

6.2. DWUWYMIAROWE ZADANIE TEORII SPRĘŻYSTOŚCI. BADANIE WSPÓLCZYNNIKÓW KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ

6.2.1. Wprowadzenie

Zadanie dwuwymiarowe teorii sprężystości jest szczególnym przypadkiem zadania trójwymiarowego, kiedy to problem można rozwiązać analizując reprezentatywny płaski obszar sprężysty, na którego brzegu znane są warunki przemieszczeniowe lub obciążenia, a wewnątrz obszaru działają siły objętościowe. W szczególnych, prostych przypadkach znane są analityczne rozwiązania tego typu zadań. Typowymi zadaniami dwuwymiarowymi teorii sprężystości są przypadki:

- cienkich tarcz o dowolnym kształcie pracujących w stanie błonowym (płaski stan naprężenia **PSN** – ang. *Plane stress*)
- brył pryzmatycznych, w których można przyjąć brak swobody odkształceń w kierunku normalnym do płaszczyzny analizowanego przekroju (płaski stan odkształcenia **PSO** – ang. *Plane strain*)
- brył obrotowych obciążonych osiowoosymetrycznie (osiowa symetria **OS** – ang. *Axisymmetry*)

Z punktu widzenia MES wszystkie te zadania można rozwiązać dokonując dyskretyzacji płaskiego obszaru odpowiadającego reprezentatywnemu przekrojowi analizowanego obiektu. Należy przy tym pamiętać, że użyte elementy skończone muszą korzystać z odpowiednich postaci prawa Hooke'a właściwych dla każdego z wcześniej wymienionych typów (odpowiednie opcje elementu: *Plane stress, Plain strain, Axisymmetry*).

6.2.2. Rozwiązywane zagadnienie

Celem ćwiczenia jest analiza MES naprężeń i odkształceń powstałych w cienkiej tarczy duralowej obciążonej stałym rozkładem naprężeń rozciągających o wypadkowej P . Uzyskane numerycznie współczynniki koncentracji naprężeń w dnie karbów należy porównać z wartościami podanymi w literaturze.

Dane:

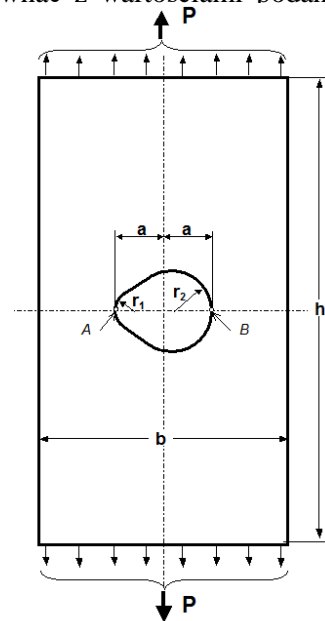
$b=500\text{mm}$, $h=800\text{mm}$, $\delta=2\text{mm}$ (grubość),

$r_1=25\text{mm}$, $r_2=50\text{mm}$, $a=60\text{mm}$,

$E=7 \cdot 10^4 \text{MPa}$, $\nu=0.32$

$P=20\text{kN}$

W zadaniu należy porównać wyniki uzyskane dla różnych gęstości siatek (wpływ dyskretyzacji) i różnych typów elementów skończonych (wpływ aproksymacji wewnątrz elementu – funkcji kształtu).



Rys.6.2.1. Model tarczy z karbami

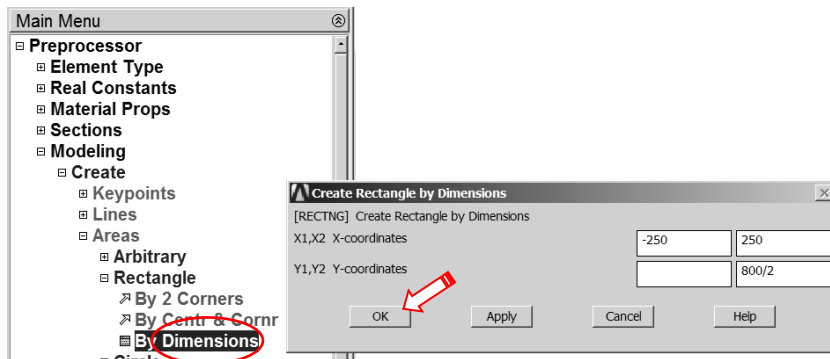
6.2.3. TYPOWY PRZEBIEG ANALIZY NUMERYCZNEJ

Biorąc pod uwagę symetrię tarczy (kształtu i obciążenia) do obliczeń można przyjąć jedynie połowę analizowanego obiektu. Wygodnymi jednostkami są: mm, N, MPa.

6.2.3.1. Preprocessor

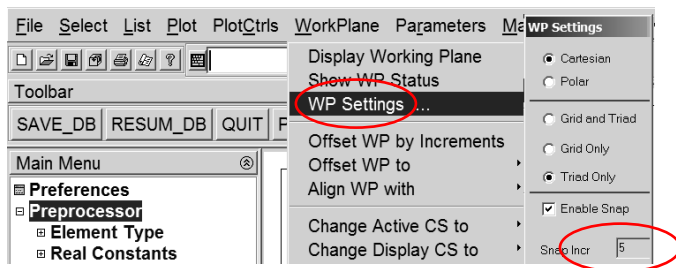
Budowa modelu geometrycznego (*solid model*) zostanie przeprowadzona techniką *Up_bottom*, tzn. wykorzystane zostaną tzw. prymitywy:

a) Utwórz prostokąt o wymiarach 500 na 800/2 mm:

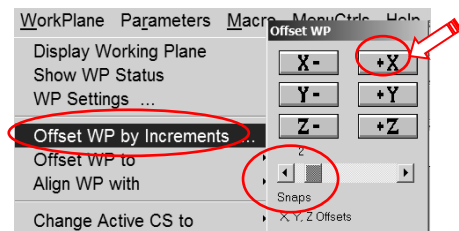


Rys. 6.2.2. Ustalenie wymiarów prostokąta

b) Ustaw krok=5mm dla WorkPlane i przesun Workplane o dwa kroki w prawo:

