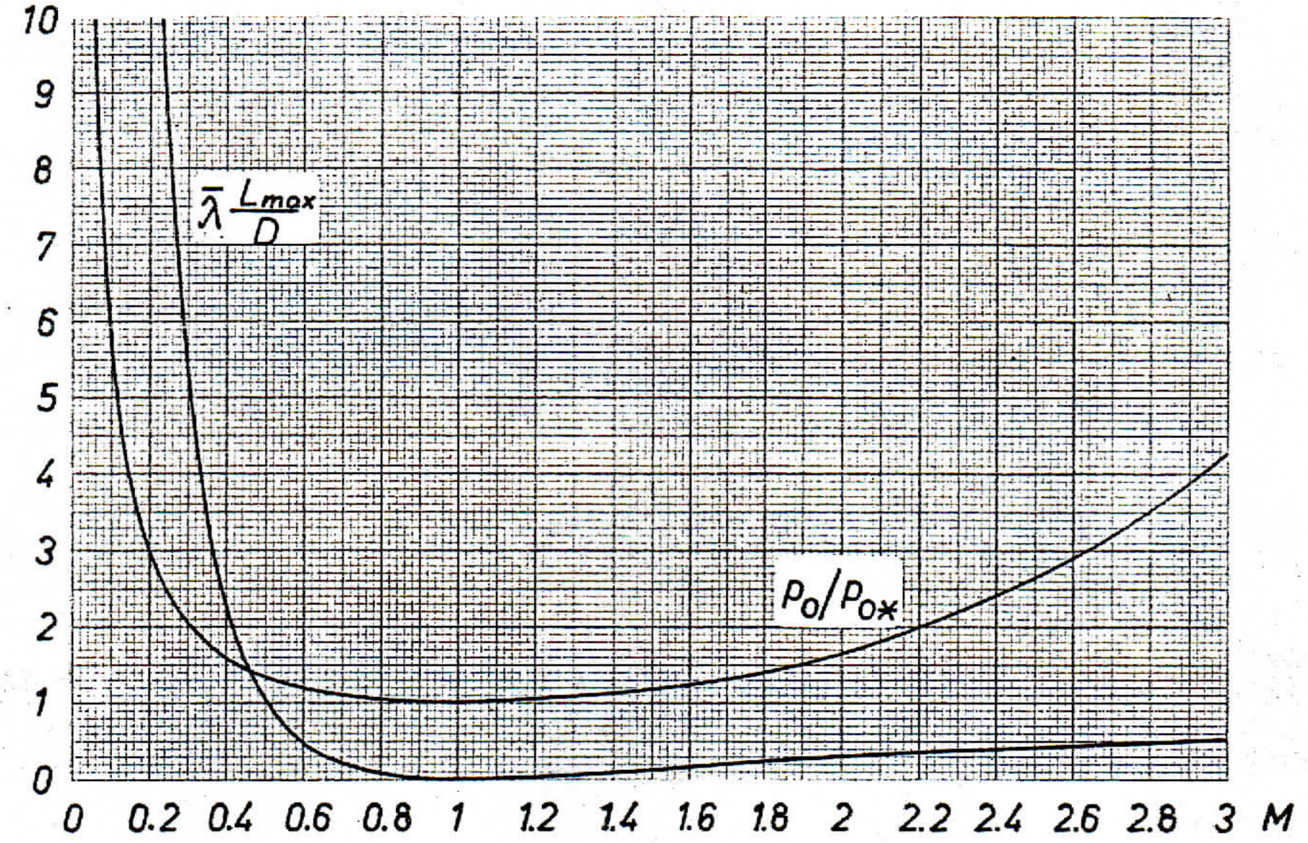
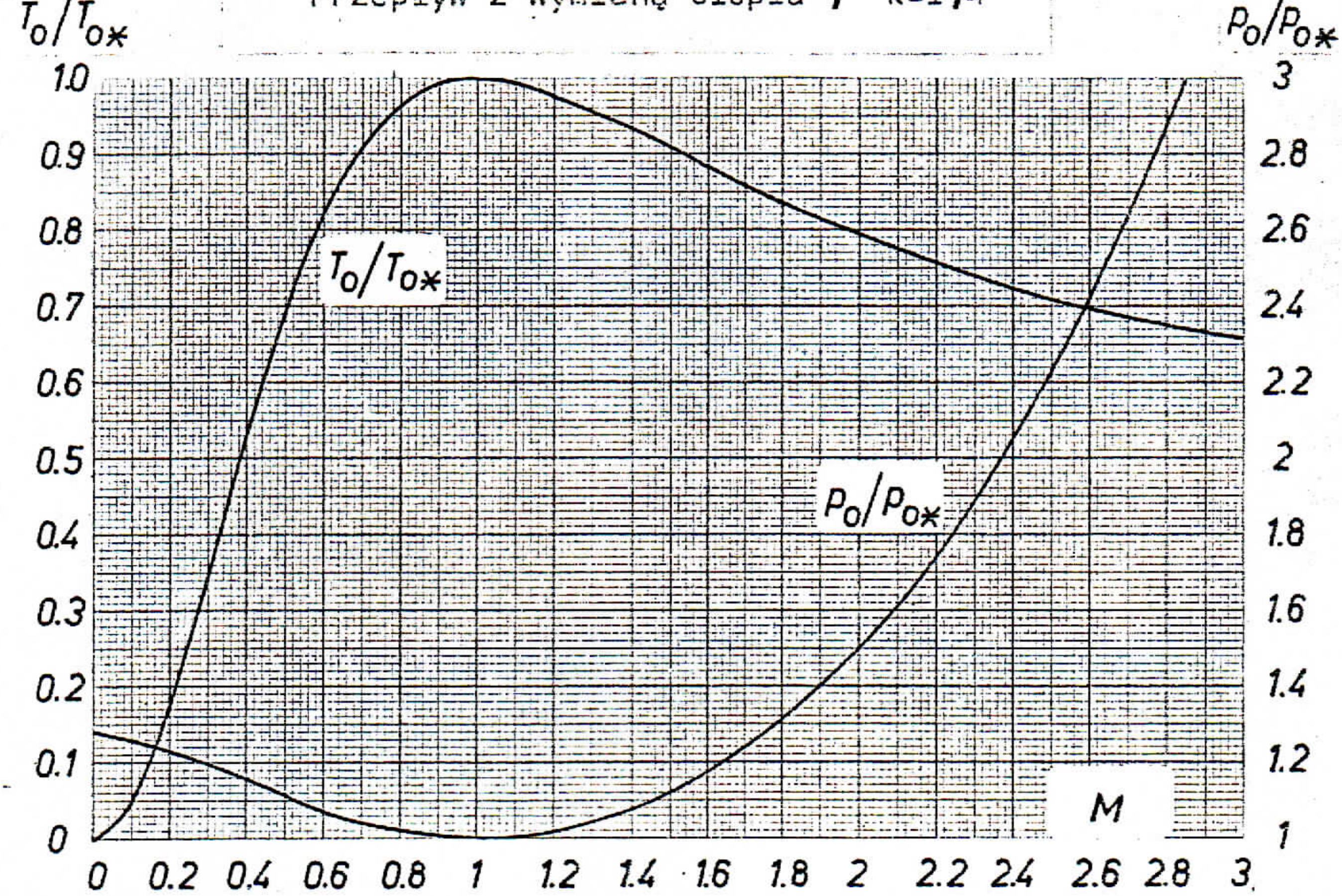
Przepływ adiabatyczny z tarciem, k=1,4



