

# *Wytrzymałość konstrukcji 1*

## Wykład 5

# Zasady oceny bezpieczeństwa konstrukcji

**Zjawiska towarzyszące trwałym odkształceniom plastycznym**

**Hipoteza Coulomba - Treski**

**Naprężenia zredukowane**

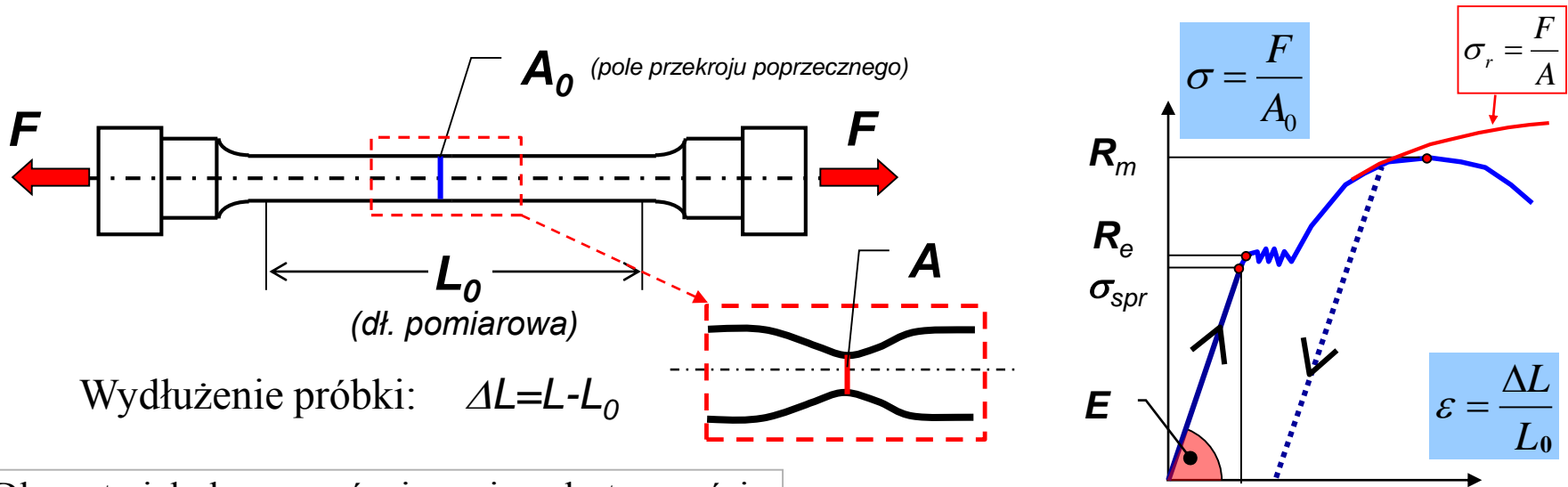
**Hipoteza Hubera-Misesa- Hencky**

**Modele materiału**

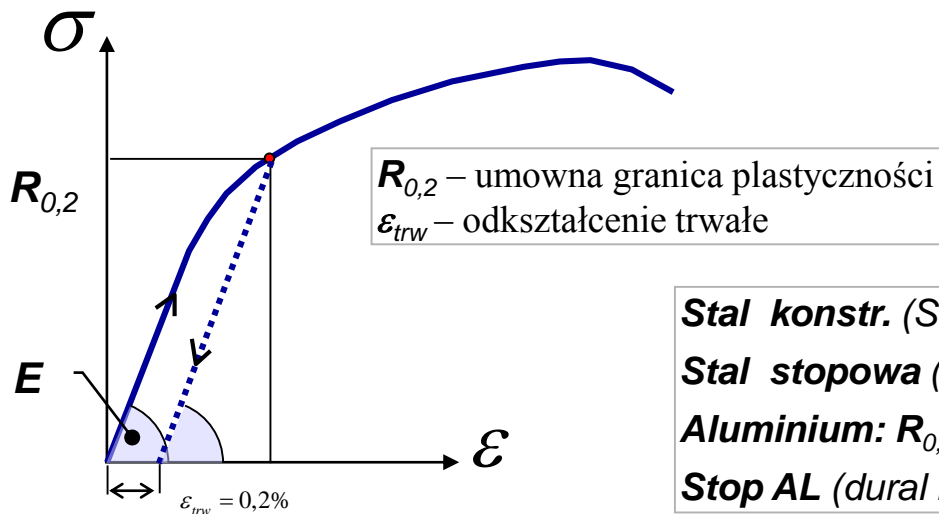
**Zniszczenie materiału**

# Statyczna próba rozciągania

Próba rozciągania próbki wykonanej z materiału o wyraźnej granicy plastyczności:



Dla materiału bez wyraźnej granicy plastyczności:

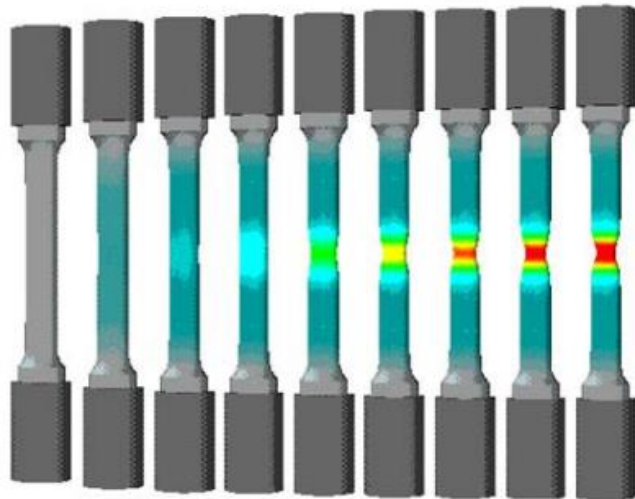


$E$  – moduł Younga  
 $\sigma_{spr}$  – granica sprężystości  
 $R_e$  – granica plastyczności  
 $R_m$  – granica wytrzymałości doraźnej