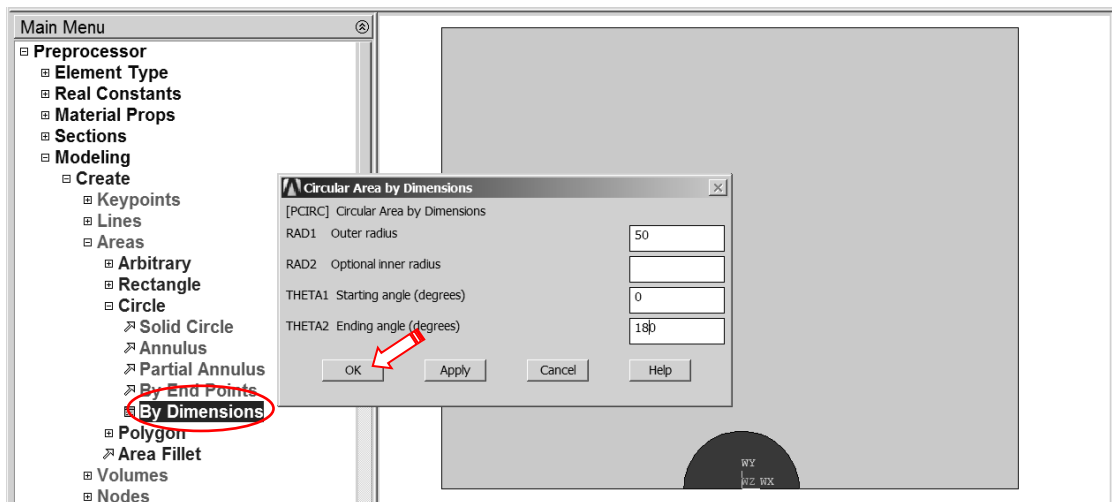


Rys. 6.2.3. Ustalenie kroku dla WorkPlane



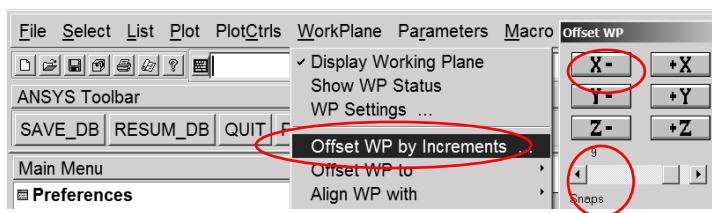
Rys. 6.2.4. Przesunięcie WorkPlane o dwa kroki w prawo

c) Utwórz półkoło o promieniu $r_2=50$ mm w miejscu WorkPlane:



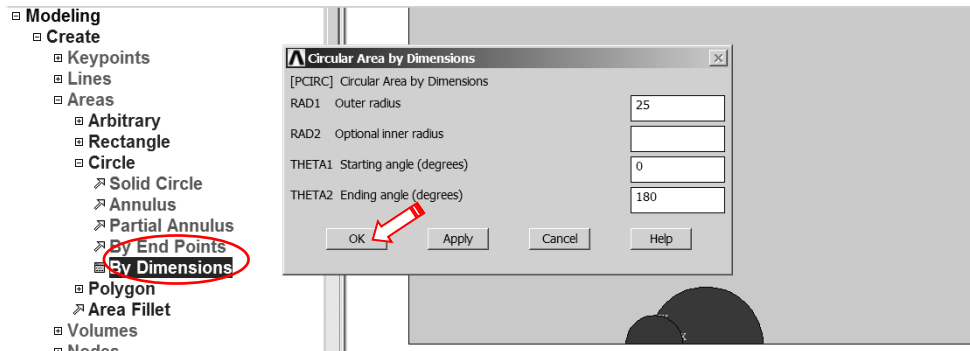
Rys. 6.2.5. Utworzenie półkoła o promieniu r_2

d) Przesun WorkPlane o dziewięć kroków w lewo:



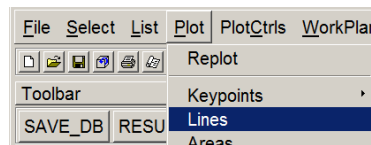
Rys. 6.2.6. Przeniesienie WorkPlane o dziewięć kroków w lewo

e) Utwórz półkole o promieniu $r_1=25\text{mm}$ w miejscu WorkPlane:



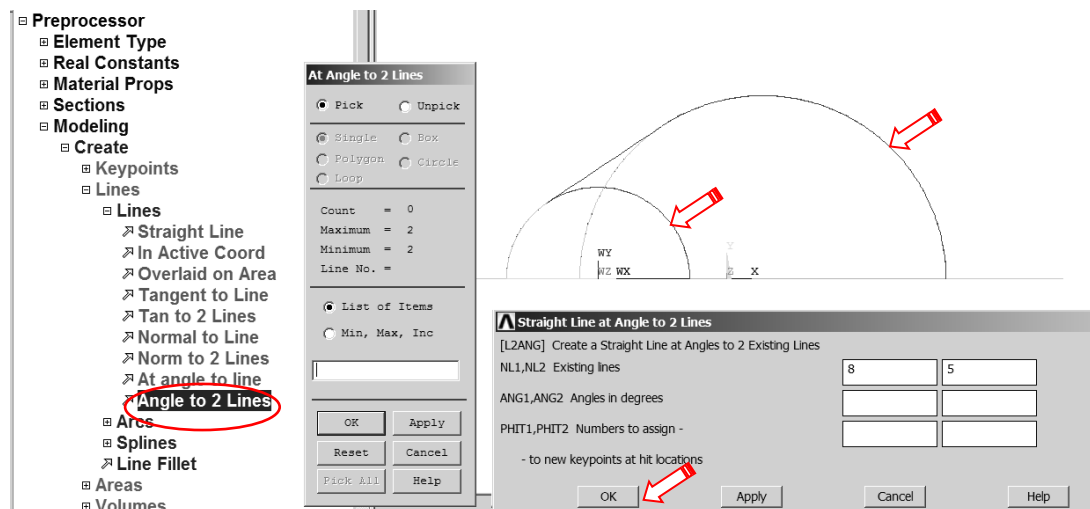
Rys. 6.2.7. Utworzenie półkola o promieniu r_1

f) Pokaż linie modelu:



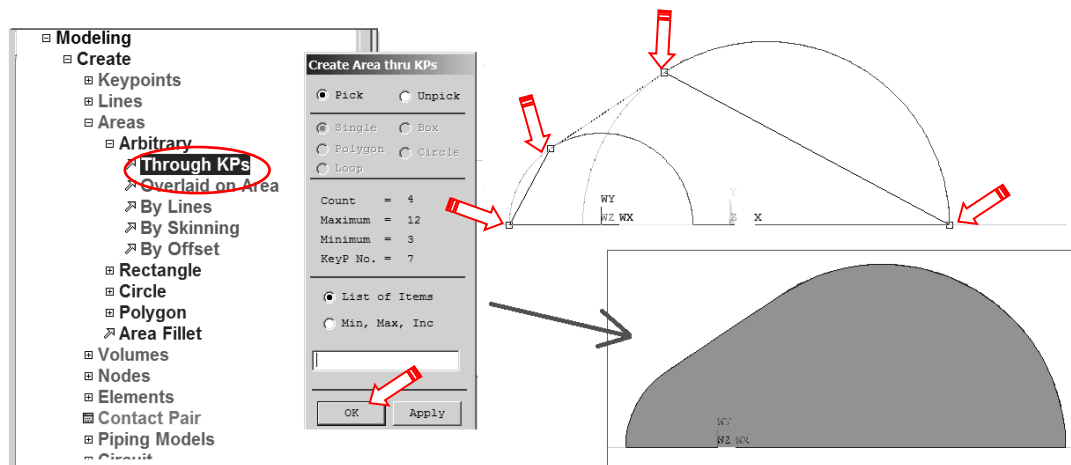
Rys. 6.2.8. Wskazanie polecenia rysowania linii

g) Wykonaj powiększenie okolicy półkole i utwórz linię styczną do obu okręgów:



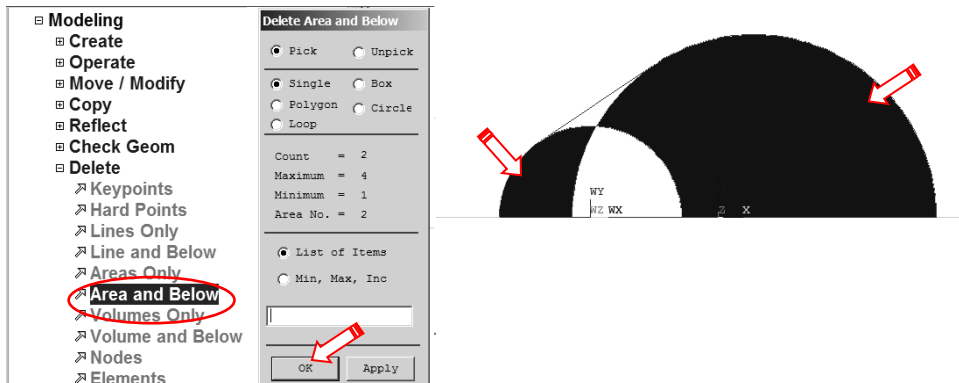
Rys. 6.2.9. Utworzenie linii stycznej do okręgów

h) Utwórz pole wykroju w tarczy przez wskazanie punktów:



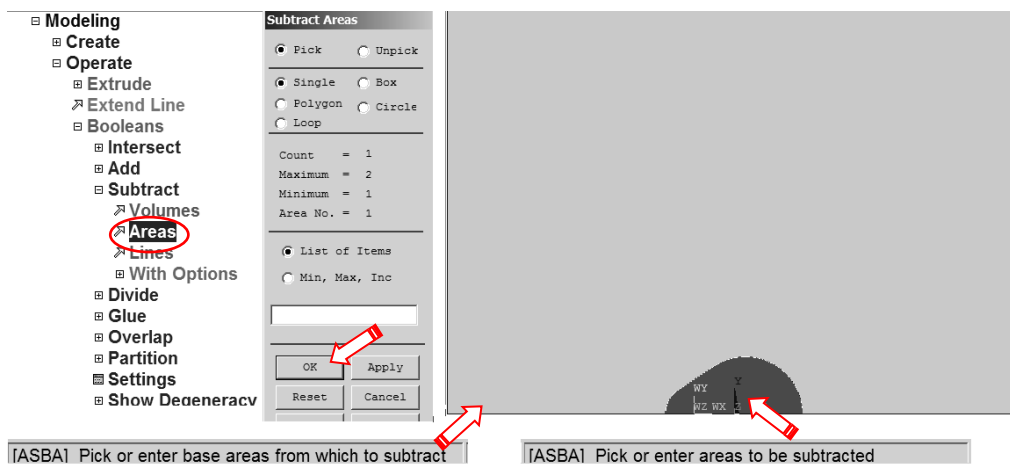
Rys. 6.2.10. Utworzenie pola wykroju w tarczy

i) Usuń pola obu półkoli (wraz z ich liniami i punktami geometrii):



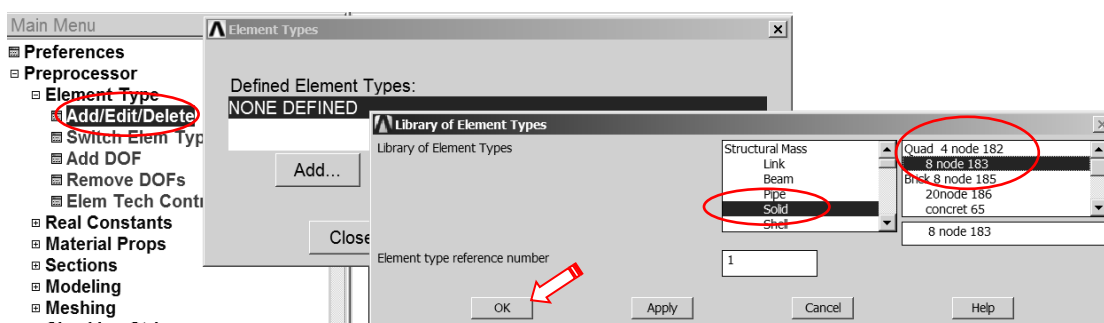
Rys. 6.2.11. Usunięcie niepotrzebnych półkoli

j) Odejmij od dużego prostokąta uzyskaną w punkcie h) figurę:

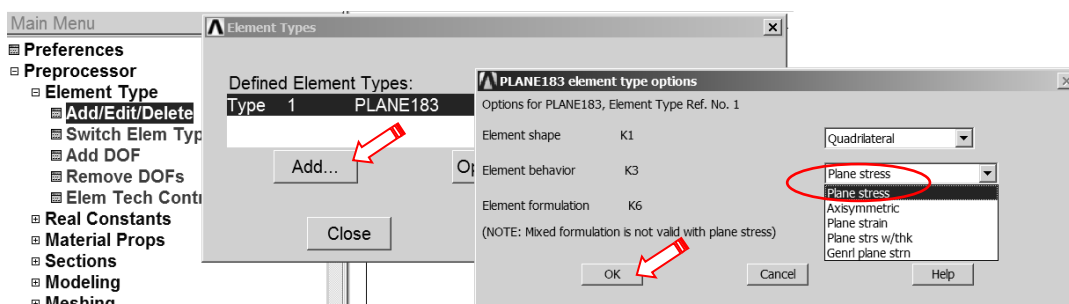


Rys. 6.2.12. Odjęcie od prostokąta zbudowanego w punkcie a) figury utworzonej w punkcie h)

Wybór typu elementu skończonego (element 8-węzłowy: PLANE183 lub element 4-węzłowy: PLANE182) i jego odpowiedniego wariantu (*Plane stress*):