Przepływ z wymianą ciepła , k=1,4



(II) Znaleźć maksymalny przyrost temperatury nie prowadzący do zatarcia przepływu, jeśli przed ogrzaniem $M_1 = 0.4$ i $T_1 = 500K$.

$M_1 = 0.4,\ T_1 = 500K. \rightarrow T_{01} = \frac{T_0}{T}\Big|_{M_1} \cdot T_1 = \frac{1}{\frac{T}{T_0}\big|_{M_1}} \cdot T_1,\ T_{0*} = \frac{T_{0*}}{T_0}\Big|_{M_1} \cdot T_{01} = \frac{1}{\frac{T_0}{T_{0*}}\big|_{M_1}} T_{01}$

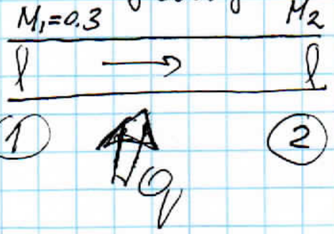
T_2 jest maksymalne, gdy $M_2 = 1$ i $T_{02} = T_{0*}$. $T_2 = \frac{T}{T_0}\Big|_{M_2} \cdot T_{02} = \frac{T}{T_0}\Big|_{M_1} T_{0*}$

Rozwiązanie: $T_{01} \approx 510K,\ T_{0*} \simeq 729K,\ T_2 \simeq 605K.\ \Delta T \simeq 105K.$

(III) Gaz ma temperaturę 500K i porusza się z prędkością 100 m/s. Ile ciepła można – conajwyżej – odebrać od tego gazu?
$k = 1.33,\ R \cong 462\ m^2/s^2\,°K$.

Entalpia całkowita: $i_0 = u^2/2 + a^2/(k-1)$. Tyle. $a^2 = kRT$.

(IV) W przekroju wlotowym do ogrzewanego przewodu liczba Macha wynosi 0.3. Wypływ z rury odbywa się do atmosfery. Tam jest $p_* = 1b$, a $T_1 = 300K$.
Jakie – conajmniej – powinno być ciśnienie w przekroju wlotowym, jeśli przyrost entalpii całkowitej (temp. całkowitej) jest maksymalny? Jaki jest wzrost temperatury?



$p_{zew} = 1b$ Maksymalna ilość ciepła (– i tym samym maksymalny wzrost T_0 –) może być tylko wtedy, gdy $M_2 = 1$.

W tedy $T_{02} = T_{0*}$, $p_w \geq p_z$, $p_w = p_*$.

Znajdujemy T_{0*}. Ponieważ znamy T_1 i M_1, to $T_{01} = \frac{T_0}{T}\Big|_{M_1} \cdot T_1 = \frac{1}{\frac{T}{T_0}\big|_{M_1}} T_1$

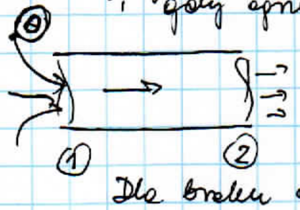
Odczytujemy $\frac{T}{T_0}\Big|_{M_1} \cong 0.99$ i $T_{01} \cong 303K$.

Teraz znajdujemy T_{0*}. $T_{0*} = \frac{T_{0*}}{T_{01}} \cdot T_{01} = \frac{1}{\frac{T_0}{T_{0*}}\big|_{M_1}} T_{01} \cong 865K$.

$\Delta T_0 = T_{0*} - T_{01} \cong 562K$.
Ciśnienie: najniższe ciśnienie w przekroju wylotowym to p_2... A więc:

$$p_1 = p_2 \frac{1+k}{1+kM_1^2} \approx 2.15b.$$

(V) Sprężarka zasysa powietrze z atmosfery: $p_A = 1b$, $T_A = 300K$.
Porównać wydatki, jakie conajwyżej można zassać w sytuacji, gdy w przewodzie zapewnimy skuteczne podgrzewanie temperatura T_0 wzrasta o 100K i gdy ogrzewania brak. Jaki wydatek maksymalne.



Porównujemy wydatki: $\frac{Q_1}{Q'} = \frac{\rho_1 u_1 A}{\rho_1' u_1' A} = \frac{\rho_1 \cdot u_1}{\rho_1' u_1'} = \frac{\text{wydatek we wlocie}}{\text{wydatek we wlocie}'}$

Primowane wielkości dotyczą przypadku z ogrzewaniem.
Dla braku ogrzewania: $M_1 = 1$ – conajwyżej. A więc: $u_1 = M_1 \cdot a_1 = M_1 \cdot \frac{a}{a_0}(M_1) \cdot a_0$
a_0 to prędkość dźwięku w atmosferze, $M_1 = 1$.
$\rho_1 = \rho_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0}(M_1)$, z oznaczeniami jak poprzednio.

