

WYKŁAD 13

OBLICZENIA RUROCIĄGÓW, RUCH LAMINARNY I TURBULENTNY



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

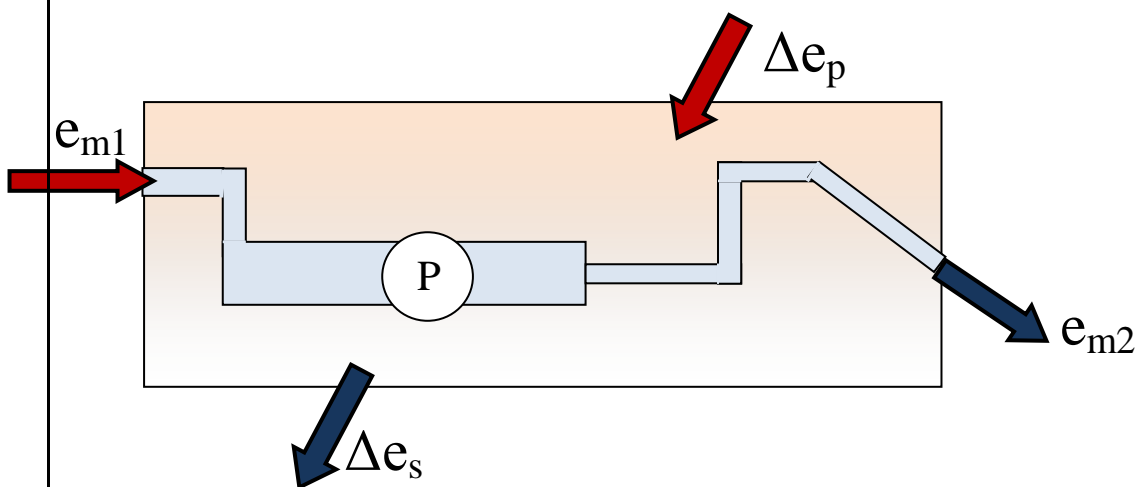
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Spadek ciśnienia Δp określa ubytek energii mechanicznej. Energia mechaniczna to suma energii kinetycznej, potencjalnej i ciśnienia. Dla cieczy – na mocy równania Bernoulliego otrzymamy:

$$e_m = \frac{\rho U^2}{2} + \rho g z + p$$

U - oznacza prędkość średnią w przekroju przewodu.



Bilans energii mechanicznej dla dowolnego rurociągu:

$$e_{m1} + \Delta e_p = e_{m2} + \Delta e_s$$

Δe_p – energia dostarczana przez pompę

Δe_s – energia wynikająca ze strat

Oznaczmy $\Delta e_p = \Delta p_p$ i $\Delta e_s = \Delta p_s$.

Podstawmy też odpowiednie zależności za Δe_{m1} i Δe_{m2} .

Dostaniemy bilans energii w postaci:

$$\frac{\rho U_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 + \Delta p_p = \frac{\rho U_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2 + \Delta p_s$$

Korzystając z powyższego związku możemy wyznaczyć np. różnicę ciśnień, różnicę poziomów, Δp_p lub Δp_s gdy zadany jest wydatek płynący przewodem.

Możemy też szukać wydatku, gdy znane są ciśnienia oraz poziomy – początkowy i końcowy.

W obu przypadkach geometria rurociągu, masa właściwa cieczy i lepkość są znane.

Schematy postępowania:

