

Ćwiczenie 4 v.2023

Rozkłady temperatury i naprężenia cieplne

Wprowadzenie

Metoda elementów skończonych pozwala w efektywny sposób obliczać naprężenia cieplne. Odształcenia cieplne pod wpływem rozszerzalności temperaturowej w trójwymiarowym, izotropowym ciele opisuje wektor odształceń:

$$\epsilon_T^T = [\epsilon_{xT} \ \epsilon_{yT} \ \epsilon_{zT} \ \gamma_{xyT} \ \gamma_{yzT} \ \gamma_{xzT}] = [\alpha\Delta T \ \alpha\Delta T \ \alpha\Delta T \ 0 \ 0 \ 0]$$

Całkowite odształcenia są wówczas sumą odształceń termicznych i odształceń sprężystych wywołanych naprężeniami:

$$\epsilon = \epsilon_T + \epsilon_S$$

Zagadnienie naprężeń cieplnych rozwiązywane jest zwykle dwustopniowo:

1. Rozwiązanie zagadnienia ustalonego (*steady state*) lub nieustalonego (*transient*) przepływu ciepła. Wyniki zapisywane są w pliku *jobname.rth*
2. Rozwiązanie zadania analizy naprężeń z obciążeniem termicznym - z dodatkowymi siłami węzłowymi, będącymi efektem zmian temperatur. Siły te wyznaczone są po wczytaniu informacji o temperaturach węzłowych z pliku *jobname.rth*

Równanie przewodnictwa ciepła ma postać:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_{x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + q_v$$

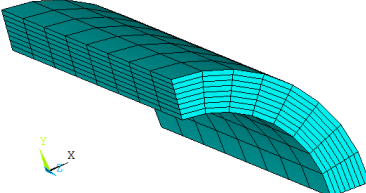
W metodzie elementów skończonych zamiast RRC wykorzystywane jest równoważne sformułowanie minimalizacji funkcjonału, który po dyskretyzacji zamieniany jest w układ równań algebraicznych. Elementy skończone wykorzystywane w obliczeniach pól temperatur są odpowiednikami elementów skończonych zbudowanych dla analizy naprężeń i mają analogiczne kształty, liczby węzłów i funkcje kształtu. W każdym węźle mamy natomiast tylko jeden stopień swobody. Zazwyczaj rozwiązanie równania przewodnictwa za pomocą MESu nie stanowi problemu.

W obliczeniach mogą wystąpić następujące **warunki brzegowe**:

1. temperatura
2. gęstość strumienia ciepła (W/m^2)
3. strumień ciepła (siła węzłowa)
4. prawo konwekcji Newtona: $q = \alpha_k(T_b - T_s)$
5. radiacja

Właściwości ośrodka mogą być funkcjami temperatury. Warunki brzegowe mogą być zmienne w czasie, przykładane uderzeniowo (*Step-Loads*) bądź stopniowo (*Ramped-Loads*). W przypadku złożonych procesów przebieg zmian warunków brzegowych przedstawiamy jako sekwencje kolejnych kroków obciążenia (*Load Steps*). Obliczenia nieustalonych pól temperatur wymagają również warunków początkowych.

Przypadek pierwszy – rozkład temperatury w stanie ustalonym

<p style="text-align: center;">Rura grubościenna – obciążenie termiczne</p> <p>promień wewnętrzny: $a = 30 \text{ mm}$ promień zewnętrzny: $b = 40 \text{ mm}$ (<i>długość np. = 60 mm</i>)</p>  <p>temperaturę wewnętrzną: $T_w = 100^\circ \text{C}$ temperaturę zewnętrzną: $T_z = 20^\circ \text{C}$</p>	<p style="text-align: center;">Materiał:</p> <p>stal $E = 200 \text{ GPa}$ $\nu = 0.3$ $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ $\lambda = 50 \text{ W/(m K)}$</p>
---	---

Należy obliczyć rozkład temperatury, a także rozkłady naprężeń: obwodowego σ_t , promieniowego σ_r , osiowego σ_z oraz naprężenia zredukowanego H-M. Założyć wstępnie, że przekroje poprzeczne rury pozostają w płaskim stanie odkształcenia.

Z rozwiązania analitycznego wynika, iż $\sigma_t(a) = -150.2 \text{ MPa}$, $\sigma_t(b) = 124.1 \text{ MPa}$.