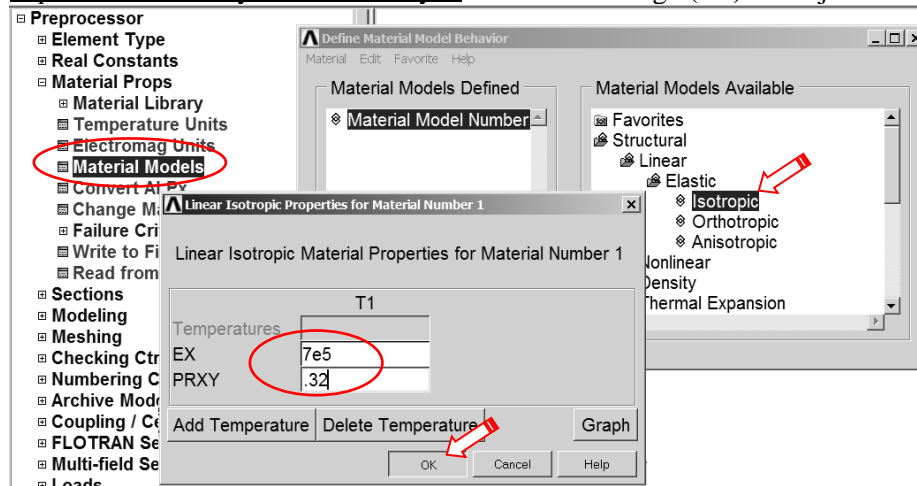


Rys. 6.2.13. Wskazanie typu elementu z biblioteki



Rys. 6.2.14. Ustalenie opcji elementu

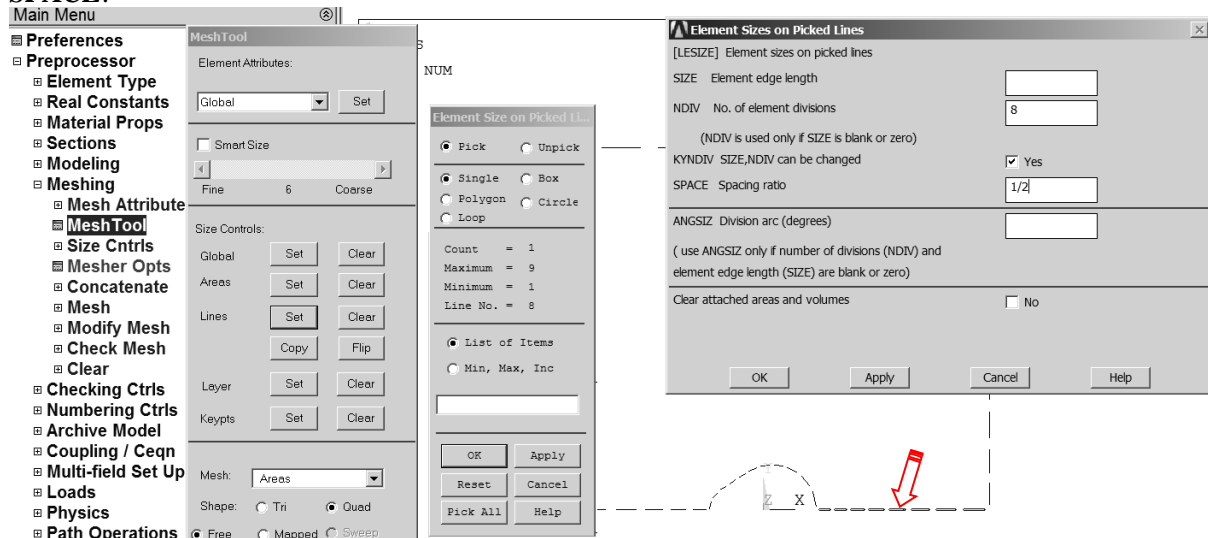
Wprowadzenie danych materiałowych – modułu Younga (EX) i stałej Poissona ($PRXY$):



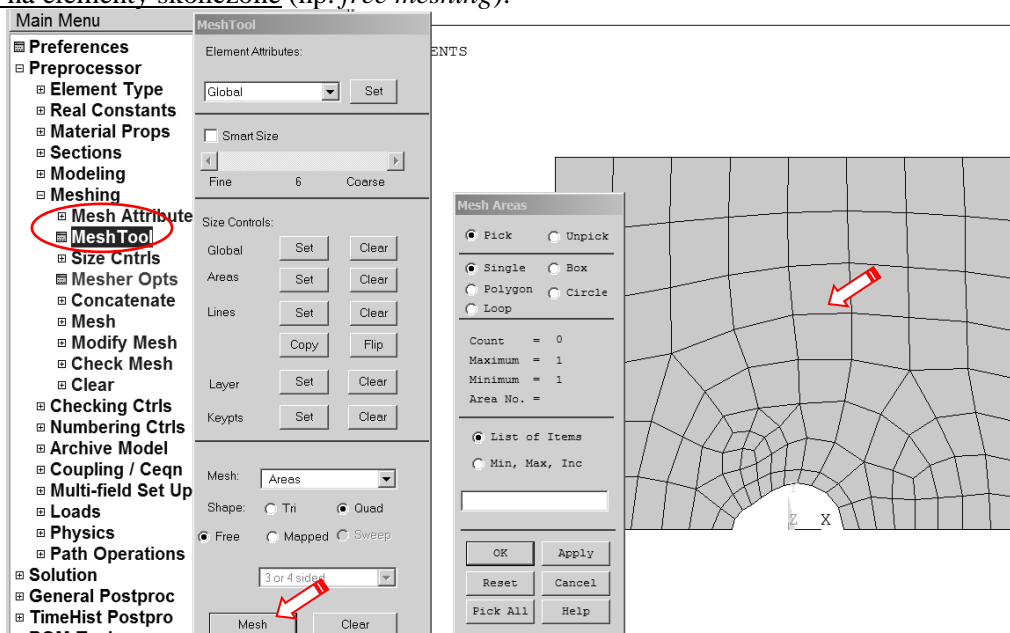
Rys. 6.2.15. Wprowadzenie danych materiałowych

Określenie gęstości dyskretyzacji:

W przykładzie definiujemy gęstości podziału na kolejnych liniach zewnętrznych analizowanego obszaru. Sterowanie kierunkiem zagęszczania podziału linii odbywa się za pomocą parametru **SPACE**:



Rys. 6.2.16. Ustalanie parametrów sterowania gęstością siatki elementów dla przykładowej linii Podział na elementy skończone (np. free meshing).