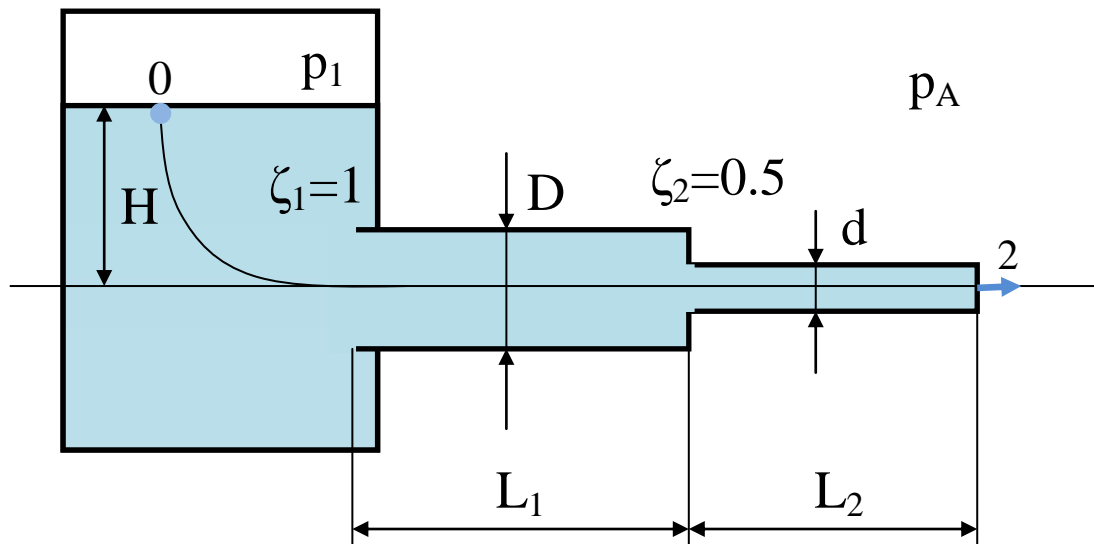
1. Znamy wydatek Q \longrightarrow określamy prędkość w każdym odcinku rury \longrightarrow liczymy Re \longrightarrow wyznaczamy λ \longrightarrow liczymy Δp_s
2. Szukamy wydatku Q – nie możemy bezpośrednio wyznaczyć liczbowych wartości współczynników λ .
 Q występuje w równaniu bilansowym za pośrednictwem λ .
Musimy zastosować metodę kolejnych przybliżeń.

$$Q = f(\dots, \lambda_1(Q), \lambda_2(Q), \dots)$$

Przypomina to równanie $x = f(x)$ które rozwiązujemy tak:

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

Przykład ilustrujący 2 –gi przypadek



Dane:

$$p_1 = 2 \text{ bary}, p_2 = p_A = 1 \text{ bar}, H = 10 \text{ m}$$

$$L_1 = 100 \text{ m}, L_2 = 50 \text{ m},$$

$$D = 10 \text{ cm}, d = 2 \text{ cm},$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, \nu = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\frac{\rho U_0^2}{2} + \rho g H + p_1 = \frac{\rho U_2^2}{2} + p_A + \Delta p_s$$

gdzie Δp_s ↷

$$U_0 \approx 0$$

$$\Delta p_s = \lambda_1 \frac{\rho U_1^2}{2} \frac{L_1}{D} + \lambda_2 \frac{\rho U_2^2}{2} \frac{L_2}{d} + \zeta_1 \frac{\rho U_1^2}{2} + \zeta_2 \frac{\rho U_2^2}{2}$$

Podstawiamy:

$$U_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad , \quad U_2 = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

I otrzymujemy w rezultacie:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2 \left(gH + \frac{p_1 - p_A}{\rho} \right)}{1 + \zeta_2 + \lambda_2 \frac{L}{d} + \left(\frac{d}{D} \right)^4 \left\{ \zeta_1 + \lambda_1 \frac{L_1}{D} \right\}}}$$

Liczby Reynoldsa dla poszczególnych odcinków rur:

$$Re_1 = \frac{U_1 D}{\nu} = \frac{4}{\pi D \nu} Q$$

$$Re_2 = \frac{U_2 d}{\nu} = \frac{4}{\pi d \nu} Q$$

Obliczamy wydatek:

$$Q \cong \frac{62.83 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{1.5 + 2500\lambda_2 + 0.0016(1 + 1000\lambda_1)}}$$

i liczby Reynoldsa

$$Re_1 \cong 2.54 \cdot 10^6 Q$$

$$Re_2 \cong 12.7 \cdot 10^6 Q$$

Wykorzystamy związek

$$\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/4}}$$

i policzymy

$$\lambda_1, \lambda_2$$

Wykonujemy kolejne przybliżenia zakładając wyjściowo $Q=0.01 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\text{Re}_1 \cong 2.5 \cdot 10^4 \quad \lambda_1 = 0.025$$

$$\text{Re}_2 \cong 12.7 \cdot 10^4 \quad \lambda_2 = 0.0167$$

Dla tych wartości wydatek $Q=0.00097 \text{ m}^3/\text{s}$ i jest on wyjściem do kolejnego przybliżenia.