$\sigma_r$  – naprężenia rzeczywiste  
 $A$  – rzeczywiste pole przekroju poprzecznego

**Stal konstr. (ST3S) :**  $R_e = 200 \text{ MPa}$   $R_m = 450 \text{ MPa}$   
**Stal stopowa (Cr-Ni-Mo) :**  $R_e = 870 \text{ MPa}$   $R_m = 1020 \text{ MPa}$   
**Aluminium:**  $R_{0,2} = 120 \text{ MPa}$   $R_m = 140 \text{ MPa}$   
**Stop AL (dural PA9):**  $R_{0,2} = 490 \text{ MPa}$   $R_m = 570 \text{ MPa}$

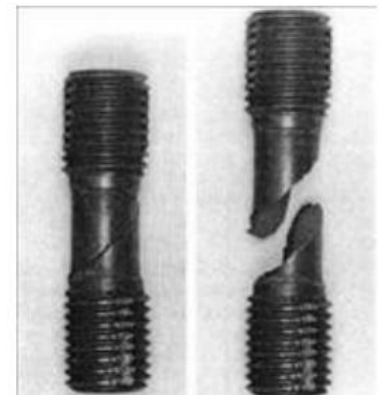
# Rodzaje próbek i typy przelomów



0,0

0,7

Narastanie odkształceń plastycznych w „szyjce”



Przykłady przelomów próbek po próbach rozciągania

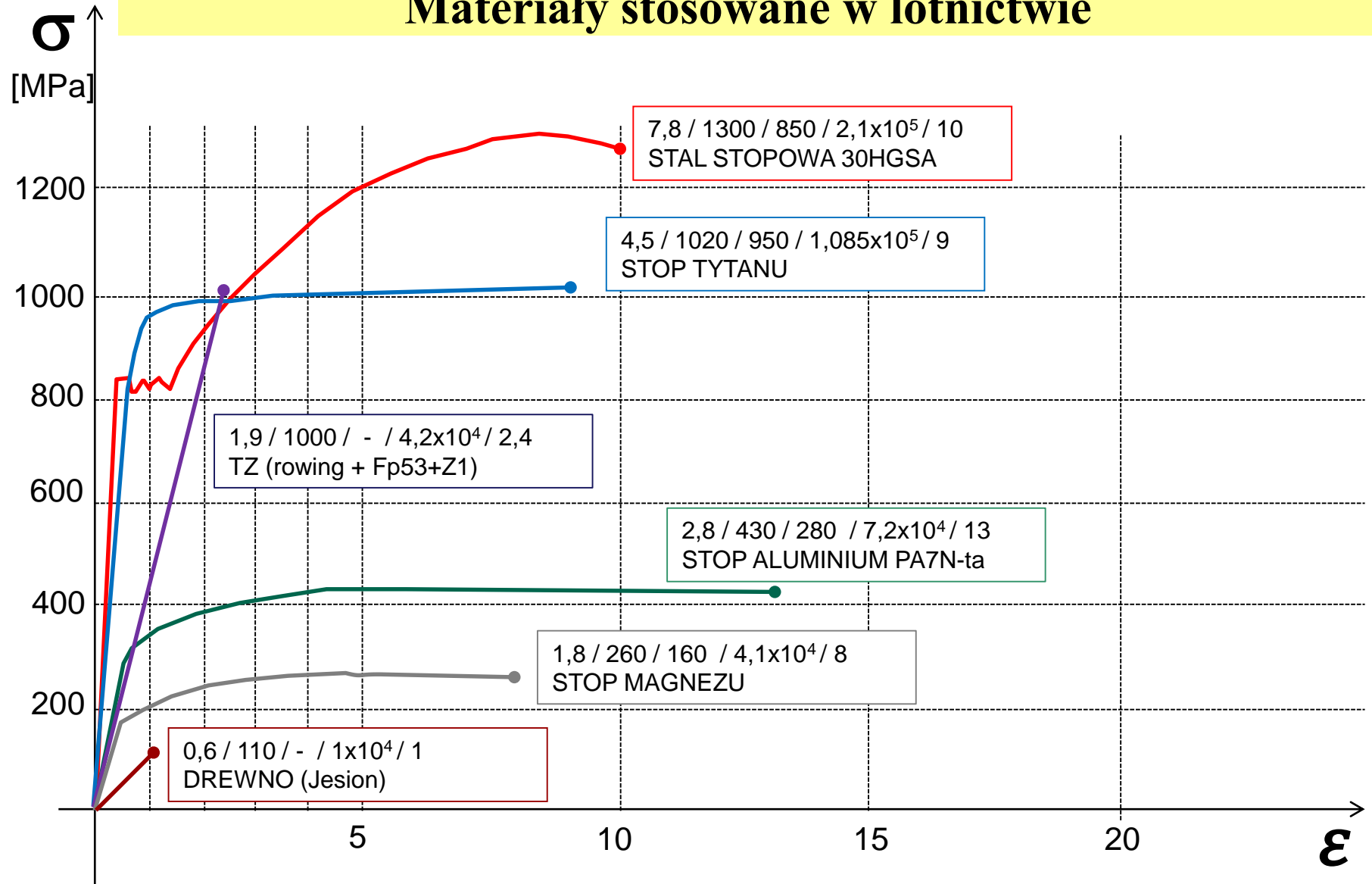
- a) przelom rozdzielczy kruchy,
- b) przelom rozdzielczy wiązki
- c) przelomy rozdzielczy wiązki i poślizgowy
- d) przelom poślizgowy

# Własności wytrzymałościowe i zmęczeniowe metali

Tablica 15.2. Własności wytrzymałościowe i zmęczeniowe metali w temperaturach obniżonych

