



Metoda Elementów Skończonych (MES)
Dynamika - **EXPLICIT**

Jawne (explicit) całkowanie równań ruchu

- LS-Dyna
- MSC.DYTRAN
- ABAQUS Explicit
- PAM/Crash PAM/Stamp



Metoda Elementów Skończonych (MES)
Rozszerzone sformułowanie - pękanie

Extended Finite Element Method (**XFEM**)

Ewolucja technik obliczeniowych w metodzie elementów skończonych – XFEM

Adam Dacko

Klasyczny MES

- Wiodące sformułowanie - przemieszczeniowe.
- Baza – funkcjonały energetyczne, głównie minimum całkowitej energii potencjalnej
- Sformułowania hybrydowe – modelowanie „multi-field” (wieloopolowe), przy wewnętrznej kondensacji zmiennych lokalnych
- Opis/ modelowanie zachowania się elementu oparte jest na przemieszczeniach węzłowych (DYSKRETYZACJA) w połączeniu ze specjalnymi funkcjami dystrybucji (funkcje kształtu). Funkcje te służą też do całkowania odpowiednich wielkości po elemencie skończonym.

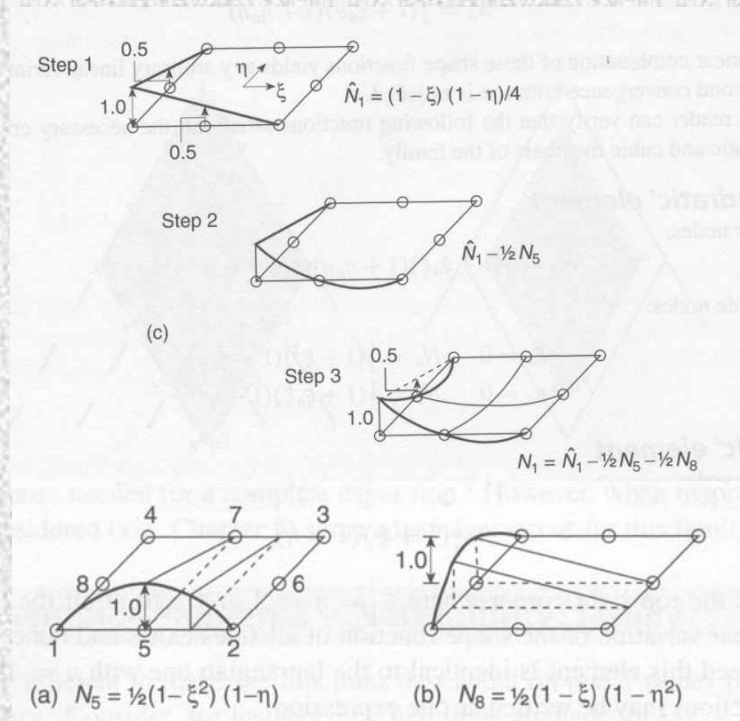
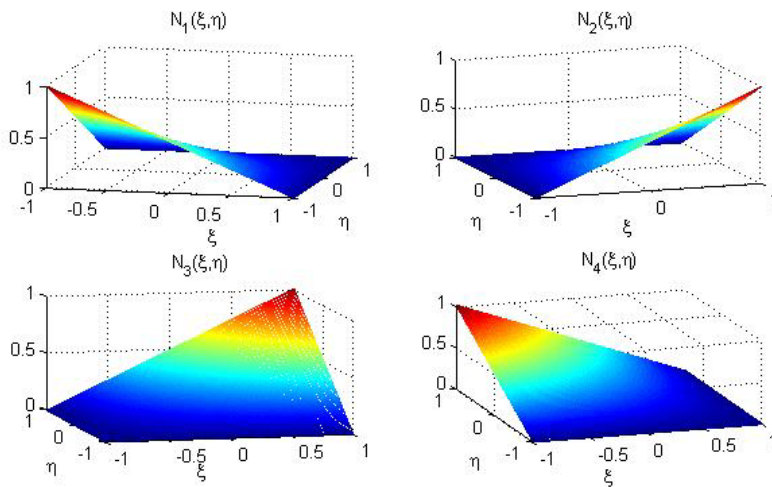
Klasyczny MES

- Ciągłe przemieszczenia w strukturze – „złożenie” elementów

Ciągłe pole przemieszczeń w elemencie $u(x,y,z)$ opisane jest **funkcjami kształtu $N(x,y,z)$** oraz wybranymi (dyskretnymi) przemieszczeniami w elemencie \underline{u}_i .