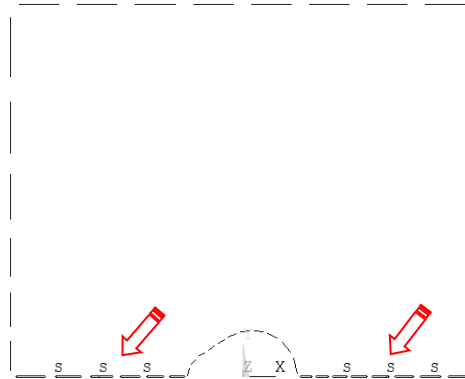
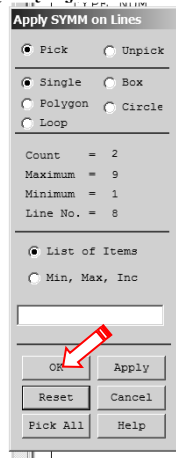
Rys. 6.2.17. Siatka elementów skończonych w obszarze tarczy

6.2.3.2. Solution – moduł rozwiązujący

Określenie warunków podparcia:

a) warunek symetrii na linii łączącej dna karbów (odebranie swobody przemieszczeń w kierunku y),

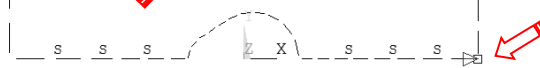
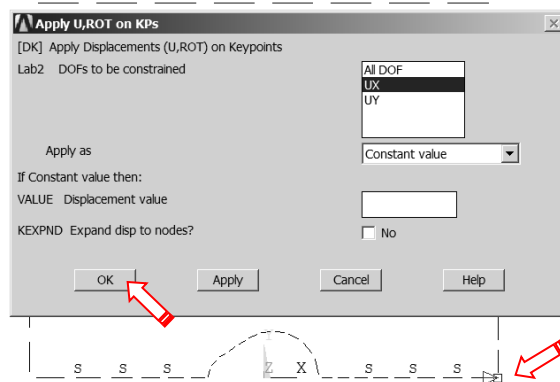
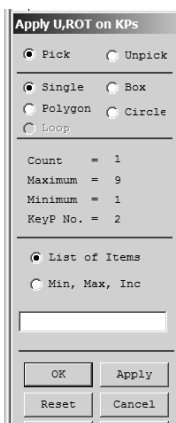
- ▢ Solution
 - ▢ Analysis Type
 - ▢ Define Loads
 - ▢ Settings
 - ▢ Apply
 - ▢ Structural
 - ▢ Displacement
 - On Lines
 - On Areas
 - On Keypoints
 - On Nodes
 - On Node Components
 - ▢ Symmetry B.C.
 - **On Lines**
 - ...with Area
 - On Areas
 - On Nodes
 - ▢ Antisymm B.C.
 - ▢ Force/Moment
 - ▢ Pressure
 - ▢ Temperature
 - ▢ Inertia



Rys. 6.2.18. Określenie warunków symetrii na liniach

b) dodatkowo trzeba odebrać możliwość przemieszczenia w kierunku x dowolnie wybranego węzła (można wprowadzić ten warunek bezpośrednio w węzeł lub punkt geometrii).

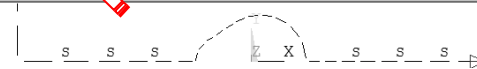
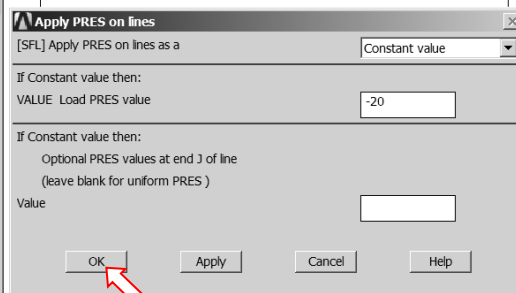
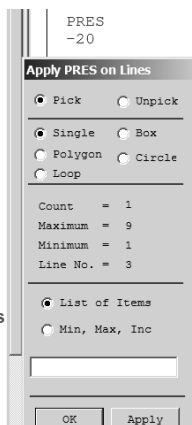
- ▢ Solution
 - ▢ Analysis Type
 - ▢ Define Loads
 - ▢ Settings
 - ▢ Apply
 - ▢ Structural
 - ▢ Displacement
 - On Lines
 - **On Areas**
 - **On Keypoints**
 - On Nodes
 - On Node Components
 - ▢ Symmetry B.C.
 - ▢ Antisymm B.C.
 - ▢ Force/Moment
 - ▢ Pressure



Rys. 6.2.19. Odebranie swobody przemieszczenia w kierunku X wybranego punktu geometrii

Wprowadzenie obciążenia w postaci ciśnienia na linii ED: $p = -20000/500/2$ MPa:

- Solution
 - ▢ Analysis Type
 - ▢ Define Loads
 - ▢ Settings
 - ▢ Apply
 - ▢ Structural
 - ▢ Displacement
 - ▢ Force/Moment
 - ▢ **Pressure**
 - **On Lines**
 - On Areas
 - On Nodes
 - On Node Components
 - On Elements
 - On Element Components
 - ▢ From Fluid Analy
 - On Beams
 - ▢ Temperature
 - ▢ Inertia
 - ▢ Pretsnn Sectn

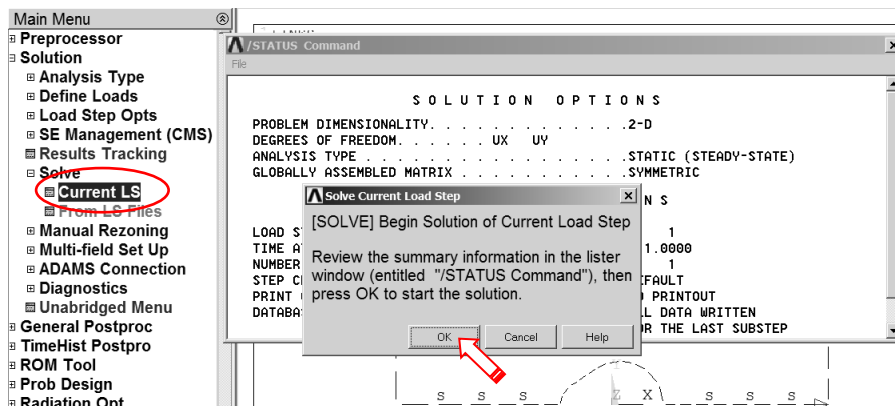


Rys. 6.2.20. Zadanie obciążenia ciągłego na linii

Uruchomienie obliczeń.

Przed uruchomieniem procesu obliczeniowego warto zapisać bazę danych. Można tego dokonać komendą SAVE w okienku ANSYS Toolbar (patrz punkt 6.2.21).

Uruchomić obliczenia komendą: *Solve > Current LS*.