Materiał (nazwa, gatunek)	Przybliżone oznaczenie wg PN	Skład chemiczny (orientacyjny)	Stan	Wytrzymałość na roz- ciąganie $R_m$ ( $R_r$ ), MPa			Granica plastyczności $R_e$ ( $Q_r$ ), MPa			Liczba cykli	Wytrzymałość zmęczeniowa, MPa			
				w temperaturach, °C			w temperaturach, °C				rodzaj wytrzymałości zmęczeniowej	w temperaturach, °C		
				+20	-78	-190	+20	-78	-190			+20	-78	-190
Stal węglowa	St3	0,2 C	surowy	450	570	900	280	460	850	$10^7$	$Z_{ro}$	130	165	320
	St5	0,3 C	surowy	580	800		320	670		$10^7$	$Z_{ro}$	180	230	550
Stal kon- strukcyjna wyzszej jakości	08X	0,08 C; 0,59 Mn	normalizowany	410	500	780	280	370		$10^6$	$Z_{ro}$	200	270	560
	40	0,40 C; 0,78 Mn; 0,43 Si	wyżarzony	600	720	920	340	480		$10^6$	$Z_{ro}$	230	320	630
	65	0,64 C; 0,75 Mn	normalizowany	775	870	980	400	450	970	$10^6$	$Z_{ro}$	270	370	670
Stale kon- strukcyjne stopowe do nawęglania	Cr-Mo	0,22 C; 0,60 Mn 0,83 Cr, 0,22 Mo	hartowane i odpuszczane	940	1050	1320	830	960	1250	$10^6$	$Z_{ro}$	480	550	730
	Cr-Ni-Mo	0,34 C; 0,45 Mn; 2,27 Ni, 1,88 Cr, 0,4 Mo	hartowane i odpuszczane	1020	1150	1400	870	980	1240	$10^6$	$Z_{ro}$	550	610	780
Stale nierdzewne	Cr-Ni	18,5 Cr, 8,82 Ni	walcowane na zimno	1450	1650	2000	1000	1350		$10^6$	$Z_{go}$	760	860	1050
	Cr-Ni	17,0 Cr, 6,5 Ni 0,37 Ti, 0,12 Al	wyżarzony	1250	1380	1650	1200	1350		$10^6$	$Z_{go}$	650	850	1100
Aluminium	Al	0,99 Al	półtwardy	140	150	200	120	120		$10^6$	$Z_{go}$	90	105	
Stop Al	Pa28	3,8+4,4 Cu		480	520	600	330	340	470	$10^6$	$Z_{go}$	230	260	370
Dural	PA9	5,7 Zn; 2,8 Mg; 1,5 Cu		570	600	690	490	510	610	$10^6$	$Z_{go}$	230	260	410
Braz aluminiowy	BA94A	9,0 Al		540	570	660	340	370		$10^6$	$Z_{go}$	270	340	420

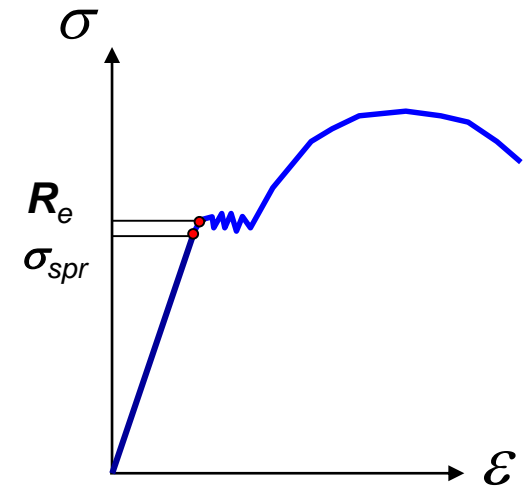
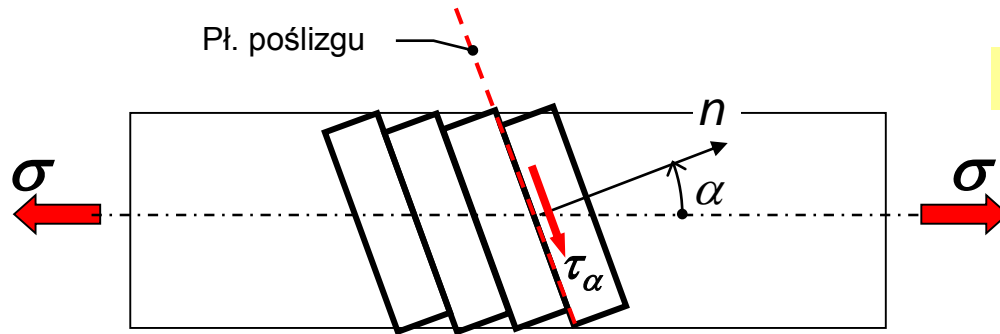
# Materiały stosowane w lotnictwie



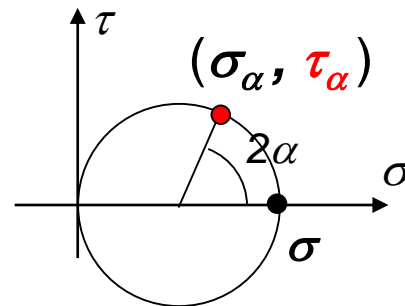
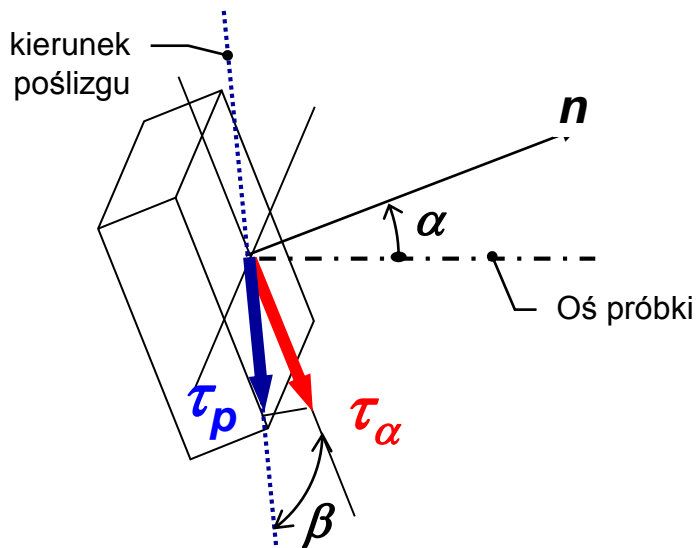
$\rho$  /  $R_m$  /  $R_e$  /  $E$  /  $A_5$   
 g/cm<sup>3</sup> MPa MPa MPa %