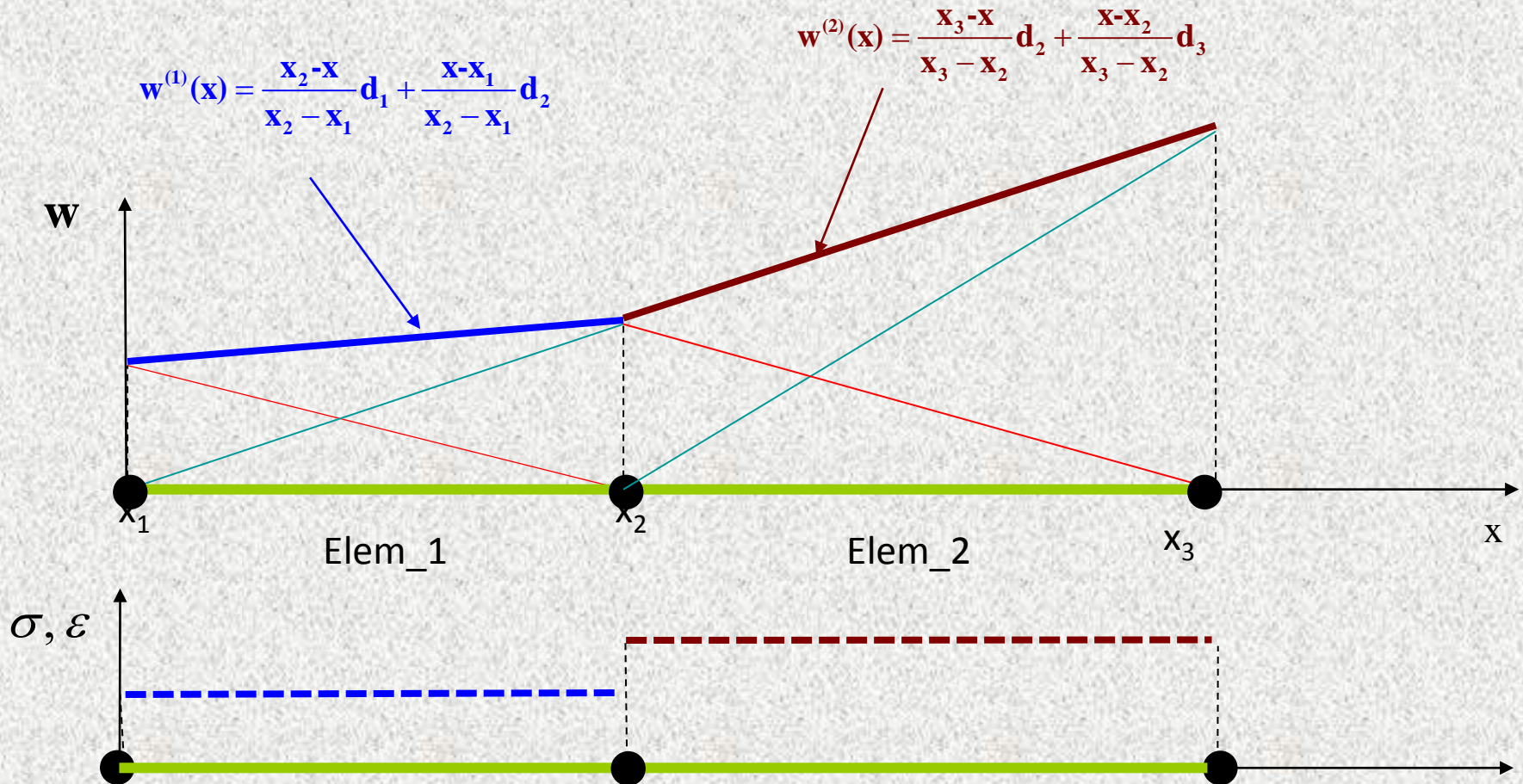
$$\{ u(x,y,z) \} = [N(x,y,z)] \{ u_i \}$$

Partition of Unity....



Klasyczny MES

- Złożenie elementów → ciągłość przemieszczeń w strukturze
 $\{ u(x,y,z) \} = [N(x,y,z)] \{ u_i \}$



Klasyczny MES

Równanie konstytutywne (np. Hooke)

$$\{\sigma(x,y,z)\} = [E] \{\varepsilon(x,y,z)\}$$

przy użyciu związków kinematycznych (odkształcenie-przemieszczenie) – tu jeszcze ciągłe przemieszczenie

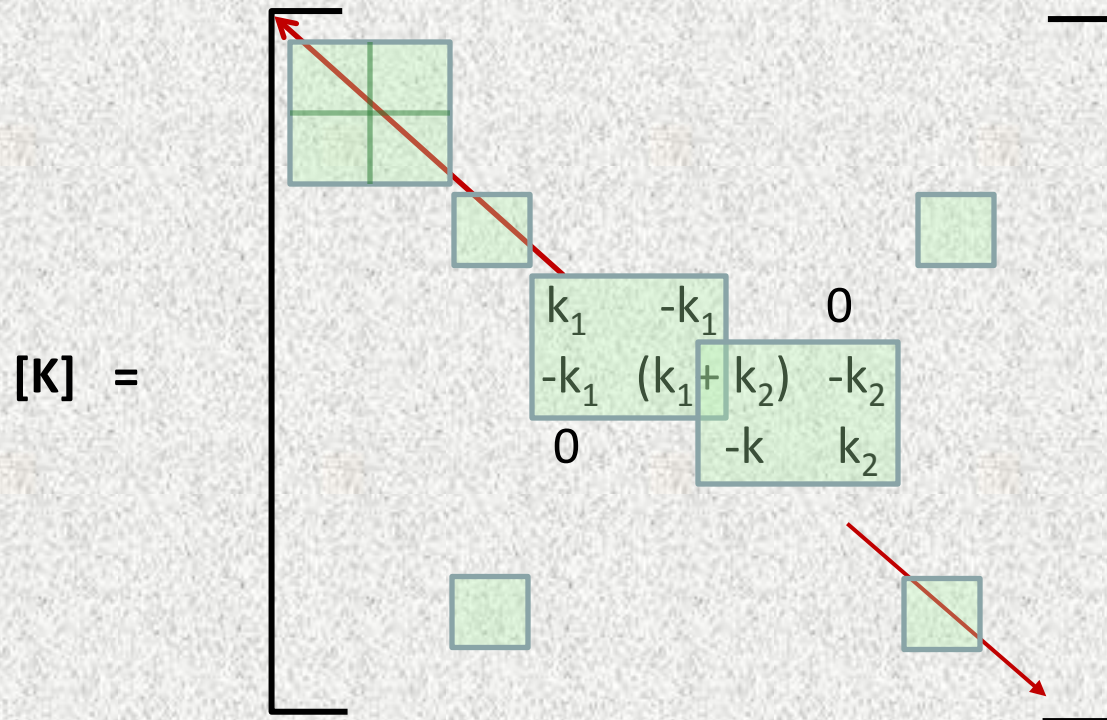
$$\{\sigma(x,y,z)\} = [E] [D] \{u(x,y,z)\}$$

Lub przy dyskretyzacji przemieszczeń do wartości węzłowych:

$$\{\sigma(x,y,z)\} = [E] [D] [N(x,y,z)] \{u_i\}$$

Klasyczny MES

Globalna macierz sztywności : Suma MS elementów



Klasyczny MES

- Po minimalizacji funkcjonału – liniowy układ równań

Dokonując operacji $\delta\Pi/\delta u_i = 0$ otrzymujemy wynikowy układ równań.