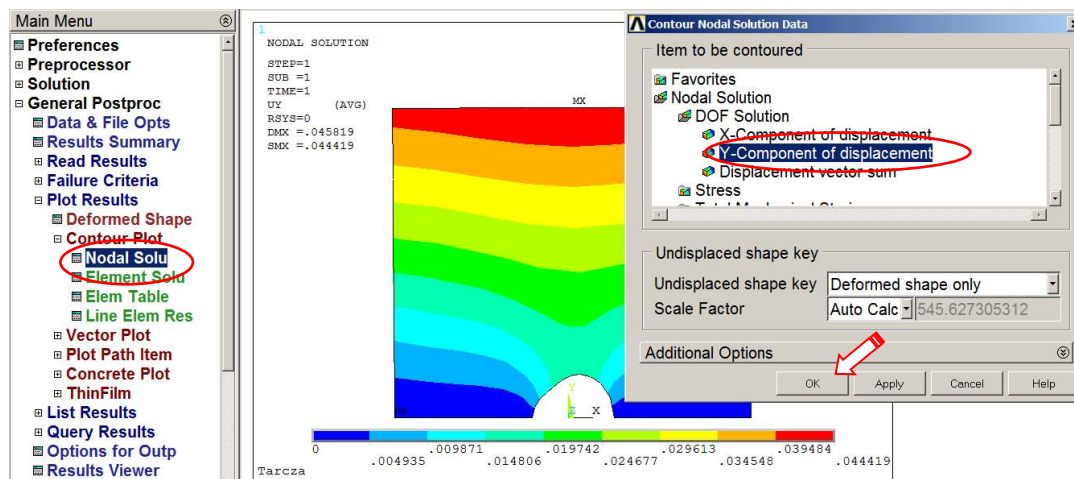


Rys. 6.2.21. Uruchomienie procesu rozwiązania

6.2.3.3. General postprocessor

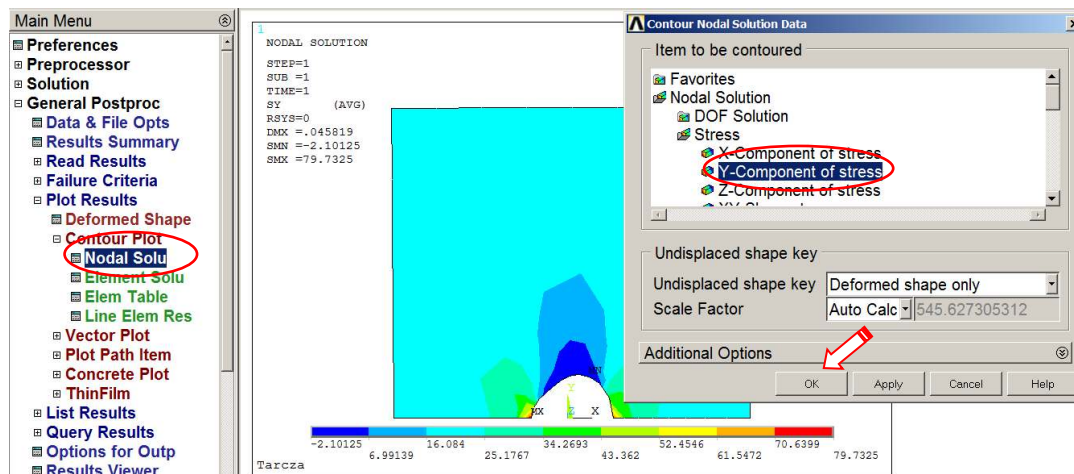
Prezentacja wyników w postaci map warstwicznych.

a) Pokaż mapę przemieszczeń pionowych UY (na kierunek Y):



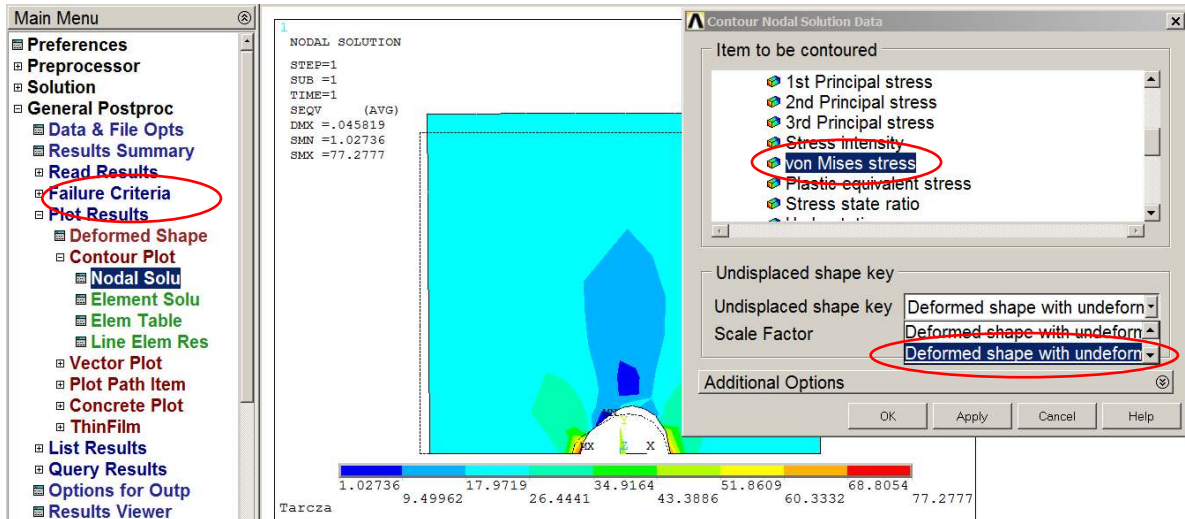
Rys. 6.2.22. Uruchamianie polecenia rysowania mapy składowej UY przemieszczenia

b) Pokaż mapę naprężeń rozciągających SY (na kierunek Y):



Rys. 6.2.23. Uruchamianie polecenia rysowania mapy składowej SY stanu naprężenia

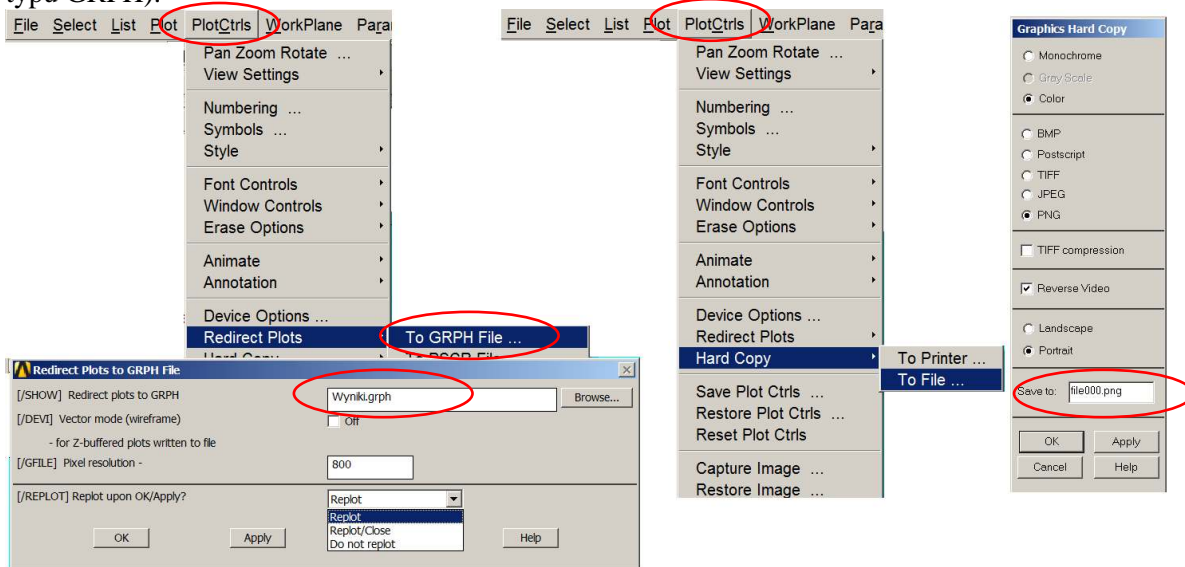
c) Pokaż mapę naprężeń zredukowanych – von Mises (SEQV):