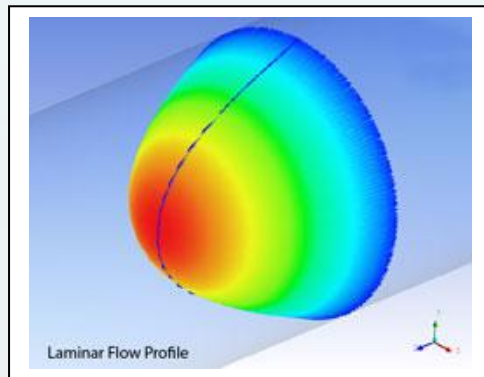
$$\text{Re}_1 = 2425 \quad \lambda_1 = 64/\text{Re} \cong 0.026$$

$$\text{Re}_2 \cong 12.1 \cdot 10^4 \quad \lambda_2 \cong 0.017$$

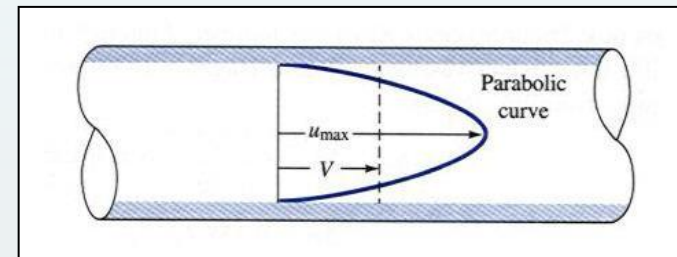
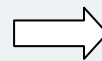
Dla tych wartości $Q=0.095 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ co kończy obliczenia.

PODSUMOWANIE - RUCH LAMINARNY, RUCH TURBULENTNY

Ruch cieczy w okrągłym przewodzie może być zgodny z wyznaczonym rozwiązaniem równań Naviera - Stokesa, opisującym niezmienny z długością, niezależny od czasu, paraboloidalny rozkład prędkości.



<http://www2.emersonprocess.com/en-US/brands/daniel/Documents/Newsletters/0610/DanielMatters-0610-index.html>



<http://me.queensu.ca/People/Sellens/images/Profiles.jpg>

Jest tak, gdy liczba Reynoldsa ma stosunkowo niewielką wartość.

$$Re = \frac{U_{sr} \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{4Q\rho}{\pi d \mu}$$

Dla takiego ruchu współczynnik

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Ruch o paraboloidalnym profilu prędkości, niezależny od czasu i dla którego prędkość nie ma składowych poprzecznych obserwujemy dla liczb Reynoldsa mniejszych od krytycznej.

Dla rury okrągłej $Re_{kr} = 2300$

Gdy zachodzi nierówność $Re < 2300$ to ruch jest laminarny – pomiędzy sąsiednimi warstwami cieczy zachodzi jedynie molekularna wymiana masy, pędu i energii.