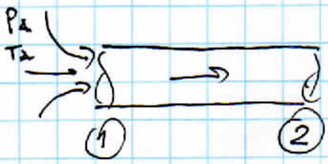
Dla gazu ogrzewanego w przekroju ① liczba Macha jest mniejsza od jedności, $M_1 < 1$, bo wzdłuż ogrzewanego przewodu jest wzrost wartości M, aż do $M_2 = 1$, bo wylotek jest maksymalny.
Ponieważ $T_{01} = T_A$, to $T_{02} = T_{0*} = T_{01} + \Delta T_0 = T_A + \Delta T_0$

W przekroju ① jest więc tak: $\frac{T_0}{T_{0*}}(M_1') = \mathcal{F}(M_1') = \frac{T_{01}}{T_{0*}} = \frac{T_A}{T_A + \Delta T_0}$

Otrzymujemy: $\frac{T_0}{T_{0*}}(M_1) = 300/400 \longrightarrow M_1' \cong 0.47$.
Postępujemy dalej tak, jak uprzednio i piszemy: $u_1' = M_1' \cdot a_1' = M_1' \frac{a}{a_0}(M_1')\, a_0$ i $\rho_1' = \rho_0 \frac{\rho}{\rho_0}(M_1')$. W rezultacie - po skróceniu a_0 i ρ_0 mamy

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{\frac{a}{a_0}(1)\cdot\frac{\rho}{\rho_0}(1)}{M_1' \frac{a}{a_0}(M_1')\frac{\rho}{\rho_0}(M_1')} \cong \frac{0{,}91\cdot 0{,}63}{0{,}47\cdot 0{,}98\cdot 0{,}89} \approx 1.4.$$

(VI) To samo, gdy zadany jest przyrost temperatury, a nie temperatury całkowitej.



Problemem jest wyznaczenie M_1'.

Piszemy: $T_1 = \frac{T}{T_0}(M_1')\cdot\frac{T_0}{T_{0*}}(M_1')\cdot T_{0*}$.

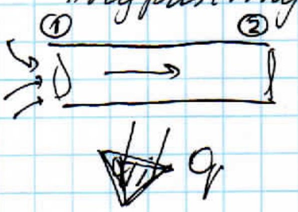
$$T_{0*} = \frac{T_0}{T}(1)\cdot T_2 = \frac{1}{\frac{T}{T_0}(1)}\cdot(T_1 + \Delta T)$$

Łączymy te zapisy: $$T_1 = \frac{T}{T_0}(M_1')\cdot\frac{T_0}{T_{0*}}(M_1')\cdot\frac{1}{\frac{T}{T_0}(1)}(T_1 + \Delta T)$$

Ale $T_1 = \frac{T}{T_0}(M_1')\cdot T_{01} = \frac{T}{T_0}(M_1')\cdot T_A$.

Wstawiamy to wyrażenie do poprzedniego. Otrzymujemy długie wyrażenie w którym niewiadomą jest M_1'.
Najprościej jest zastosować metodę bisekcji i korzystać z wykresów do odczytywania $\frac{T}{T_0}(M_1')$ (izentropa!) i $T_0/T_{0*}(M_1')$ (z wymianą ciepła).

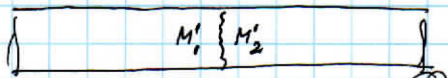
UWAGA: Ogrzewanie przewodu ssącego zredukowało zassany wydatek. A chłodzenie?
Przypuśćmy, że rura jest chłodzona. Chłodzenie redukuje liczbę Macha. A więc największa wartość M jest w przekroju wlotowym. Wartością tą jest $M_1 = 1$.



To tyle, ile by było gdyby nie wystąpiło chłodzenie.
Oczywiście, chłodzenie zwiększa masę właściwą i do - ewentualnie - usytuowanego za odcinkiem chłodzenia silnikiem tłokowym (stała objętość cylindrów!) może być zassana większa masa ładunku paliwowo-powietrznego albo powietrza. Tym samym silnik pracuje "przerabiając" większą masę ładunku.

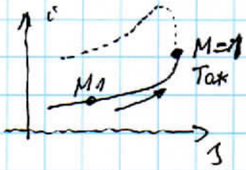
Podkreślamy, że jest tak tylko w wyniku wzrostu ρ (masy właściwej), a nie jest rezultatem zwiększenia prędkości w kolektorze ssącym w porównaniu z rozwiązaniem, gdy brak chłodzenia kolektora.