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{F}\}$$

gdzie $[\mathbf{K}]$ = globalna MS $[k_{ij}]$ - *składanie lub agregacja elementowych MS*

interpretacja fizyczna: człon k_{ij} jest siłą reakcji na kierunku i (ity dof) przy jednostkowym wymuszeniu kinematycznym po j , przy zerowych wszystkich innych przemieszczeniach

$\{\mathbf{u}\}$ = przemieszczenia węzłowe wynikające z obciążenia $\{\mathbf{F}\}$

$\{\mathbf{F}\}$ = siły węzłowe (obciążenie)

Warunkiem koniecznym w dowodzie zbieżności MES był warunek „zgodności” (compatibility)

Klasyczny MES

Dokonując operacji „partycji” na podmacierze i podwektory otrzymujemy układ równań w postaci blokowej.

$$\begin{bmatrix} M_{RR} & M_{RL} \\ M_{LR} & M_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_R \\ \ddot{u}_L \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{RR} & C_{RL} \\ C_{LR} & C_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_R \\ \dot{u}_L \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{RR} & K_{RL} \\ K_{LR} & K_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_R \\ u_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_R \\ F_L \end{Bmatrix}$$

$$\{u_a\} = \begin{Bmatrix} u_R \\ u_L \end{Bmatrix}$$

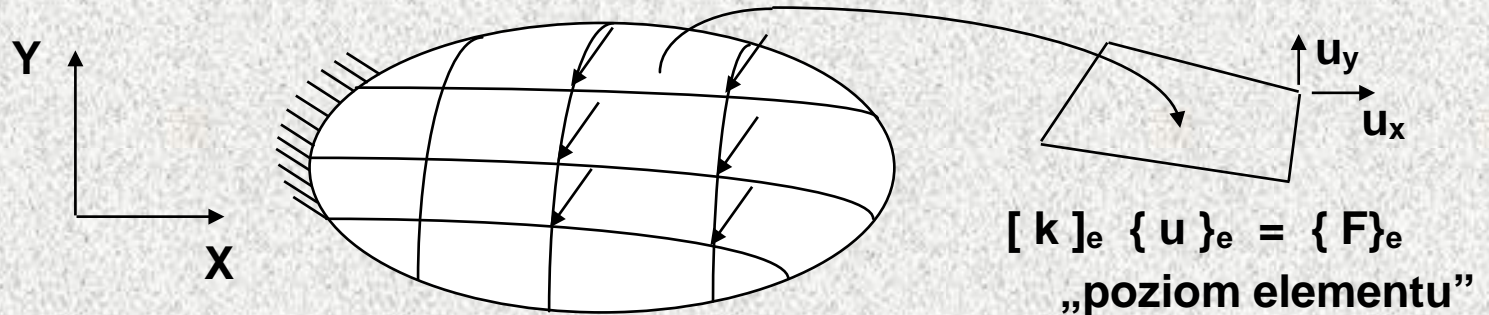
gdzie

$\{u_R\}$ = przemieszczenia „zachowane do dalszej analizy”
(zmiennie fizyczne)

$\{u_L\}$ = przemieszczenia „zachowane do dalszej analizy”, zapisane
we współrzędnych uogólnionych (modalnych)

Klasyczny MES - wymagania

- Rozpatrywane zadanie strukturalne jest dyskretyzowane na szereg „prostych pod-domen” nazywanych ES