Przykłady przepływów laminarnych



<http://www.geol.umd.edu/~jmerck/geol342/lectures/04.html>

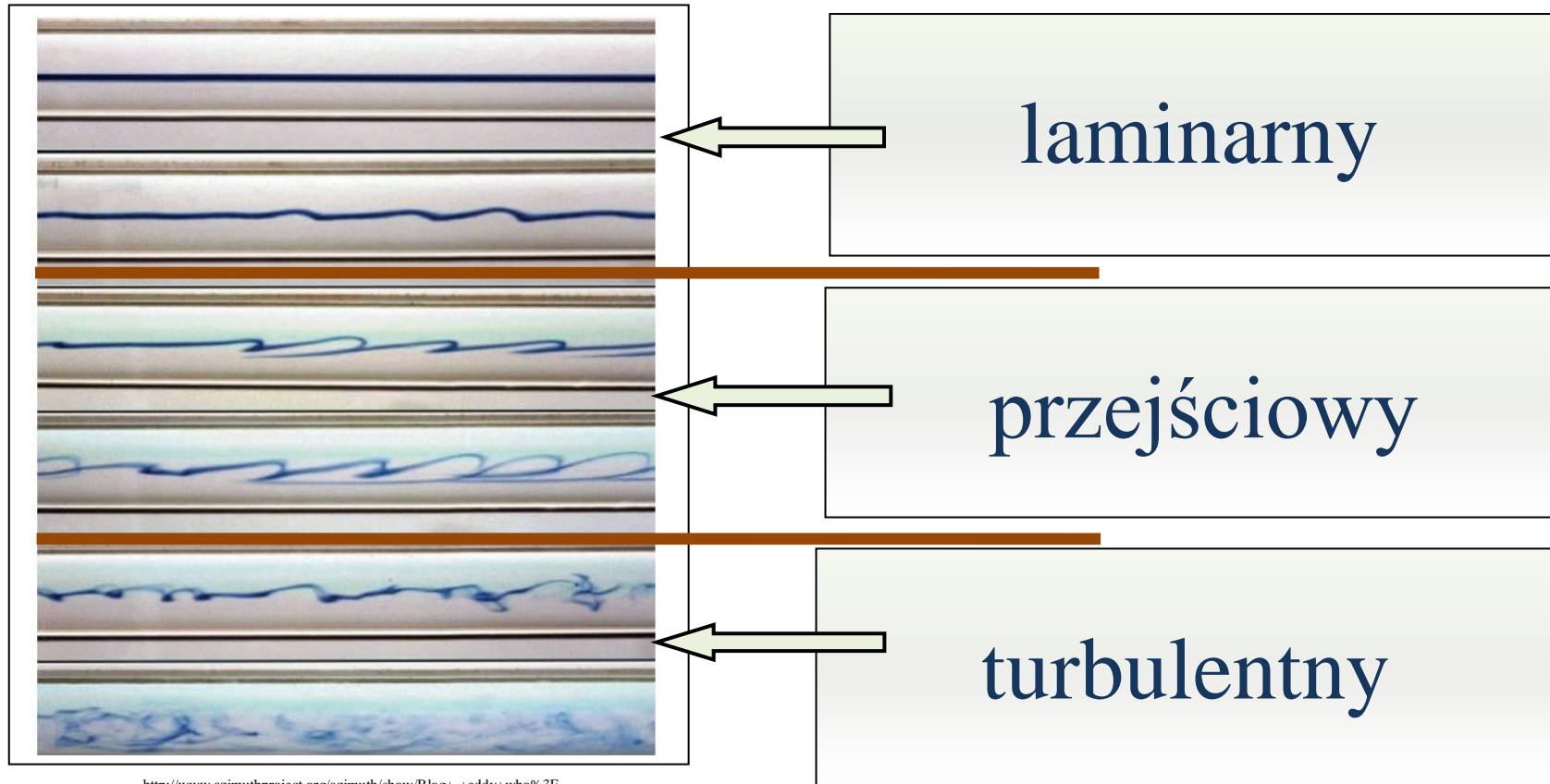


http://www.waterartsconsulting.com/waterfall_weirs



<http://my-woodcarving.blogspot.com/2011/06/updates-on-laminar-flow-nozzle.html>

Przepływ w rurze

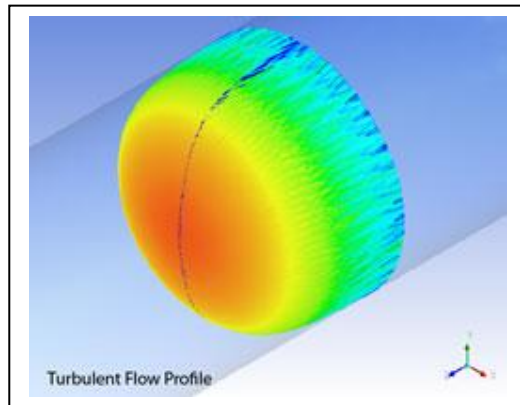


<http://www.azimuthproject.org/azimuth/show/Blog+-+eddy+who%3F>

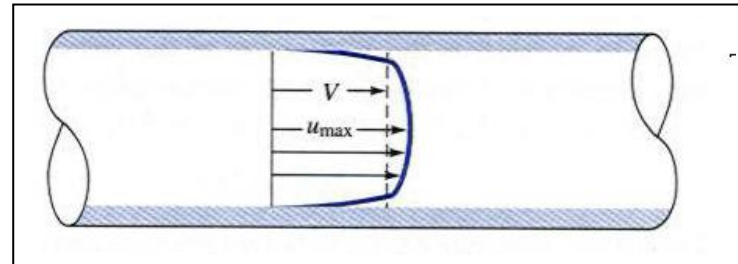
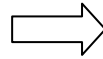
Dla większych liczb Reynoldsa pole prędkości zależy od czasu i zmiennej wzdłużnej. Obserwuje się składowe poprzeczne prędkości.