Zajmijmy się przypadkiem **ruchu naddźwiękowego** w przekroju rury poprzedzającym odcinek ogrzewany.



Jeśli przyrost temperatury całkowitej jest niewielki i $T_0' = T_{01} + \Delta T_0$ nie przekroczy $T_{0*} = \frac{T_{0*}}{T_{01}} T_{01}$, czyli takiej temperatury, która jest największą dla ruchu z $M>1$, to wypływ z rury odbywa się z prędkością naddźwiękową. Jest tak, gdy $p_z \le p_w$, czyli gdy ciśnienie wylotowe nie jest niższe od zewnętrznego.

p_z = na zewnątrz. Dla $M \ge 1$ w wylocie $p \ge p_z$

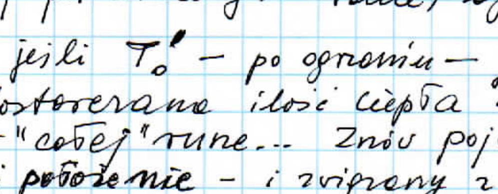


W przeciwnym przypadku powstanie fala uderzeniowa. Jej "położenie" jest takie, by wypływ ciśnienie uzgodnione...

A jeśli T_0' – po ogrzaniu – jest wyższa, niż T_{0*}? Wówczas dostarczana ilość ciepła wyklucza ruch naddźwiękowy w "całej" rurze... Znów pojawia się fala uderzeniowa.
Jej położenie – i związany z tym **podział** przyrostu temperatury – jest taki, by ciśnienie wylotowe (ruch poddźwiękowy!) było zgodne z ciśnieniem zewnętrznym.
Zadania tego rodzaju są pracochłonne, albowiem trzeba w ich rozwiązaniu uwzględnić rozmaite warianty uzgodnienia ciśnienia wylotowego i wyboru "rozdzielenia" przyrostu temperatury całkowitej.

VII Przez przewód w którym występuje znaczne tarcie płynie gaz o $k=1.4$.
Wyznaczyć $\Delta(\lambda L/D)$ pomiędzy dwoma przekrojami, w których liczby Macha wynoszą 0.4 i 0.8.

1



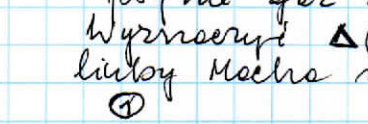
Od miejsca, w którym liczba Macha $M = M_1$ do końcowego z $M=1$ potrzeba $\lambda\frac{L_{max}}{D}(M_1)$.

Analogicznie: od miejsca, w którym jest $M=M_2$ potrzeba $\lambda\frac{L_{max}}{D}(M_2)$ by uzyskać $M=1$.

Wobec tego $\Delta\lambda\frac{L}{D} = \lambda\frac{L_{max}}{D}(M_1) - \lambda\frac{L_{max}}{D}(M_2) = 2{,}2 - 0{,}1 = \mathbf{2.1}$

VIII Sprężarka zasysa powietrze z atmosfery przez przewód o $\lambda L/D = 3$.
Ile razy mniejszy jest wydatek w porównaniu z sytuacją braku rury? $p_A = 1$ b, $T_A = 300$ K.

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\rho' u' A}{\rho u A} = \frac{\frac{\rho'}{\rho_0}\rho_0 M_1' \frac{a}{a_0}(M_1')}{\frac{\rho}{\rho_0}\rho_0 \cdot M_1 \frac{a}{a_0}(M_1)} = \frac{\frac{\rho'}{\rho_0}(M_1')\cdot M_1'\frac{a}{a_0}(M_1')}{\frac{\rho}{\rho_0}(M_1)\cdot M_1 \frac{a}{a_0}(M_1)}$$



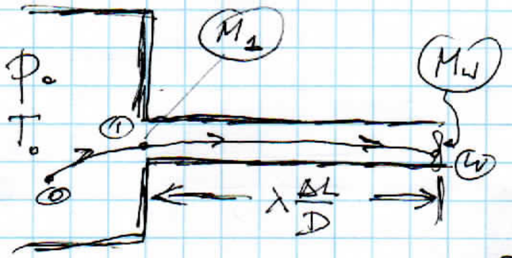
M_1 odpowiada braku rury. Maksimum: $M_1 = 1$
M_1' – przypadek z rurą. M_1' jest taka, że gaz w przekroju 2 osiąga liczbę Macha $M_2 = 1$.