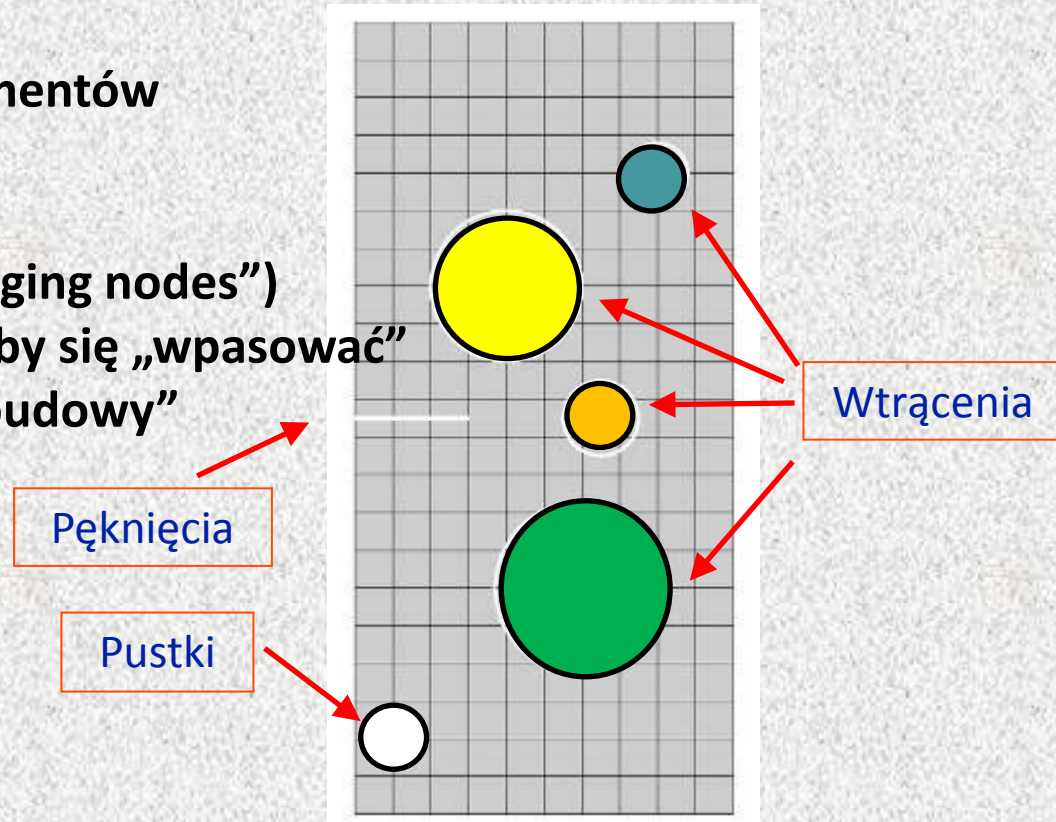


- Każdy ES jest „prosty” i łatwy do opisanie na poziomie elementu, a przez „złożenie = agregację” wszystkich ES uzyskujemy zachowanie całej struktury
- Warunkiem koniecznym w dowodzie zbieżności MES był warunek „zgodności” (compatibility)**

Nieciągłości ... XFEM

eXtended Finite Element Method (XFEM)

- Nieciągłości zawarte w opisie elementów
- Przy użyciu lokalnych funkcji „wzbogacających”/dodatkowych węzłowych stopni swobody („hanging nodes”)
- Nie wymagają przebudowy siatki by się „wpasować”
- Mogą ewoluować – nie ma „przebudowy”



Nieciągłości ... XFEM

Tradycyjna aproksymacja MES

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I u_I$$

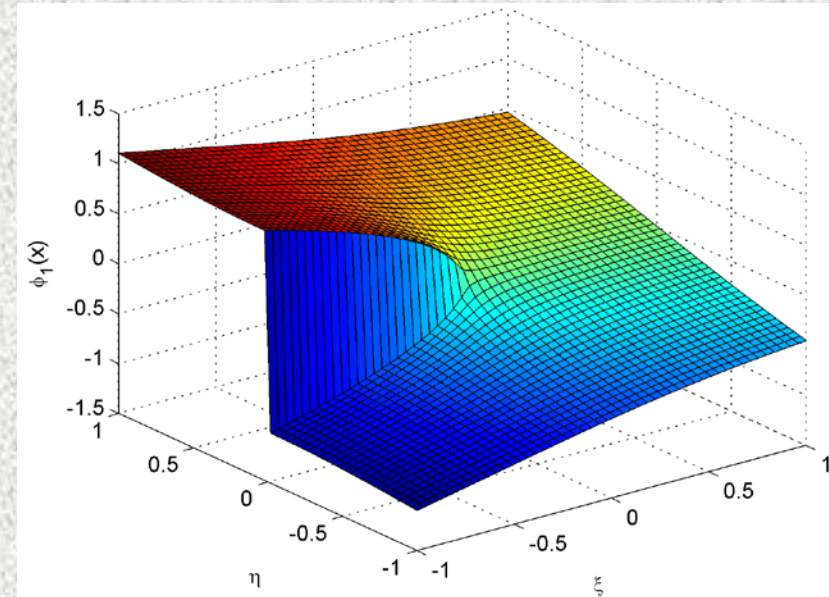
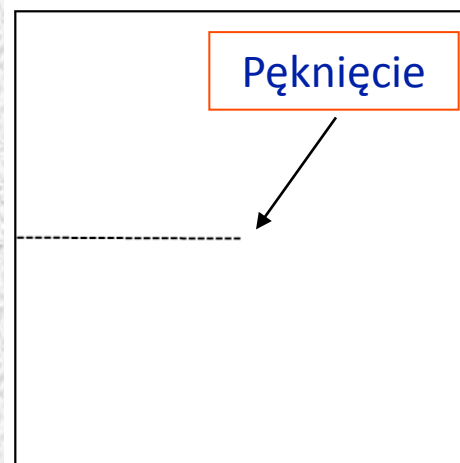
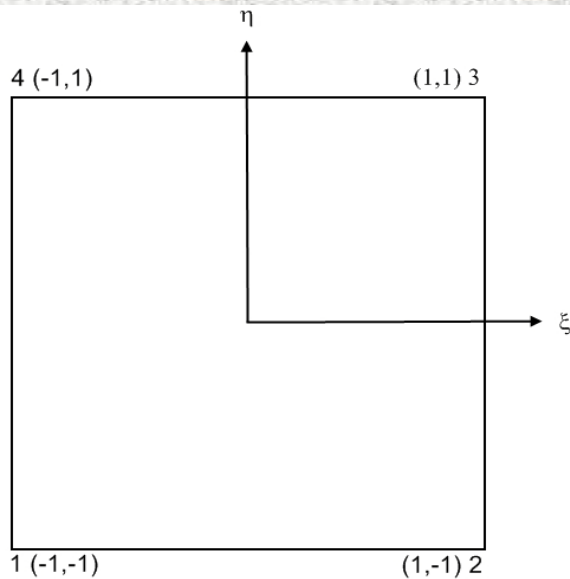
Dodatkowy (przestrzenny) DOF w węźle

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I (u_I + \Upsilon_I(\mathbf{x}) a_I)$$

$$\Upsilon_I(\mathbf{x}) = v(\mathbf{x}) - v_I(\mathbf{x})$$

Funkcja wzbogacająca (dodatkowa)

Nieciągłości / „crack tip element”