Obliczenia MES przeprowadzone zostaną dla opcji: trójwymiarowy wycinek rury (możliwe też PSO lub OS).

UWAGA na wybór jednostek: SI (N, m, s, W, kg) lub mod_SI (N, mm, s, mW, tony).

Obliczanie rozkładu temperatury:

Preprocessor:

0. Preferences – (ustawić **OBIE** analizy: *Structural* oraz *Thermal*)
1. Określenie kształtu
Modeling > Create > Volumes > Cylinder > By Dimensions (długość walca 60 mm = 0.06 m, kąt 90 deg)
2. Określenie własności materiałowych: E , ν , λ , α (**UWAGA na jednostki: SI lub mod_SI**)
Material Properties > Material Models > Structural > Linear > Elastic > Isotropic
Material Properties > Material Models > Structural > Thermal Ex. > Secant Coeff. > Isotropic
Material Properties > Material Models > Thermal > Conductivity > Isotropic
3. Wybór typu elementów
Element Type > Add > Thermal Mass > Solid (wybrać Brick20node - 279)
4. Podział na elementy skończone (**elementy HEXa, czyli podział Mapped**)
Meshing > Mesh Tools > Lines - Set > Pick All (podział wszystkich linii na 8 elementów)
*Meshing > Mesh Tools > Volumes (uwaga: wybrać HEX !!) **Sprawdź List>Elem (ile sztuk?)***

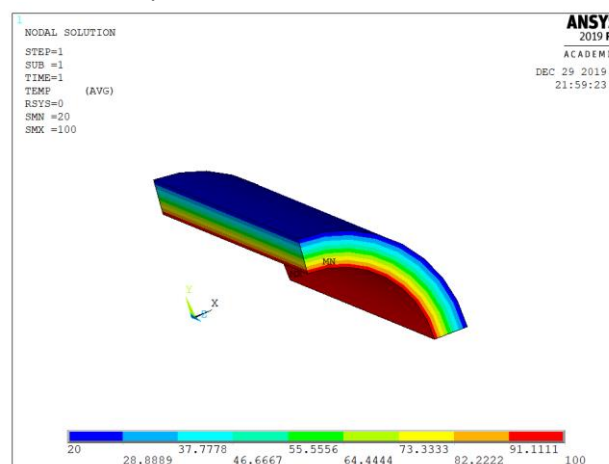
Solution

5. Określenie typu analizy
Analysis Type > New Analysis > Steady State
6. Wprowadzenie warunków brzegowych: temperatury na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni rury
Define Loads > Apply > Thermal > Temperature > On Areas
Sprawdź!: *List > Loads > Solid Model Loads (ile/które powierzchnie powinny być ??)*
Numeracja powierzchni: Plot>Areas oraz PlotCtrls>Numbering ... i Replot
7. Obliczenie pola temperatury
Solve > Current Load Step

General Postprocessor

8. Ocena wyników przepływu ciepła oraz wykonanie rysunków ilustrujących rozwiązanie
Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution > Nodal temperature
9. Wykres temperatury po grubości rury
 Określenie ścieżki, zmapowanie temperatury na ścieżce oraz przedstawienie w formie wykresu:
 - a. *PathOperations > Define Path > ByNodes (wskazać 2 węzły, na pow wewnętrzną i zewnętrzną i Nazwać ścieżkę)*
 - b. *Map onto Path (Nazwać zmienną np. T_r i wybrać DOF: Temp)*
 - c. *Plot Path Item > On Graph (wybrać T_r)*

Wszystkie wyniki analizy termicznej są zapisane w pliku **jobname.rth** i wykorzystane zostaną do wyznaczenia obciążeń cieplnych w trakcie analizy naprężeń.



Obliczanie stanu naprężenia:

Po ocenie wyników przepływu ciepła przechodzimy z powrotem do Preprocessora. Zamiana na model do analizy naprężeń – czyli zmiana typu elementu (z takim samym podziałem obszaru na elementy skończone i węzły)

Preprocessor:

10. Zmiana elementu typu *Thermal Solid* na odpowiadający mu element *Structural Solid*
Element Type > Switch Element Type > Thermal to Struc.