# Zjawiska towarzyszące trwałym odkształceniom plastycznym

Płynięciu materiału towarzyszy zjawisko poślizgu



Próbka z monokryształu



Poślizg nastąpi, gdy:

$\tau_p = \tau_0$  – krytyczna wartość ścinania

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} \sigma \cdot \sin 2\alpha = \sigma \cdot \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\tau_p = \sigma \cdot \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta = \tau_0$$

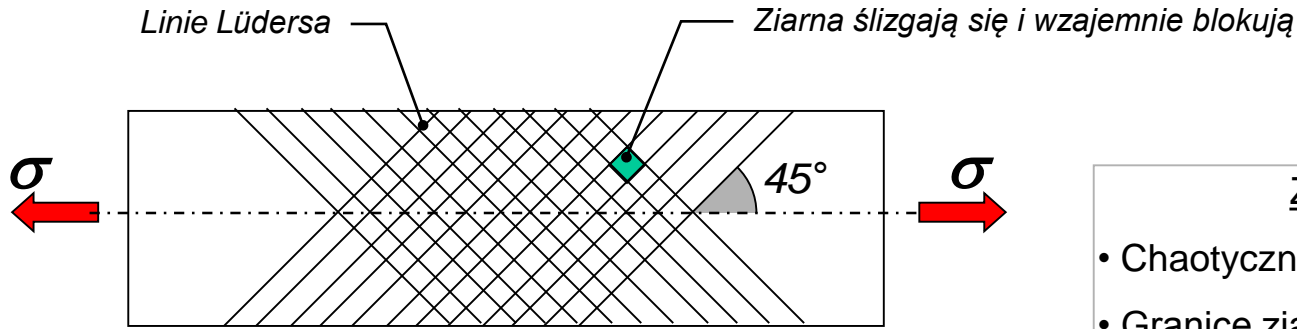
Prawo Schmid'a

$\alpha, \beta$  - stałe względem siatki monokryształu, ale różne wzgl. osi próbki

Wniosek: Pojawienie się w monokryształe trwałych odkształceń zależy wyłącznie od wartości  $\tau_p$

# Hipoteza Coulomba - Treski

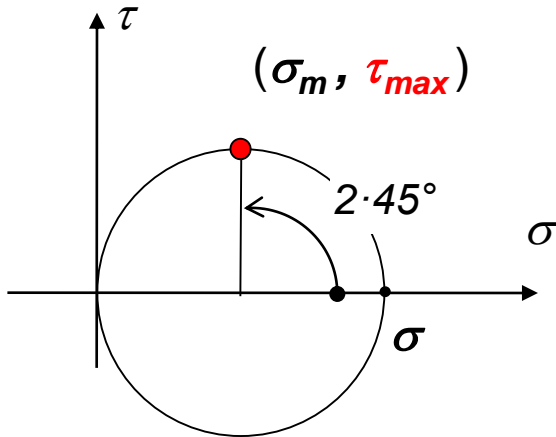
W materiale polikrystalicznym (*metale stosowane w technice*)



Próbka z miękkiej stali o wyraźnej granicy plastyczności

## ZJAWISKA:

- Chaotyczne ustawienie ziaren
- Granice ziaren blokują proces poślizgu
- Poślizgi – odkształcenia niejednorodne
- Kolejne ziarna ulegają uplastycznieniu (*poddają się poślizgom*)



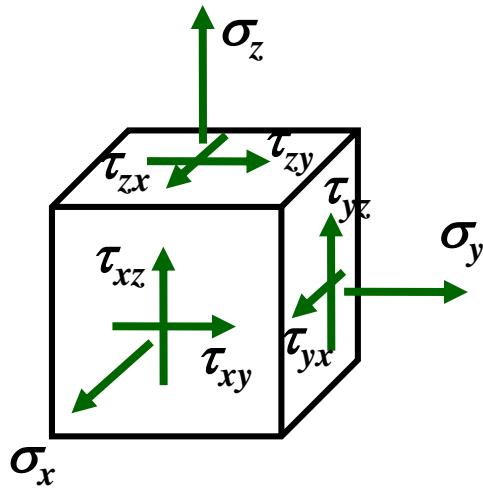
Całe odkształcenie powstaje na skutek poślizgu !

## Hipoteza $\tau_{max}$ (Coulomba-Treski):

Wartość  $\tau_{max}$  stanowi miarę niebezpieczeństwa jaką przedstawia dany stan naprężenia z uwagi na pojawienie się pierwszych makroskopowych trwałych odkształceń

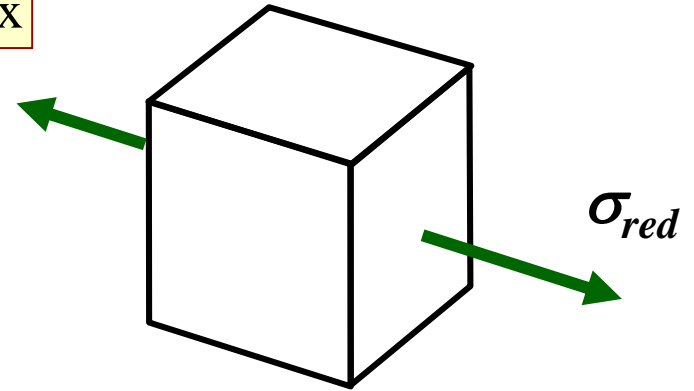
# Naprężenia zredukowane

Naprężenia zredukowane, to zastępczy stan jednowymiarowy rozciągania, który pod względem bezpieczeństwa odpowiada stanowi analizowanemu