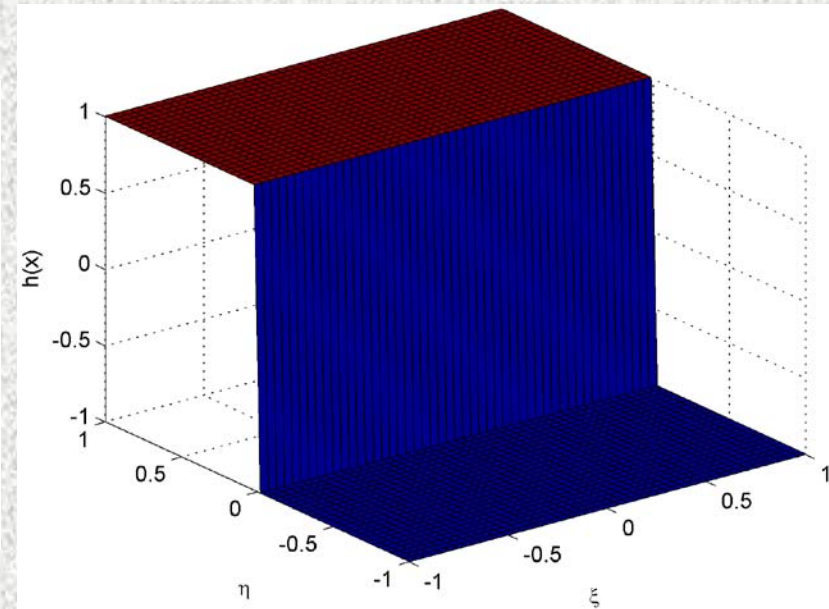
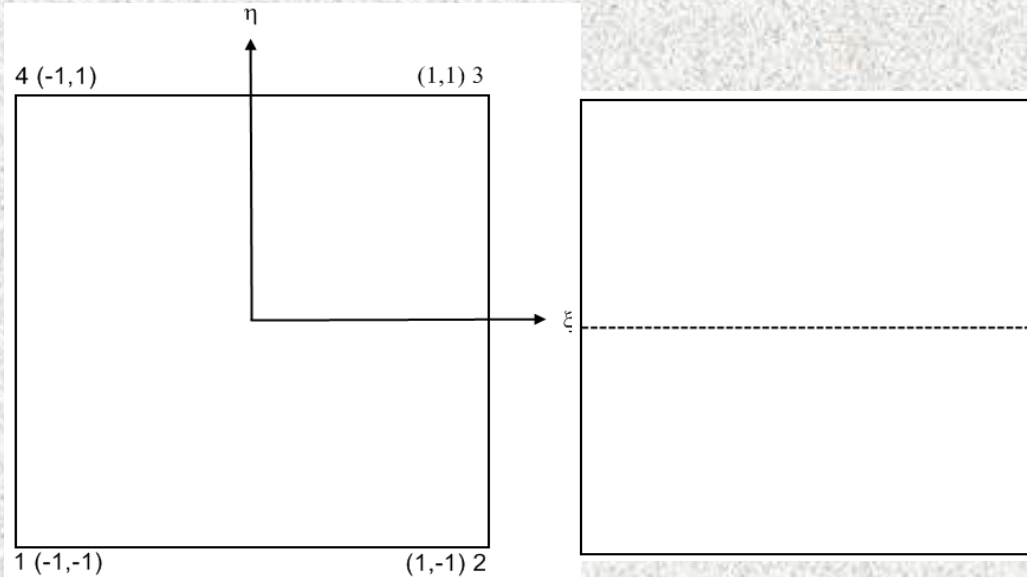
$$\phi_{\alpha}(x) = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \quad \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \quad \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \quad \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\Phi_{\alpha}(x) = \phi_{\alpha}(x) - \phi_{\alpha,1}(x)$$

Pais: Introduction ... <http://www.matthewpais.com>

Wbudowanie pola nieciągłości typu „pęknięcie” w element skończony

Nieciągłości / „funkcja Heaviside”



$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{Above Crack} \\ -1 & \text{Below Crack} \end{cases}$$

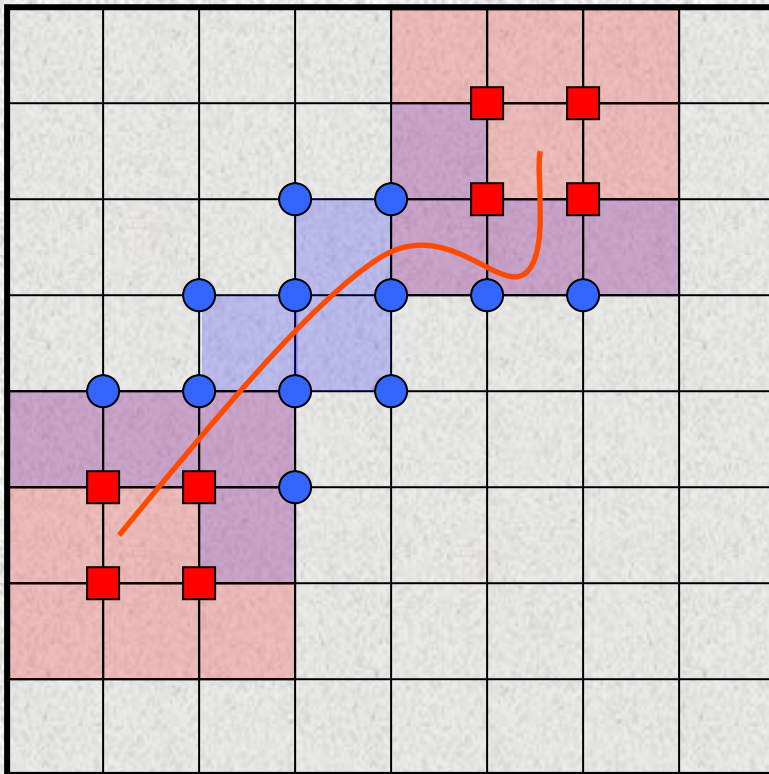
$$H(x) = h(x) - h_l(x)$$

Pais: Introduction ... <http://www.matthewpais.com>

Wbudowanie pola nieciągłości typu „pęknięcie” w element skończony

Propagacja / „elementy wzbogacone”