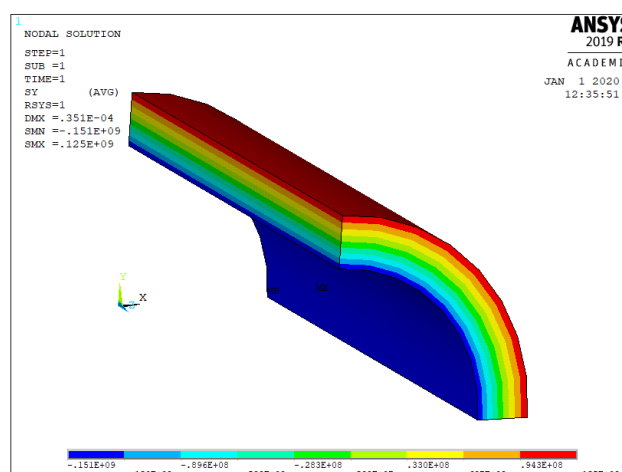
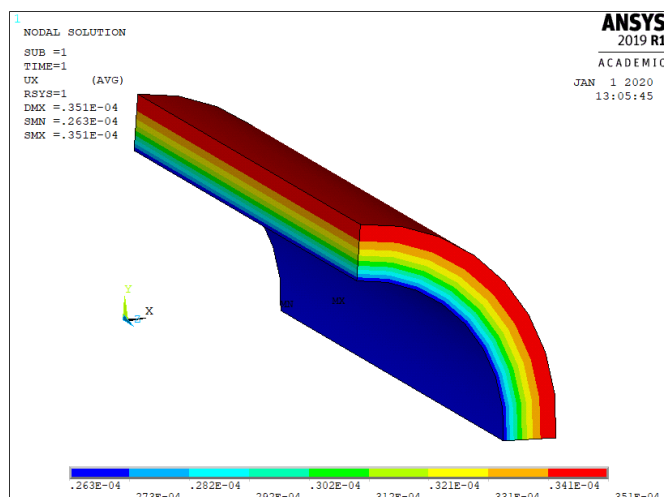
Solution

11. Wprowadzenie przemieszczeniowych warunków brzegowych na 4 powierzchniach przekrojów modelu
Define Loads > Apply > Structural > Displacements > Symmetry B.C. > On Areas
12. Wprowadzenie obciążeń w postaci temperatur węzłowych otrzymanych w wyniku analizy przepływu ciepła (plik *jobname.rth*) jako obciążenia w analizie naprężeń:
Define Loads > Apply > Structural > Temperature > From Thermal Analysis (plus Solution Opts – OutputCtrls)
13. Obliczenie pola naprężeń i przemieszczeń
Solve > Current Load Step

General Postprocessor

14. W przypadku osiowosymetrycznej rury wygodnie jest wykorzystywać do prezentacji wyników RSYS1: walcowy układ współrzędnych (oś Z po osi rury):
Option For Output > Results Coordinate System (ustawić Global Cylindrical)
15. Ocena wyników w postaci mapy naprężeń i przemieszczeń oraz wykresów
Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution

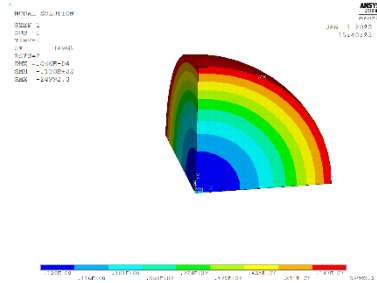
(Przykładowe mapy wyników w jednostkach SI poniżej)



Przypadek drugi - stany nieustalone zmian temperatury

Hartowanie stalowej kulki

Promień = 6mm (średnica $d = 12$ mm)
temperatura początkowa kulki: $T_p = 850^\circ\text{C}$
temperatura oleju (stała): $T_o = 40^\circ\text{C}$



Materiał kulki:

$E = 2e5$ MPa
 $\nu = 0.3$
gęstość $\rho = 7800$ kg/m³
wsp. rozszerzalności termicznej $\lambda = 1.2e-5$ 1/K
wsp. przewodzenia ciepła $k = 40$ W/(m K)
ciepło właściwe $c = 444$ J/(kg K)
wsp. przyjmowania ciepła (konwekcja): $\alpha = 400$ W/(m²K)

- Jak długo kulka powinna przebywać w kąpeli olejowej, aby osiągnąć temperaturę 100 stopni w środku?
- Kiedy w kulce wystąpi maksymalne naprężenie zredukowane?