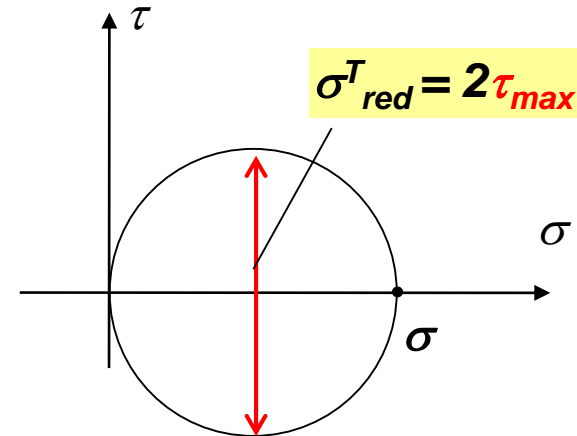
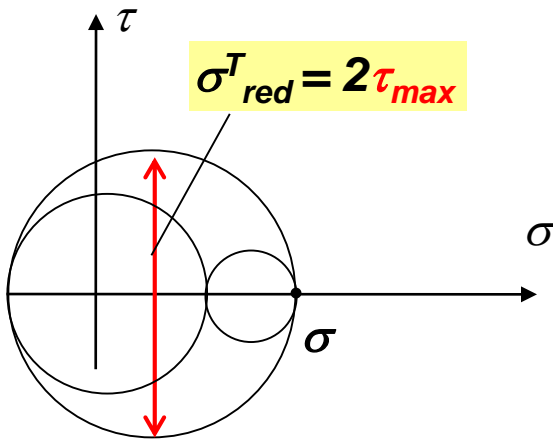


Dowolny stan naprężenia

$$\sigma_{red}^T = 2 \cdot \tau_{max}$$



Równoważny (pod względem bezpieczeństwa) stan rozciągania

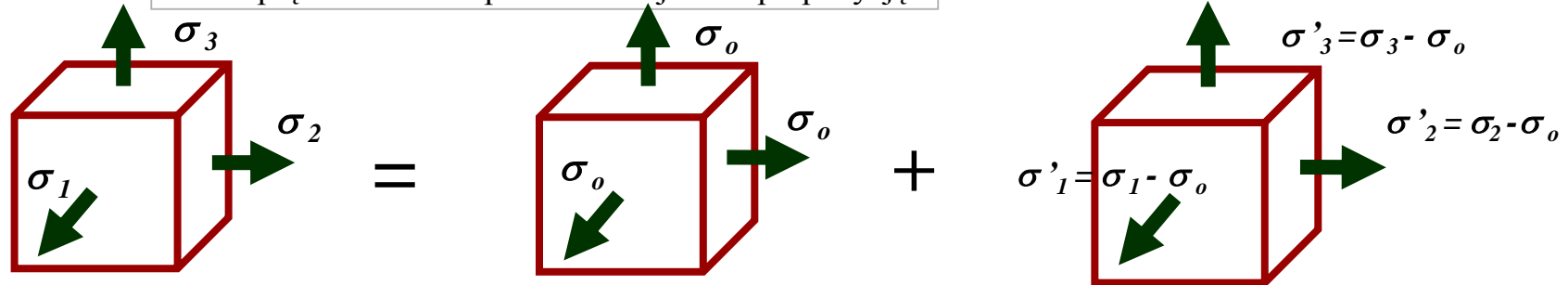


Jeśli  $\tau_{max}$  jest takie samo, to stany są takie same pod względem bezpieczeństwa



# Hipoteza Hubera-Misesa- Hencky

Stan naprężenia można przedstawić jako superpozycję:

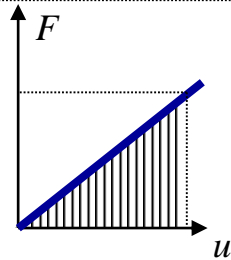
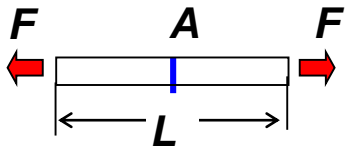


$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Tensor kulisty (zmiana obj.)

Dewiator (odksz. postaciowe)

Energia sprężysta rozciągania:



$$U = \frac{1}{2} F \cdot u = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{A} \cdot \frac{u}{L} A \cdot L = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot V$$

$$U' = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon$$

Gęstość energii (energia właściwa)

Gęstość energii odkształcenia postaciowego dla stanu trójwymiarowego (energia właściwa)

$$U' = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 \cdot \varepsilon'_1 + \sigma'_2 \cdot \varepsilon'_2 + \sigma'_3 \cdot \varepsilon'_3)$$

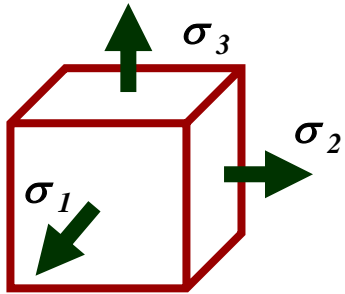
$$\varepsilon'_1 = \frac{1}{E} (\sigma'_1 - \nu(\sigma'_2 + \sigma'_3))$$

$$\varepsilon'_2 = \frac{1}{E} (\sigma'_2 - \nu(\sigma'_3 + \sigma'_1))$$

$$\varepsilon'_3 = \frac{1}{E} (\sigma'_3 - \nu(\sigma'_1 + \sigma'_2))$$

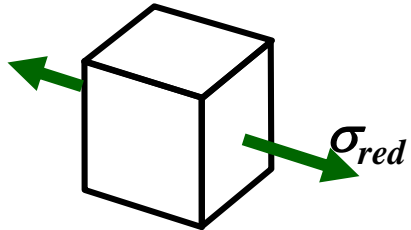
# Hipoteza Hubera-Misesa- Hencky

Gęstość energii odkształcenia postaciowego dla stanu trójwymiarowego (energia właściwa)