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \left[u_I + H_I(\mathbf{x}) a_I + \sum_{\alpha=1}^4 \Phi_{\alpha,I}(\mathbf{x}) b_I^\alpha \right]$$



- Węzły typu Heaviside Enrichment (2 additional DOF)
- Węzły typu Tip Enrichment (8 additional DOF)

N			n		
K_{uu}	K_{ua}	K_{ub}			
K_{ua}^T	K_{aa}	K_{ab}			
K_{ub}^T	K_{ab}^T	K_{bb}			

$N \gg n$

Pais: Introduction ... <http://www.matthewpais.com>

Wbudowanie pól nieciągłości różnego typu w elementy skończone

XFEM – budowa globalnej MS

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \left[u_I + H_I(\mathbf{x}) a_I + \sum_{\alpha=1}^4 \Phi_{\alpha,I}(\mathbf{x}) b_I^\alpha \right]$$

$$K_e = \int_{\Omega^h} B_\alpha^\top C B_\beta d\Omega$$

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{ua} & K_{ub} \\ K_{ua}^T & K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ub}^T & K_{ab}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ a \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_u \\ f_a \\ f_b \end{Bmatrix}$$

u to klasyczne stopnie swobody (DOF)

a, b to dodatkowe stopnie swobody (DOF)

K_{uu} to klasyczna MS, niezależna od lokalizacji pęknięcia

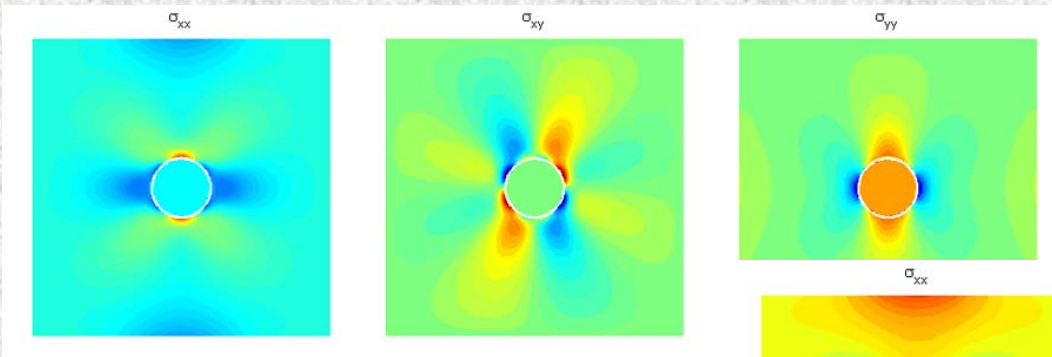
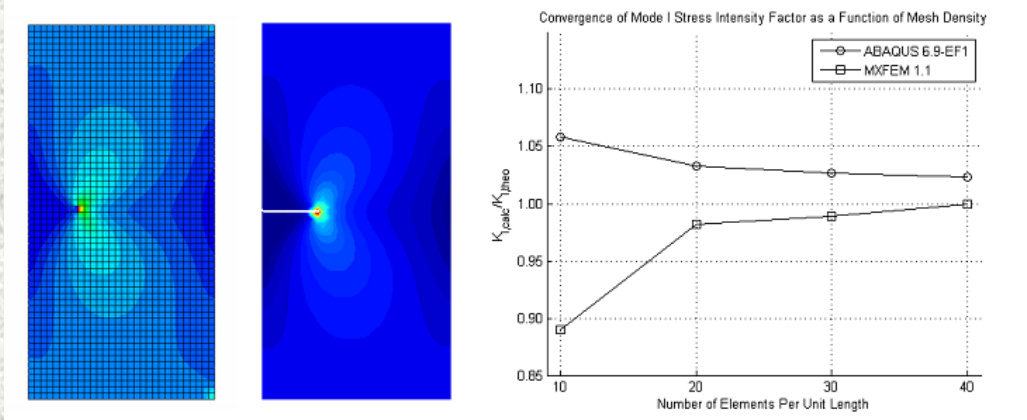
K_{ua}, K_{aa}, K_{ab} to komponenty ze wzbogaceniem Heaviside'a

K_{ub}, K_{ab}, K_{bb} to komponenty ze wzbogaceniem „czoła szczeliny”

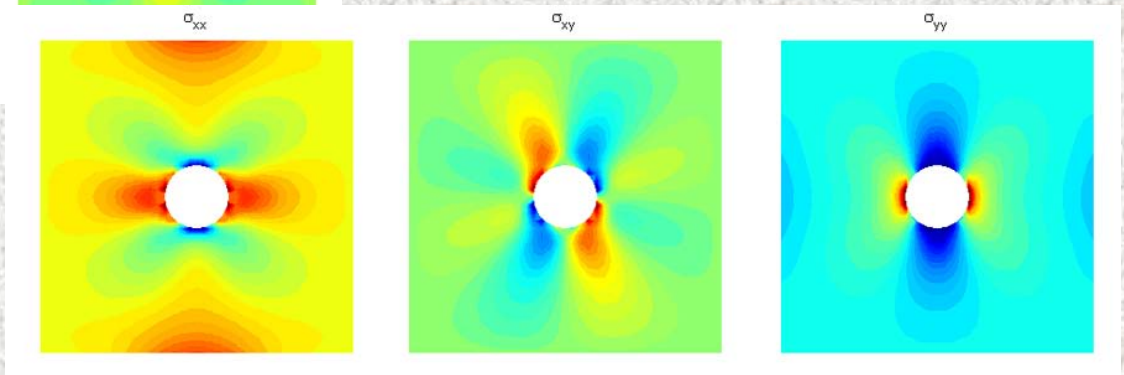
K_{ua}, K_{ub}, K_{ab} to człony sprzężenia między fizycznymi a dodatkowymi DOF