Najważniejszym parametrem w rozpatrywanym przykładzie jest zmienność temperatury na powierzchni i w środku kulki

UWAGA na wybór jednostek: SI (N, m, s, W, kg) lub mod_SI (N, mm, s, mW, t).

Obliczanie rozkładu temperatury:

Preprocessor:

0. Preferences – (ustawić **OBIE** analizy: **Structural** oraz **Thermal**)
1. Określenie geometrii (**tworzymy 1/8 kuli poprzez część wspólną kuli i prostopadłościanu**)
Modeling > Create > Volumes > Sphere > By Dimensions
Modeling > Create > Volumes > Block > By Dimensions
Modeling > Operate > Booleans > Intersect > Common > Volumes
2. Określenie własności materiałowych: E, nu, rho, lambda, alpha
Material Properties > Material Models > Structural > Linear > Elastic > Isotropic
Material Properties > Material Models > Structural > Density
Material Properties > Material Models > Structural > Thermal Ex. > Secant Coeff. > Isotropic
Material Properties > Material Models > Thermal > Conductivity > Isotropic
Material Properties > Material Models > Thermal > Specific Heat **(inne dla mod SI !!!)**
3. Wybór typu elementów
Element Type > Add > Thermal Mass > Solid 279
4. Podział na elementy skończone – wszystkie linie na 12 elementów (**siatka typu HEX, Mapped**)
Meshing > Mesh Tools > Lines - Set > Pick All > No of. element divisions = 12
Meshing > Mesh Tools > Volumes

Solution

5. Określenie typu analizy
Analysis Type > New Analysis > Transient
6. Wprowadzenie warunków brzegowych na granicy analizowanego obszaru (konwekcyjna wymiana ciepła na powierzchni)
Define Loads > Apply > Thermal > Convection > On Areas > Film Coeff. = 400 **(inna dla mod SI !!! 0.4)**
oraz BulkTemp=40
7. Wprowadzenie temperatury odniesienia i temperatury początkowej
Define Loads > Settings > Uniform temp. (850 C)
Define Loads > Settings > Reference temp.(40 C)
8. Określenie przebiegu obliczeń dla analizowanego procesu (czas końcowy = 60 s, liczba podkroków = 300, obciążenie uderzeniowe **Stepped**, określenie gęstości zapisu np. dla każdego podkroku)

Load Step Opts > OutputCtrls > DB/Results File > Every substep

Load Step Opts > Time/Frequenc > Time and Substeps > end = 60; substeps = 300, Stepped;
automatic time stepping = off

9. Obliczenie pola temperatury
Solve > Current Load Step

General Postprocessor

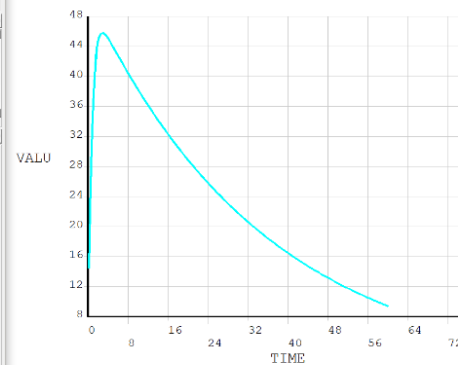
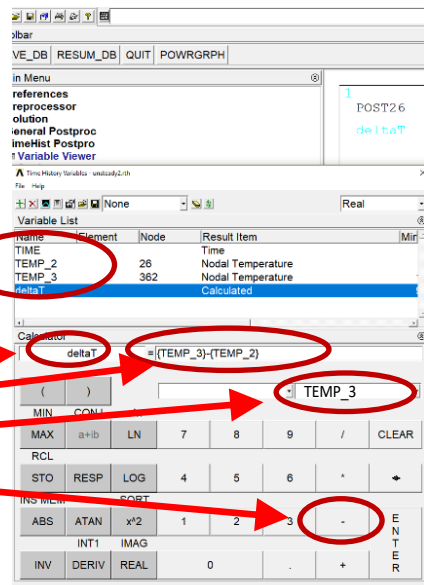
10. Ocena i archiwizacja wyników dla poszczególnych punktów czasowych – standardowo, dla wybranego podkroku

Read Results > By Pick

TimeHist Postproc

W tym postprocesorze można prezentować i archiwizować rezultaty jako funkcje czasu. Na rysunku: wykres **różnicy** temperatur pomiędzy węzłem na brzegu i w środku kuli