$$U' = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \right\}$$

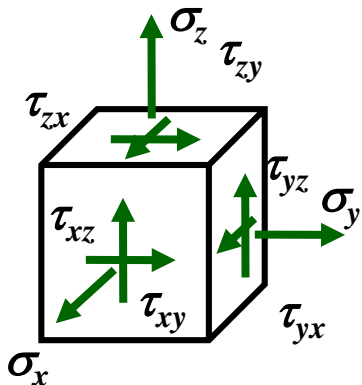
Gęstość energii dla stanu jednowymiarowego rozciągania



$$U' = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left[ (\sigma_{red})^2 + (\sigma_{red})^2 \right] \right\} = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \sigma_{red}^2$$

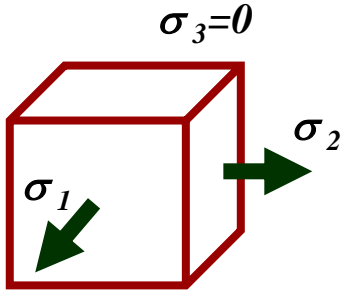
Upłastycznienie nastąpi, gdy gęstość energii odkształcenia postaciowego (na jednostkę objętości) jest równa lub przekroczy gęstość energii, dla której ten sam materiał uplastycznia się w prostej próbie rozciągania.

$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]}$$



$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

# Powierzchnia plastyczności



Dla płaskiego stanu naprężenia (PSN)

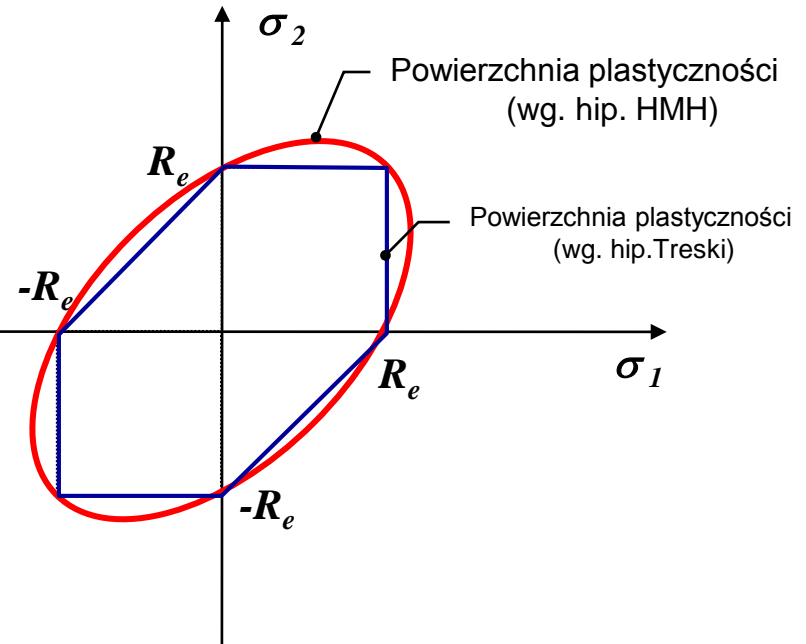
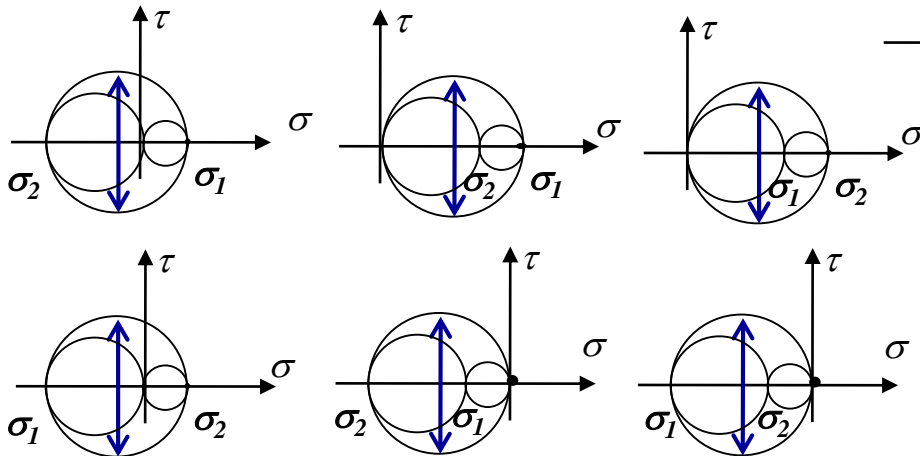
Materiał osiągnie pierwsze uplastycznienie gdy  $\sigma_{red} = R_e$

Według hipotezy HMH

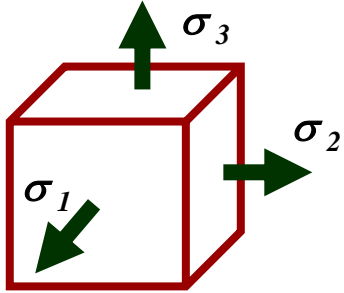
$$(\sigma_{red}^{HMH})^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = R_e^2$$