Pais: Introduction ... <http://www.matthewpais.com>

Przykłady / ilustracja



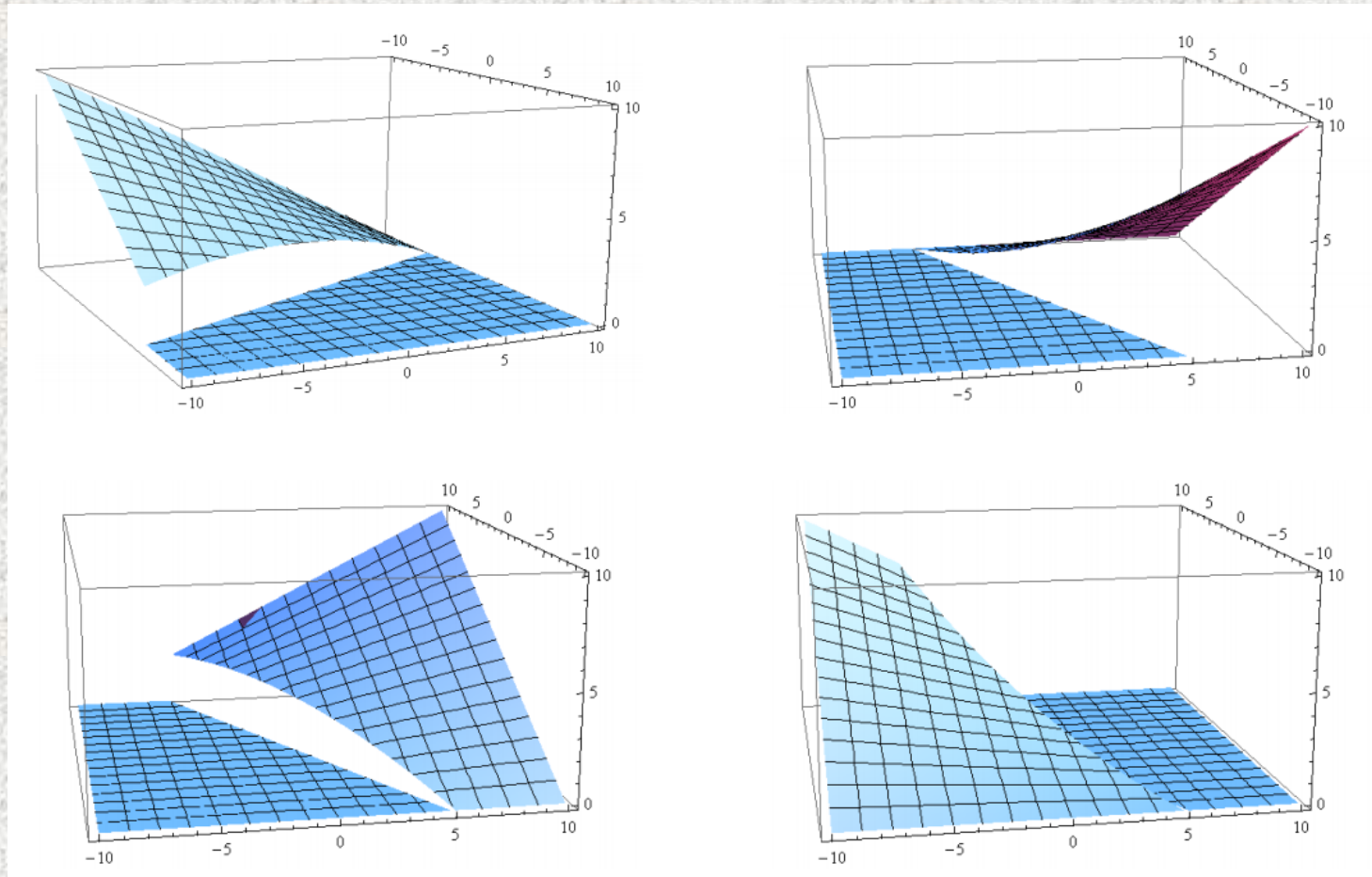
Pais: Introduction ... <http://www.matthewpais.com>