Gdy liczba Reynoldsa jest dostatecznie duża, większa od drugiej krytycznej liczby Reynoldsa to ruch jest turbulentny.

Profil prędkości dla ruchu turbulentnego w rurze



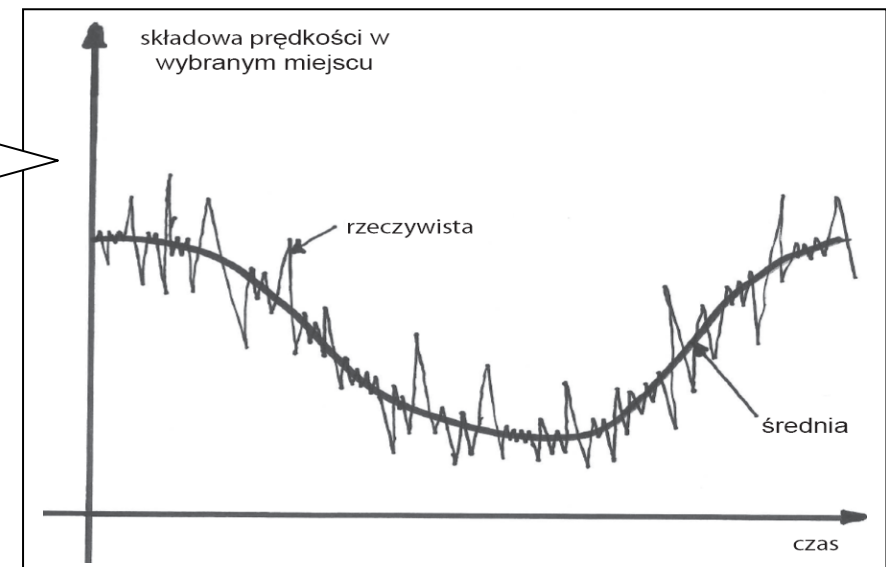
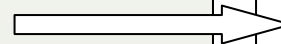
<http://www2.emersonprocess.com/en-US/brands/daniel/Documents/Newsletters/0610/DanielMatters-0610-index.html>



<http://me.queensu.ca/People/Sellens/images/Profiles.jpg>

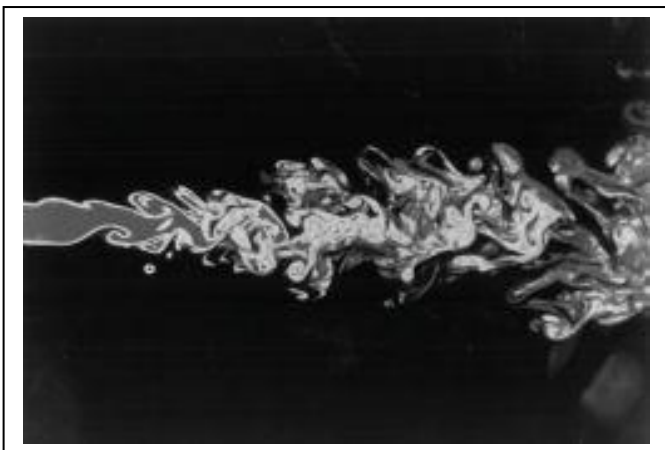
Dla ruchu turbulentnego :