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = R_e^2$$

Według hipotezy  $\tau_{max}$



# Powierzchnia plastyczności

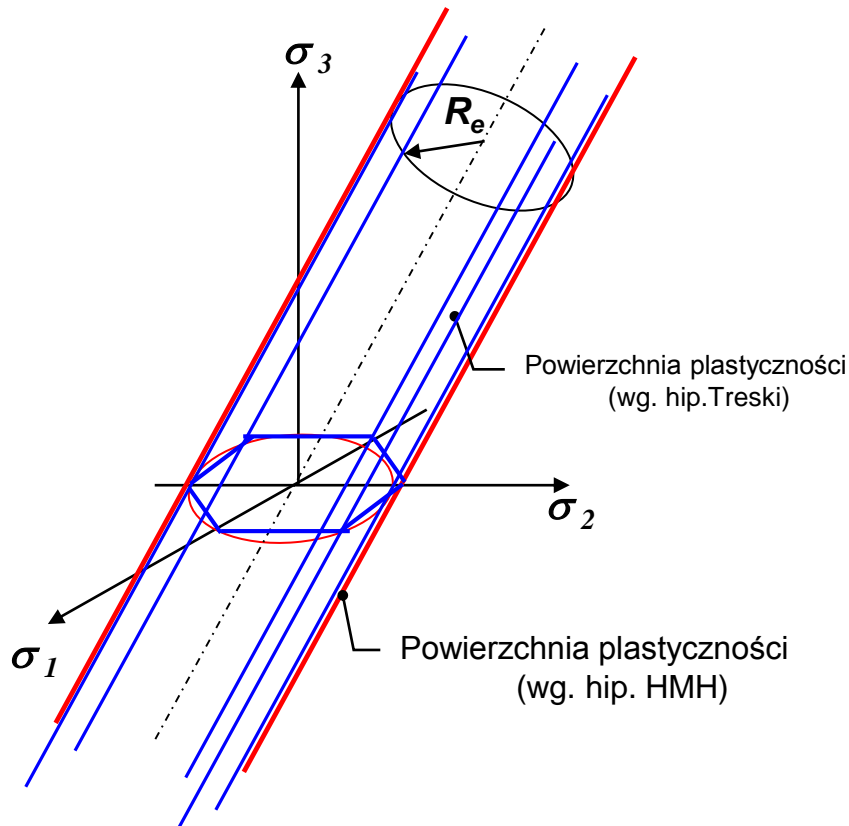


Dla trójwymiarowego stanu naprężenia (3D)

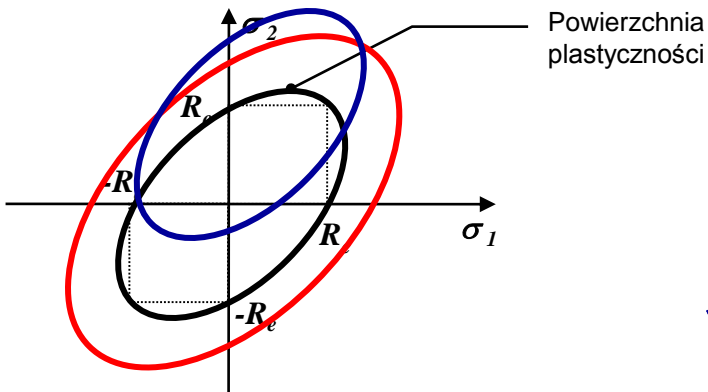
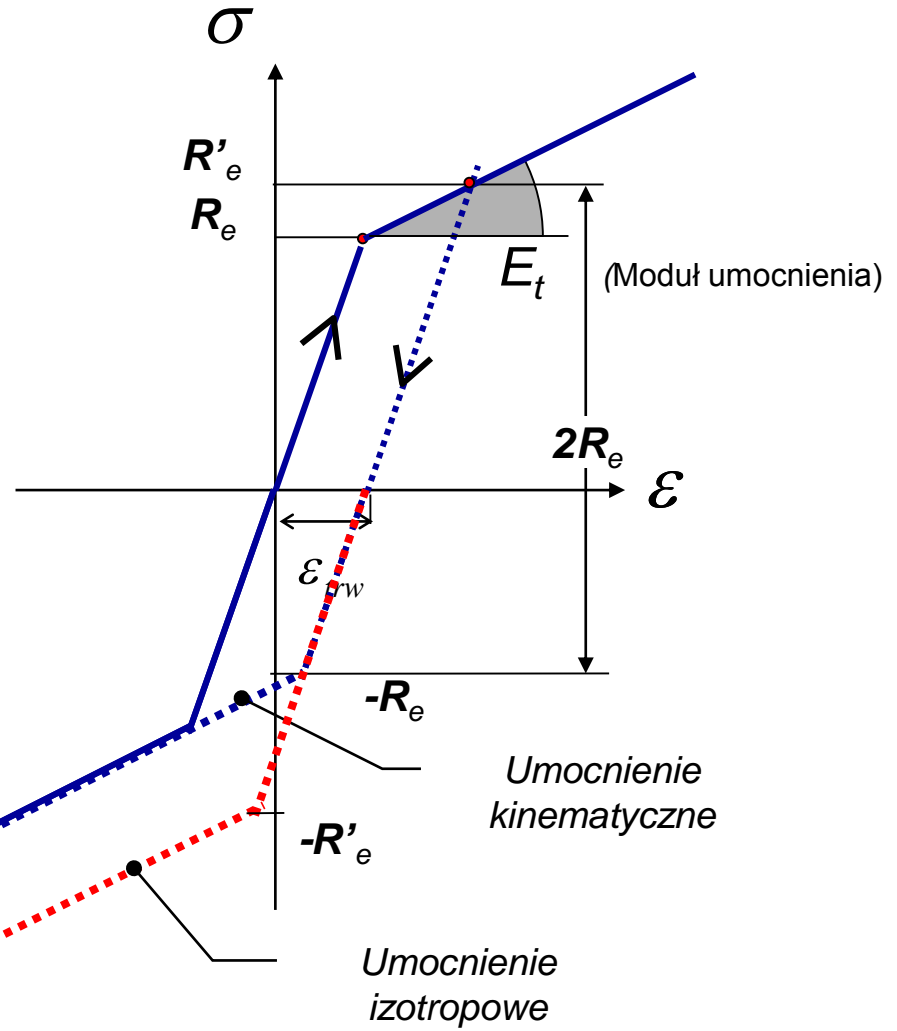
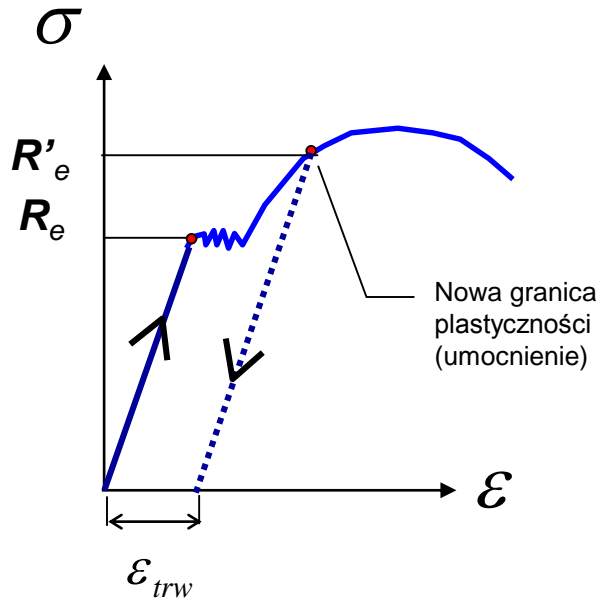
Materiał osiągnie pierwsze uplastycznienie gdy  $\sigma_{red} = R_e$