A więc: $\lambda\frac{L_{max}}{D}(M_1) = 3 \Longrightarrow M_1 = 0{,}36$.

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{0{,}94 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}99}{0{,}63 \cdot 1 \cdot 0{,}91} \cong 0{,}58.$$

IX Dość długie...

W zbiorniku znajduje się powietrze. Ciśnienie = 2,5 b, temperatura 300 K. Gaz wypływa do atmosfery ($p_A = 1$ b) przez rurę o $\lambda \frac{\Delta L}{D} = 3.5$. Jaka jest liczba Macha w przekroju wlotowym do rury? Jaka jest prędkość w przekroju wylotowym?



W przekroju wylotowym $p_w = p_z$ dla $M_w < 1$ a dla $M_w = 1$ $p_w \geq p_z$

Trzeba tak dobrać taką M_1, by zrealizować ten warunek...

Po wyznaczeniu takiej liczby Macha M_1 i zarazem M_w z łatwością określamy T_w i a_w oraz u_w:

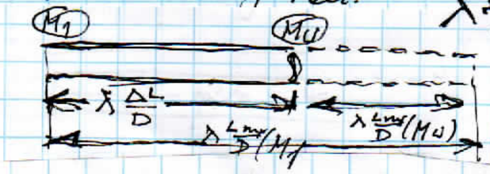
$$T_w = T_0 \Big/ \left(1 + \frac{k-1}{2} M_w^2\right), \quad a_w = \sqrt{kRT_w}, \quad u_w = M_w \cdot a_w.$$

Czytelnik pamięta, że przy zachowaniu energii temperatura całkowita nie ulega zmianie i wszędzie wynosi tyle, ile w zbiorniku.
Jasne, że $p_{01} = p_0$. Ciśnienie spiętrzenia zmienia się wzdłuż rury...
Nie zmienia się – co oczywiste – jego wartość dla $M = 1$. To p_{0*}.

Piszemy: $p_w = \frac{p}{p_0}(M_w) \cdot \frac{p_0}{p_{0*}}(M_w) \cdot \frac{p_{0*}}{p_0}(M_1) \cdot p_0$

Trzeba założyć M_1. Odczytać $\lambda \frac{L_{max}}{D}(M_1)$. Znaleźć $\lambda \frac{L_{max}}{D}(M_w)$.
To obliczymy tak:

$$\lambda \frac{L_{max}}{D}(M_w) = \lambda \frac{L_{max}}{D}(M_1) - \Delta\left(\lambda \frac{L}{D}\right)$$



Obliczenia notujemy w tabeli

NR	M_1	$\lambda \frac{L_{max}}{D}(M_1)$	$\lambda \frac{L_{max}}{D}(M_w)$	M_w	$\frac{p_0}{p_{0*}}(M_1)$	$\frac{p_0}{p_{0*}}(M_w)$	$\frac{p}{p_0}(M_w)$	p_w
1	0,35	3.5	0.0	1	1,6	1	0,528	0,825
2	0,3	5	1.5	0.42	2	1.4	0,86	1.5
3	0,31	4	0.5	0.6	1,8	1.3	0,76	1.37
4	0,32	3,8	0.3	0,75	1,75	1,15	0.62	1,01

Wynik: M_w to około 0.75, a $M_1 \approx 0.32$...
$T_w = \frac{T}{T_0}(M_w) \cdot T_0 = 0{,}9 \cdot 300 \approx 270$ K, $a_w \cong 329$ m/sek, $u_w = M_w a_w \cong 247$ m/sek.

Odczytywanie M w zależności od $\lambda \frac{L}{D}$ dla $M \approx 1$ jest trudne i powinno się użyć odpowiednich "wzorów".

Czytelnik zechce rozwiązać to zadanie dla wymiany ciepła. Zamiast zadanego $\lambda \Delta L_{m}/D$ należy przyjąć ΔT_0. Postępując analogicznie dobieramy liczbę Macha w przekroju wlotowym w taki sposób, by uzyskać odpowiednie ciśnienie w przekroju wylotowym.