- pole prędkości ma przebieg losowy (losowe oscylacje wokół wolnozmiennnej średniej)
- pomiędzy sąsiednimi warstwami płynu oprócz wymiany molekularnej, masa, pęd i energia zostają wymieniane makroskopowo

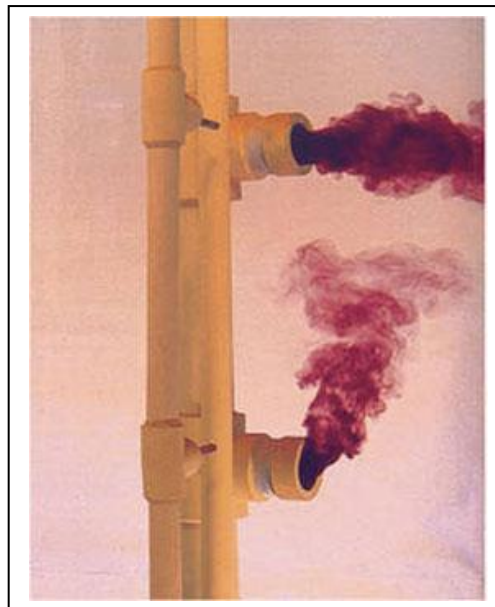


Przykłady przepływów turbulentnych

<http://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Turbulent+Flow>



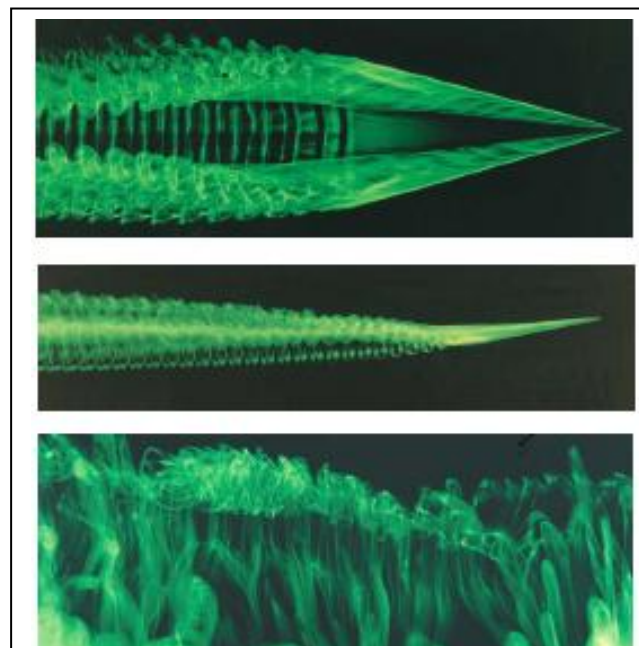
<http://www.ratiotherm.pl/pytania-i-odpowiedzi/jak-wygladaja-dobre-zasobniki-ciepla/>



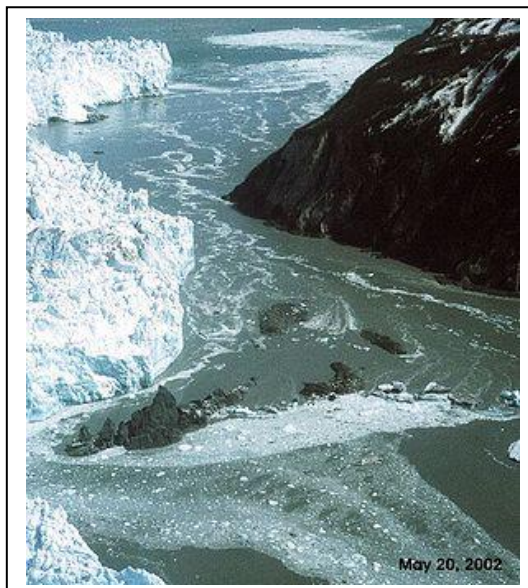
<http://knol.google.com/k/flow-separation-and-divorce-cost#>



"Gallery of Fluid Motion"-M. Samimy, K.S. Breuer



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Hubbard_Glacier_May_20.2000.jpg



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

