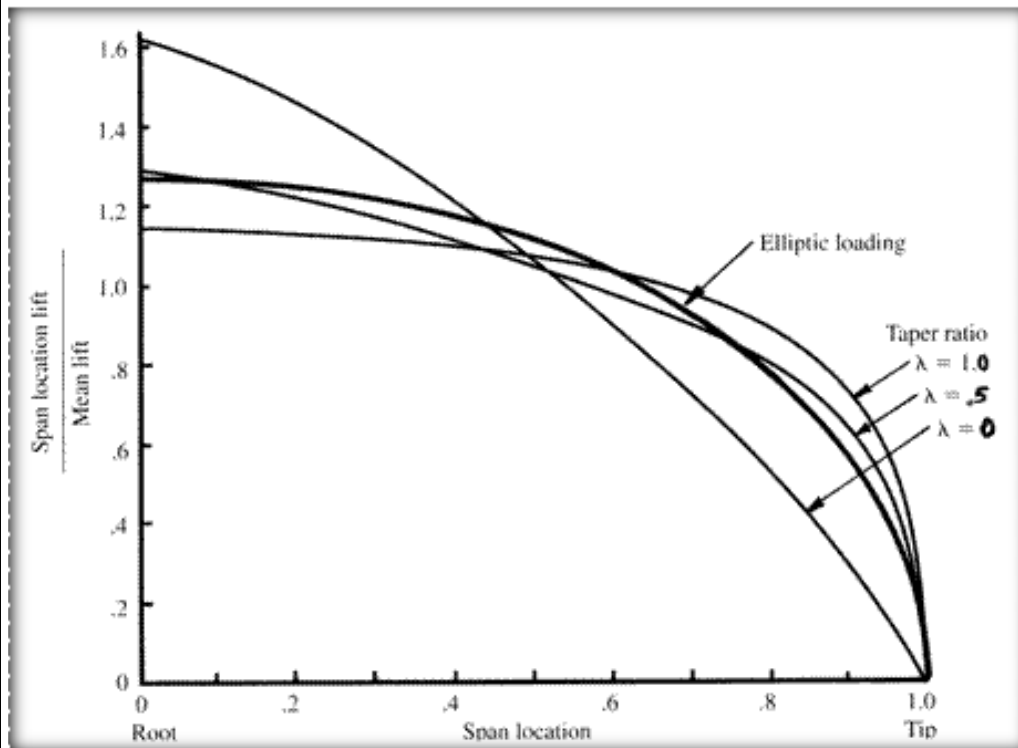
Zauważmy, że $\delta \geq 0$, zatem

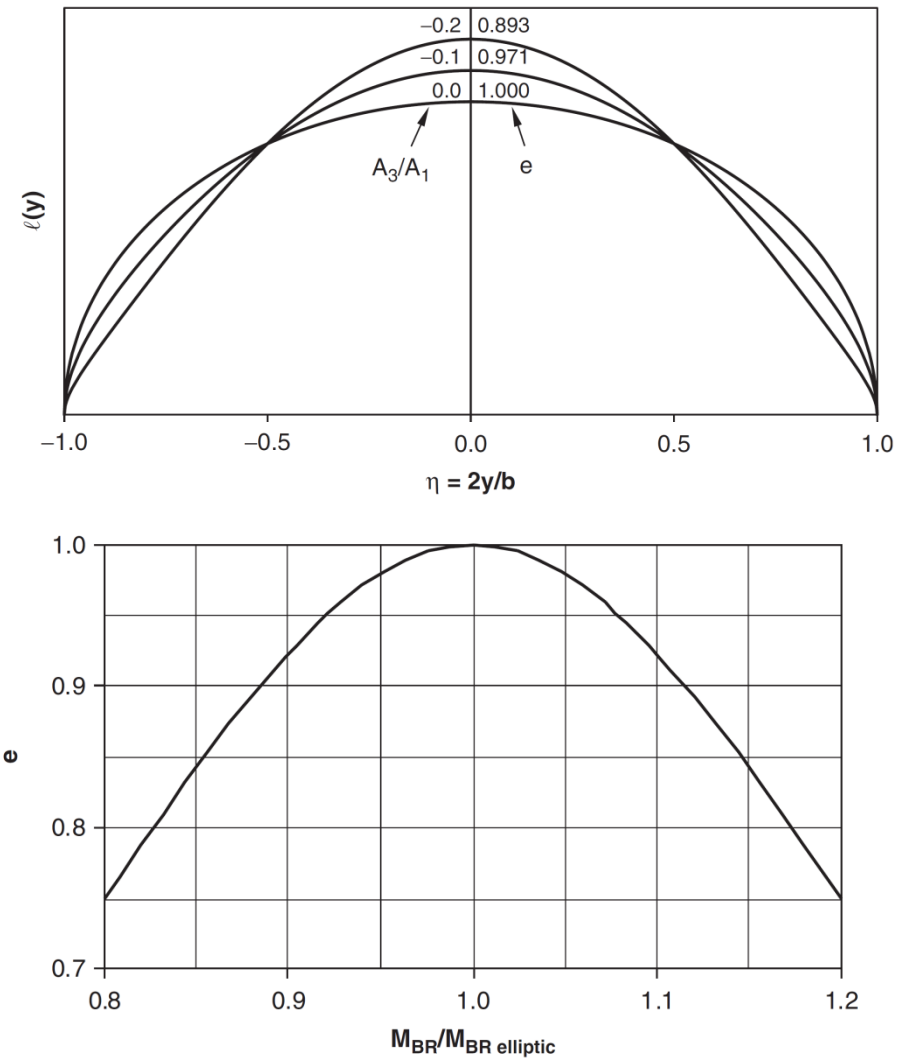
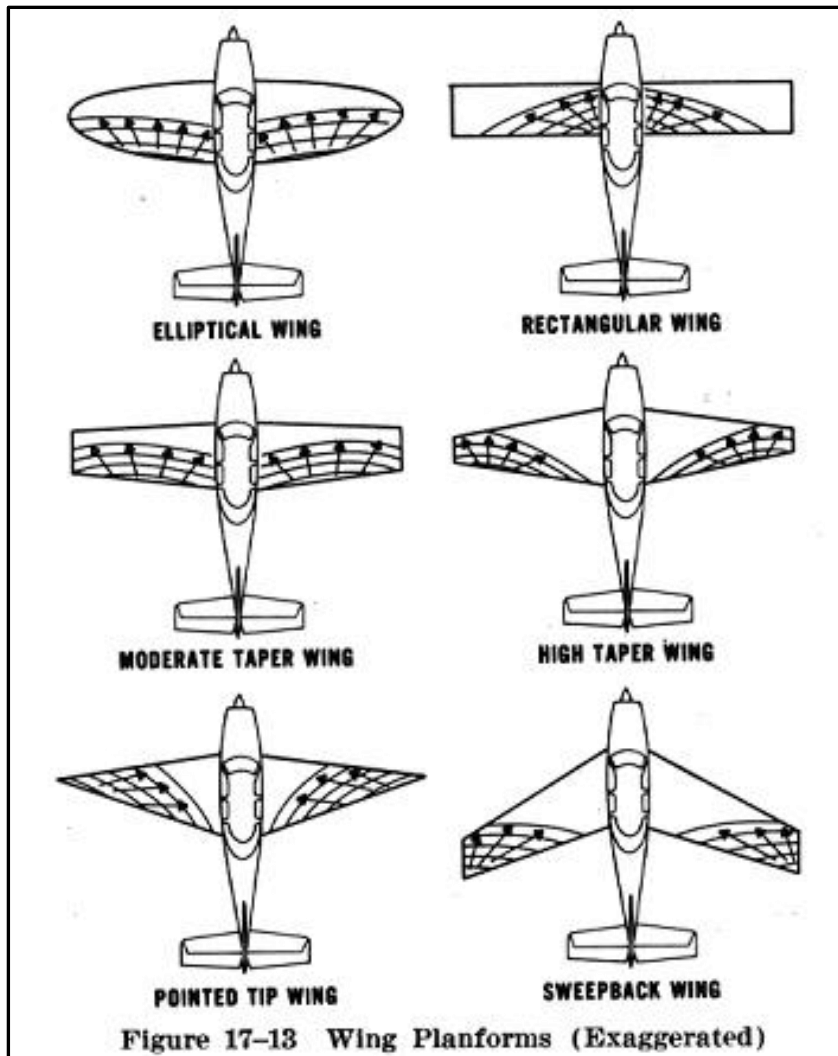
$$C_{D_i} \Big|_{sk.eliptyczne} \leq C_{D_i} \Big|_{inne}$$

czyli skrzydło eliptyczne ma (teoretycznie) najniższy opór indukowany!