Rys. 6.2.24. Uruchamianie polecenia rysowania mapy naprężeń zredukowanych w obszarze tarczy

Zapisywanie oglądanego obrazu do zbioru graficznego:

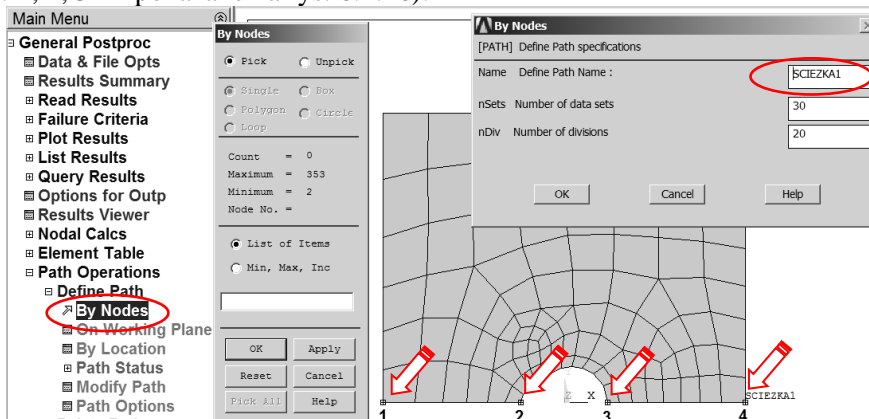
Każdy obraz wyświetlony w okienku graficznym można zapisać w wybranym pliku graficznym. Po zakończeniu pracy z programem zarchiwizowane w ten sposób rysunki dostępne są bezpośrednio (np. formaty JPEG, TIFF), lub można je edytować przy pomocy programu *Display* (dotyczy to zbiorów typu GRPH).



Rys. 6.2.25. Skierowanie obrazu do zbioru graficznego

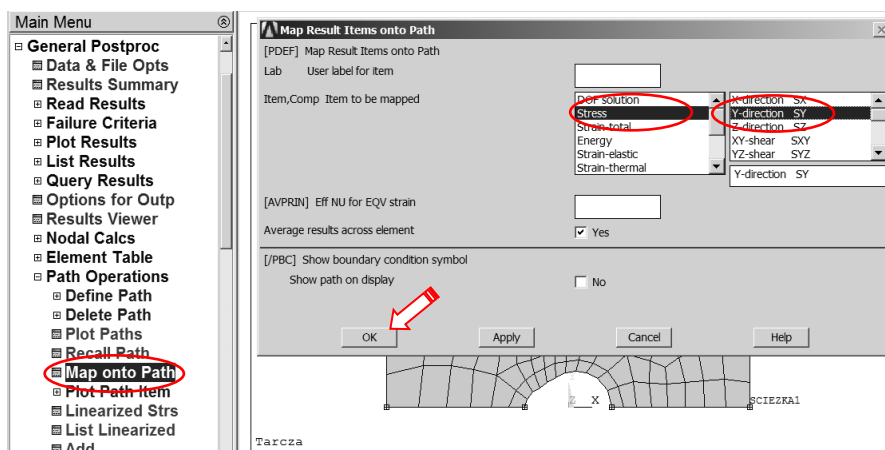
Sporządzanie wykresów naprężeń SY, SX i SEQV wzdłuż płaszczyzny symetrii tarczy:

a) Wskaż ścieżkę, wzdłuż której będzie mierzona zmienna niezależna wykresu (s) (wystarczą cztery węzły: 1, 2, 3 i 4 pokazane na rys. 6.2.26):



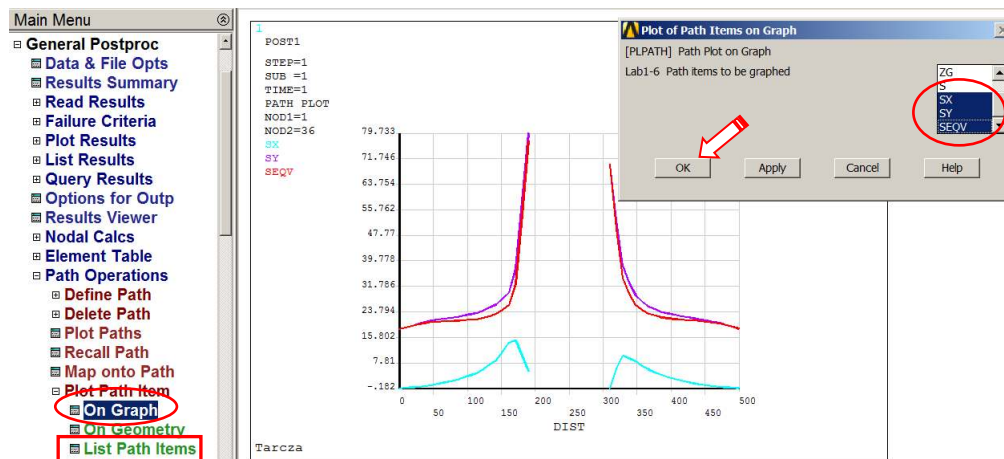
Rys. 6.2.26. Określenie ścieżki i jej parametrów

b) Zdefiniuj żądane funkcje (np.: $SY(s)$, $SX(s)$, $SEQV(s)$). Każdej z funkcji można nadać unikalną nazwę (*User label for item*):



Rys. 6.2.27. Wskazanie wielkości fizycznych do prezentacji wzdłuż ścieżki

c) Narysuj na wykresie wskazane funkcje. Skalę osi na wykresie, grubości i kolory linii wykresów itp. można zmieniać w *Utility Menu* (*PlotCtrls > Style > Graphs*)



Rys. 6.2.28. Prezentacja wykresów wskazanych składowych stanu naprężenia wzdłuż ścieżki

d) Listuj wskazane funkcje (*komenda zaznaczona ramką na rys. 6.2.28*).