- a. Nazwij wartości w węzłach (ikona z plusikiem)
- b. Wpisz nazwę wyniku działania
- c. Utwórz wyrażenie - **różnicę zmiennych** wstawiając **zmiennne z rozwijanego pola** i korzystając z kalkulatora
- d. Daj **ENTER** na kalkulatorze
- e. Zrób wykres (trzecia ikona za plusikiem)



Obliczanie stanu naprężenia:

Postępowanie jest analogiczne jak w przypadku rury grubościenniej (pkt. 10-15 dla rury grubościenniej)

Preprocessor:

11. Zmiana elementu typu *Thermal Solid* na odpowiadający mu element *Structural Solid*
Element Type > Switch Element Type > Thermal to Struc.

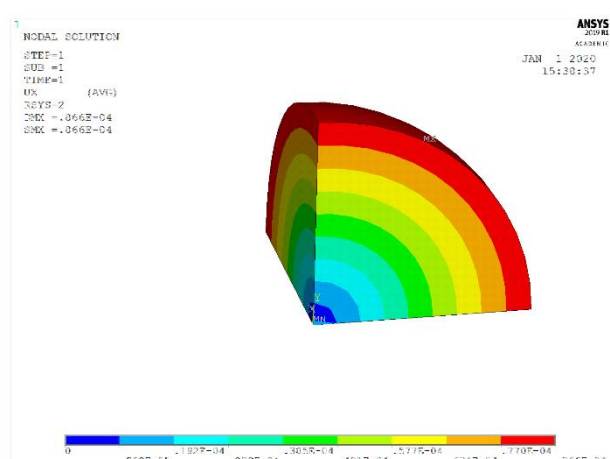
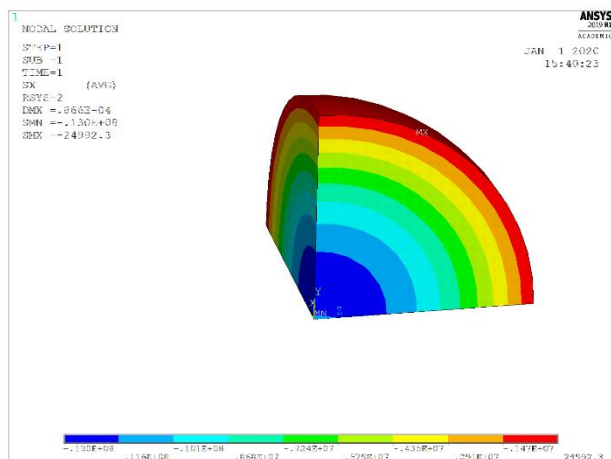
Solution

12. Wprowadzenie przemieszczeniowych warunków brzegowych na powierzchniach przekrojów modelu
Define Loads > Apply > Structural > Displacements > Symmetry B.C. > On Areas
13. Wprowadzenie obciążeń w postaci temperatur węzłowych otrzymanych w wyniku analizy przepływu ciepła (plik *jobname.rth*) jako obciążenia w analizie naprężeń. Należy podać chwilę, dla której mają być odczytane obciążenia termiczne (*jako czas lub jako numer kroku*):
Define Loads > Apply > Structural > Temperature > From Thermal Analysis
14. Zmiana typu analizy na **Static** i skasowanie podkroków (zob. pkt 8: **Time nad Substeps**: teraz 1 i 1)
15. Obliczenie pola naprężeń i przemieszczeń
Solve > Current Load Step

General Postprocessor

16. Ocena wyników w postaci mapy naprężeń i przemieszczeń oraz wykresów
 - a. Option For Output > Results Coordinate System > spherical
 - b. Plot Results > Contour Plot > Nodal Solution > DOF Solution

Przykładowe wyniki dla jednej z chwil:



Omówienie wyników do sprawozdania:

1. Rozkład temperatur, przemieszczeń i naprężeń dla **RURY GRUBOŚCIENNEJ** (Mapa temperatur, przemieszczeń, naprężeń promieniowych, obwodowych, osiowych i zredukowanych)
2. Rozkład temperatur przemieszczeń i naprężeń zredukowanych dla **HARTOWANEJ KULI dla chwili** (t=1 sek, t=48 sek)

I oczywiście Interpretacja wyników

Rysunki maja być na **BIAŁYM** tle (np. Plot Controls / Style / Colors / Reverse Video)