Skrzydła trapezoidalne łatwiej skonstruować, a ich własności są zbliżone do eliptycznych jeśli tylko zbieżność (and. taper ratio), czyli stosunek c_{konc}/c_0 jest właściwa. Okazuje się, że w szerokim zakresie wydłużeń ($\Lambda = 4 \div 10$), najmniejsze wartości parametru δ uzyskiwane są dla wartości c_{konc}/c_0 ok. 0.3.

Znaczenie mają również inne aspekty, w szczególności jak przebiega oderwanie przy dużych katach natarcia, a także przebieg momentu gnącego.





L: Postacie obszarów oderwania na skrzydłach o różnych obrysach.

P: Rozkład obciążenia wzdłuż rozpiętości skrzydła (tylko A_1 i A_3 są niezerowe) oraz zależność parametru Oswalda od momenty gnącego (z „Understanding Aerodynamics” D. McLean, Wiley 2013).

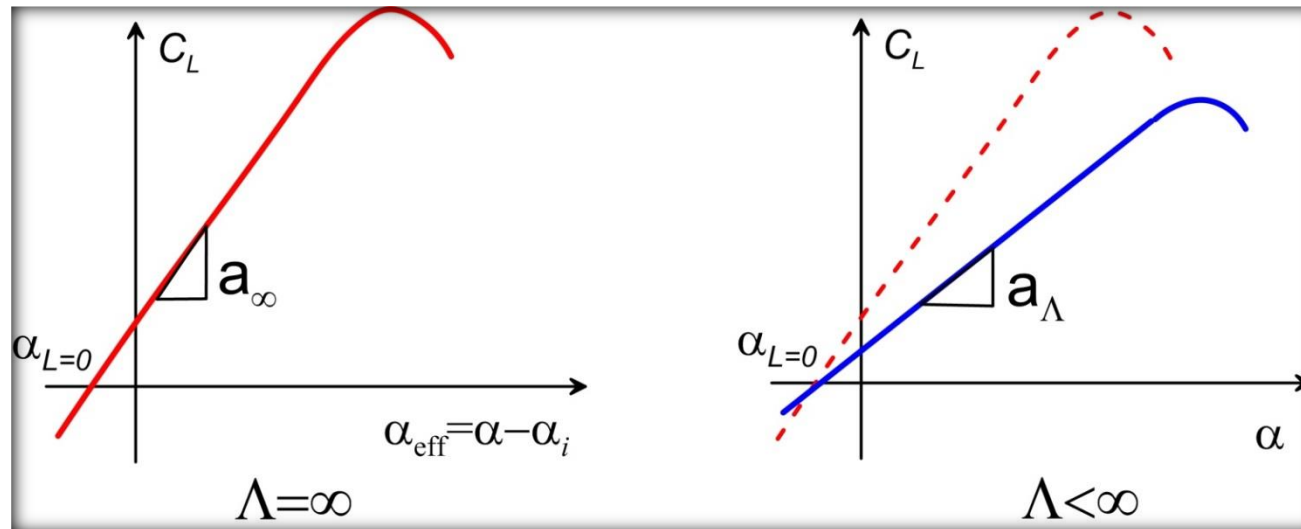
Wpływ skończonego wydłużenia na charakterystykę siły nośnej

Skończone wydłużenie powoduje nie tylko pojawienie się oporu indukowanego, ale również **zmienia nachylenie liniowej części charakterystyki $C_L = C_L(\alpha)$.**

Oznaczmy:

$a_\infty = \frac{dc_L}{d\alpha}$ - nachylenie charakterystyki siły nośnej dla profilu skrzydła ($\Lambda = \infty$)

$a_\Lambda = \frac{dC_L}{d\alpha}$ - nachylenie charakterystyki siły nośnej dla skrzydła 3D ($\Lambda < \infty$)



Ta sama wartość współczynnika siły nośnej osiągnięta jest przy większej wartości geometrycznego kąta natarcia!

Mamy ...

$$C_L = a_\infty (\alpha - \alpha_i) + const$$

Zatem dla skrzydła eliptycznego

$$C_L = a_\infty \left(\alpha - \frac{C_L}{\pi \Lambda} \right) + const$$

czyli

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = a_\Lambda = \frac{a_\infty}{1 + a_\infty / \pi \Lambda}$$

Dla skrzydeł o obrusach innych niż eliptyczny możemy napisać zależność

$$a_\Lambda = \frac{a_\infty}{1 + (a_\infty / \pi \Lambda)(1 + \tau)}$$

Parametr korygujący τ przyjmuje typowo wartości w przedziale [0.05, 0.25]. Jego wartość może być wyrażona przez współczynniki rozkładu cyrkulacji $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$.