6.2.4. Interpretacja wyników i zadania do wykonania

Porównać wyniki uzyskane dla:

- różnych gęstości siatek typu free (wpływ dyskretyzacji):
 - około 150 elementów (**Siatka 1**),
 - około 400 elementów (**Siatka 2**),
 - około 1500 elementów (**Siatka 3**).
- różnych typów elementów skończonych (wpływ aproksymacji)
 - elementy paraboliczne (*8-węzłowe PLANE183*),
 - elementy liniowe (*4-węzłowe PLANE182*).

Zestawić w **tabeli**, dla policzonych przypadków wartości:

Liczba węzłów, liczba elementów, ilość stopni swobody, UY_{max} , SY_{max}^A , SY_{max}^B , SX^A , SX^B , $SEQV_{max}$, α_{MES}^A , α_{MES}^B , α_T^A , α_T^B – przy czym:

SY_{max}^A , SY_{max}^B – naprężenia maksymalne na kierunku Y w dnach karbów A i B uzyskane numerycznie,

SX^A , SX^B – naprężenia na kierunku X w dnach karbów A i B uzyskane numerycznie,

- $\alpha_{MES}^A = SY_{max}^A / \sigma_M$ – współczynnik koncentracji naprężeń karbu lewego uzyskany numerycznie (punkt A),
 $\alpha_{MES}^B = SY_{max}^B / \sigma_M$ – współczynnik koncentracji naprężeń karbu prawego uzyskany numerycznie (punkt B),
 $\sigma_M = P/(b-2a)/\delta$ – średnie naprężenia w płaszczyźnie symetrii tarczy,
 α_T^A, α_T^B – współczynniki koncentracji naprężeń z literatury.

Przedyskutować uzyskane wyniki.

	Elementy 8 węzłowe (PLANE183)			Elementy 4 węzłowe (PLANE182)		
	Siatka 1	Siatka 2	Siatka 3	Siatka 1	Siatka 2	Siatka 3
L. węzłów						
L. elementów						
UY_{max}						
SY_{max}^A						
SY_{max}^B						
SX^A						
SX^B						
$SEQV_{max}$						
α_{MES}^A						
α_{MES}^B						
$\sigma_M = P/(b-2a)/\delta =$	Rysunki do raportu → (należy je zapisać podczas pracy z programem)			1) siatka elem. 2) $UY(x,y)$ 3) $SY(x,y)$ 4) $SX(x,y)$ 5) $SEQV(x,y)$ 6) wykres: $SY(s)$, $SX(s), SEQV(s)$		Raport finalny: 1) Wprowadzenie 2) Założenia do budowy modelu 3) Opis modelu (<i>model solid, siatki, war. podparcia i obciążenia</i>) 4) Przykładowe wyniki 5) Wyniki zebrane w tabeli 6) Omówienie wyników 7) Wnioski
$\alpha_T^A =$						
$\alpha_T^B =$						

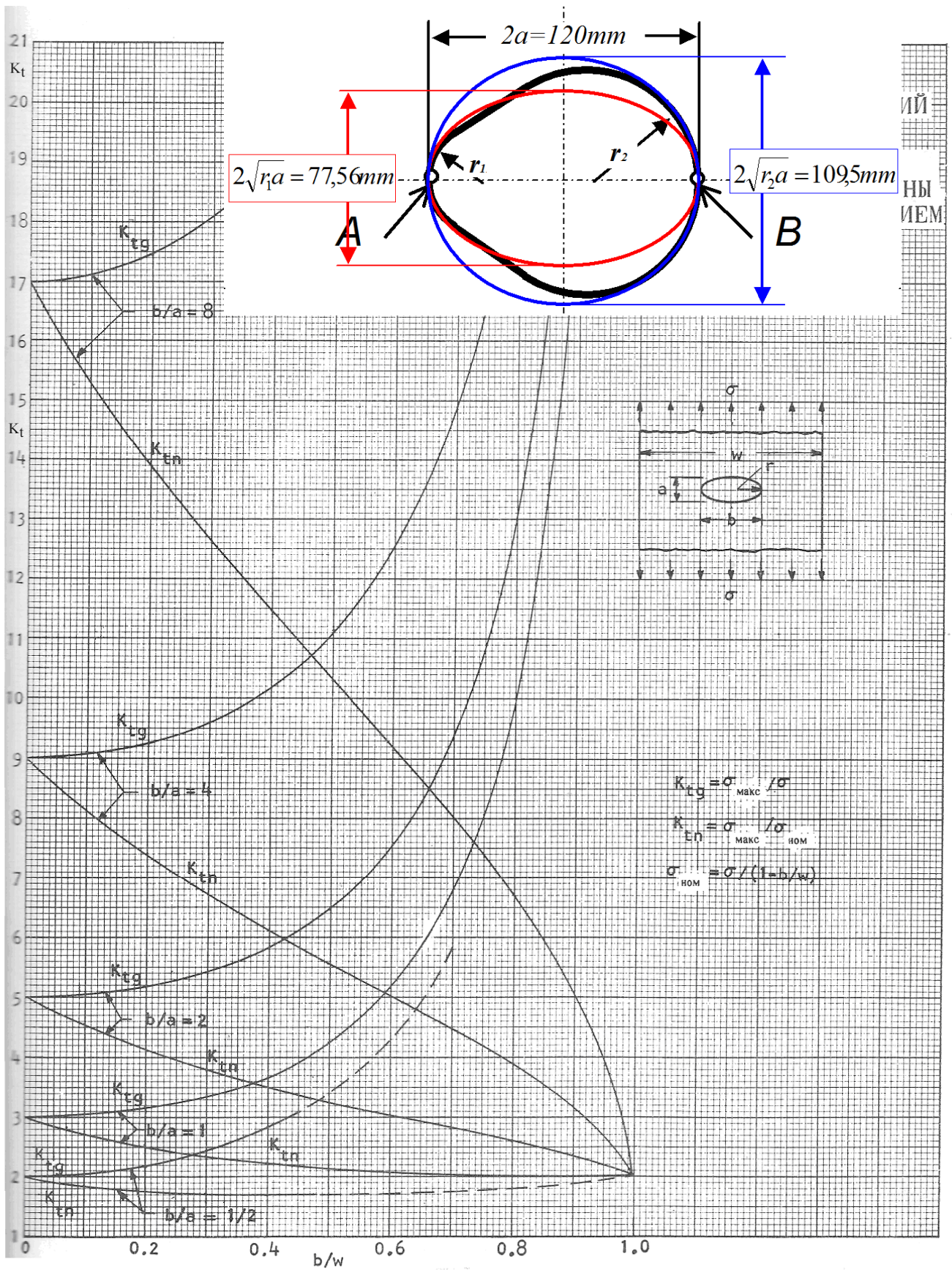


Рис. 6.29. Способ вычисления коэффициента концентрации напряжений с wykresu ($\sigma_T = K_{tn}$)