Według hipotezy HMH

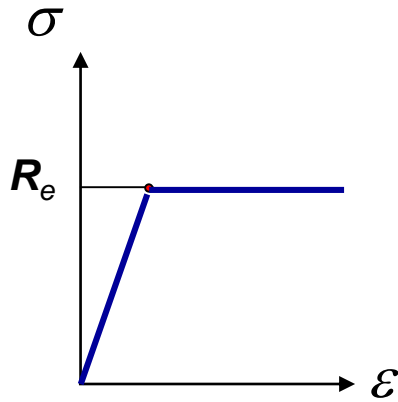
$$(\sigma_{red}^{HMH})^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = R_e^2$$



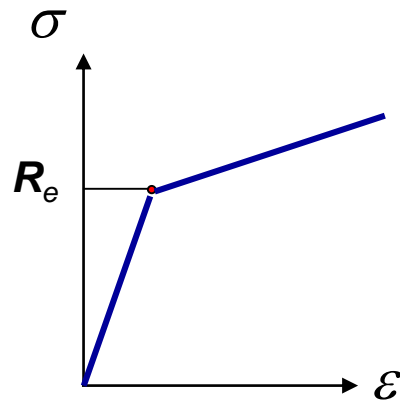
# Umocnienie materiału



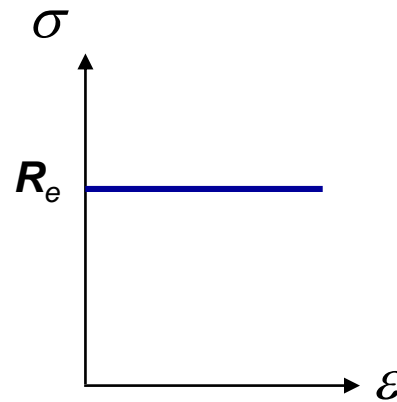
# Modele materiału



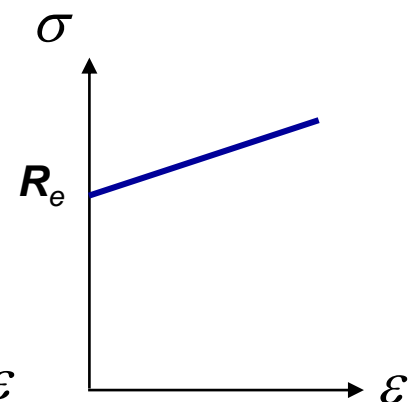
Sprężysto  
idealnie plastyczny



Sprężysto  
plastyczny  
z umocnieniem



Sztywno  
idealnie plastyczny



Sztywno  
plastyczny  
z umocnieniem

Ogólnie:

$$\varepsilon = f\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}, t\right)$$

## Reologia:

Pełzanie  $\sigma = const$

Relaksacja  $\varepsilon = const$

## Współczynnik bezpieczeństwa

Ze względu na możliwe błędy (*obliczenia, wykonanie, eksploatacja*) dopuszczamy niższy poziom tzw. naprężenia dopuszczalnego:

$$k_r = \frac{R_e}{n_e}$$

$$k_r = \frac{R_m}{n_m}$$

$n_e, n_m$  – współczynniki bezpieczeństwa

### Zniszczenie konstrukcji:

- Uplastycznienie,
- Przekroczenie nośności granicznej (konstrukcja staje się mechanizmem)
- Pękanie, zmęczenie,
- Utrata stateczności.

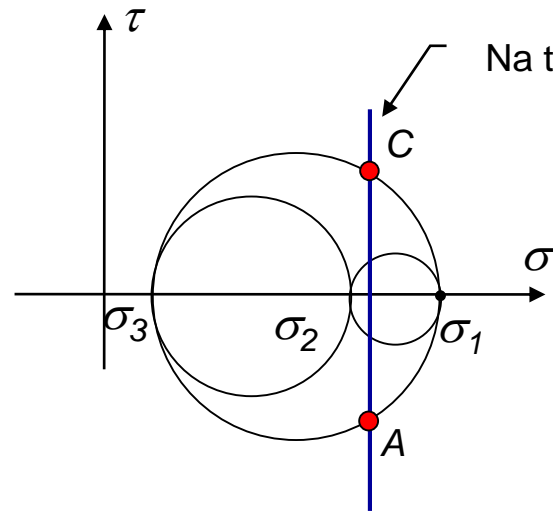
Jeśli w danym stanie naprężenia ma być spełniony warunek bezpieczeństwa, to:

$$\sigma_{red} \leq k_r$$

# Zniszczenie materiału

## Hipoteza Mohra

O zniszczeniu materiału decyduje wartość naprężeń w jednym szczególnym przekroju



O zniszczeniu decyduje tylko zewnętrzne koło Mohra !