Ewolucja MES

Dziękuję za uwagę

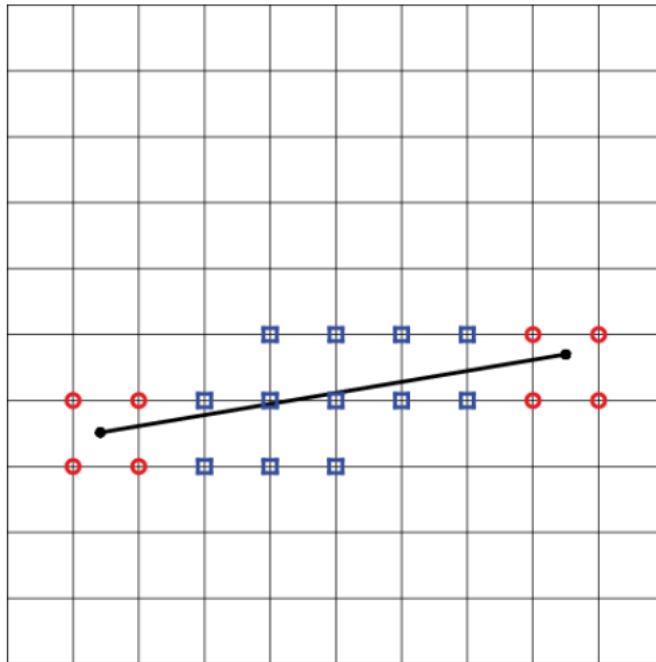
Nieciągłości - pękanie





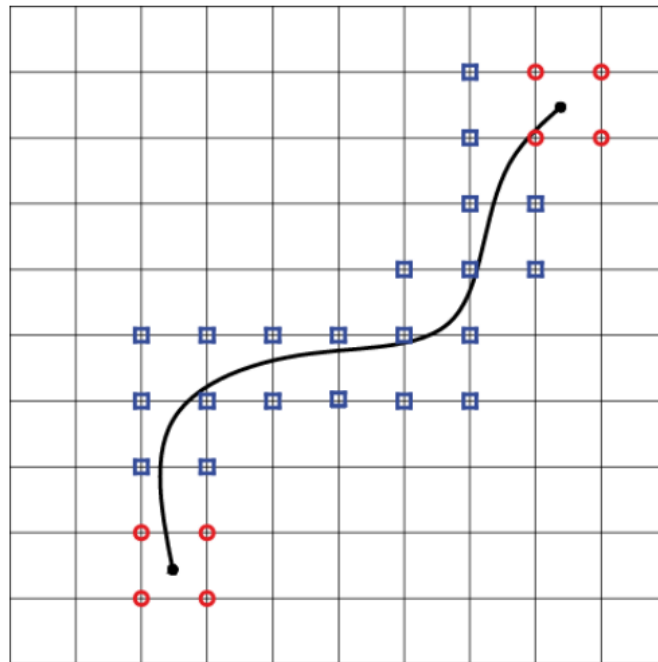
http://www.ibk.ethz.ch/ch/education/femII/education/index_EN/XFEM.pdf

Nieciągłości - pękanie

Node enrichment examples:

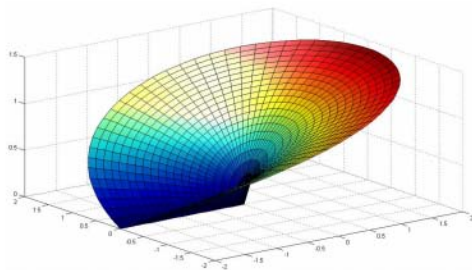
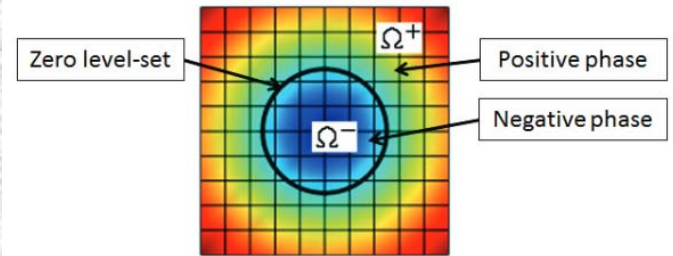


-  *tip enrichment*
-  *jump enrichment*

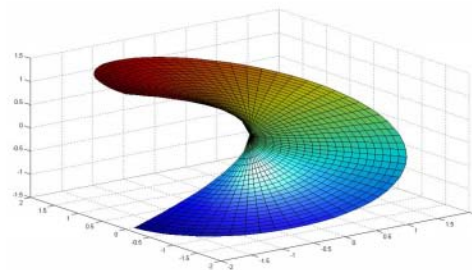


http://www.ibk.ethz.ch/ch/education/femII/education/index_EN/XFEM.pdf

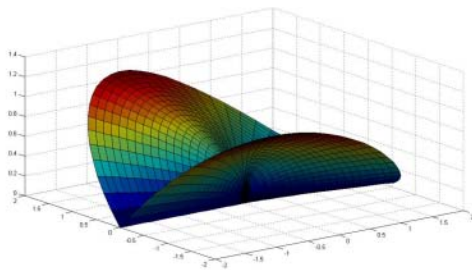
Ewolucja MES



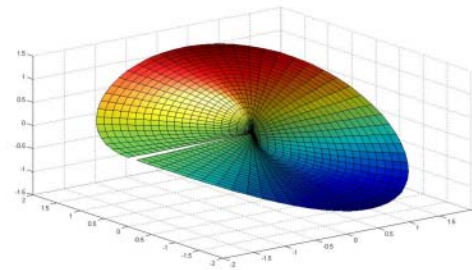
(a) $\sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$



(b) $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

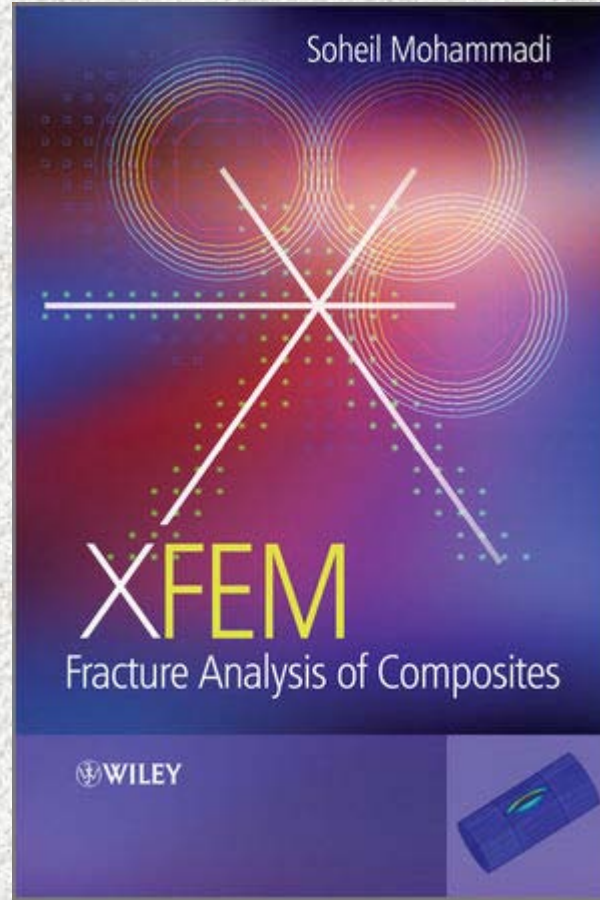


(c) $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta$



(d) $\sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta$

Ewolucja MES





Wygładzona Metoda Hydrodynamiki Cząstek
Metoda Punktów Swobodnych

Smoothed Particle Hydrodynamics (**SPH**)

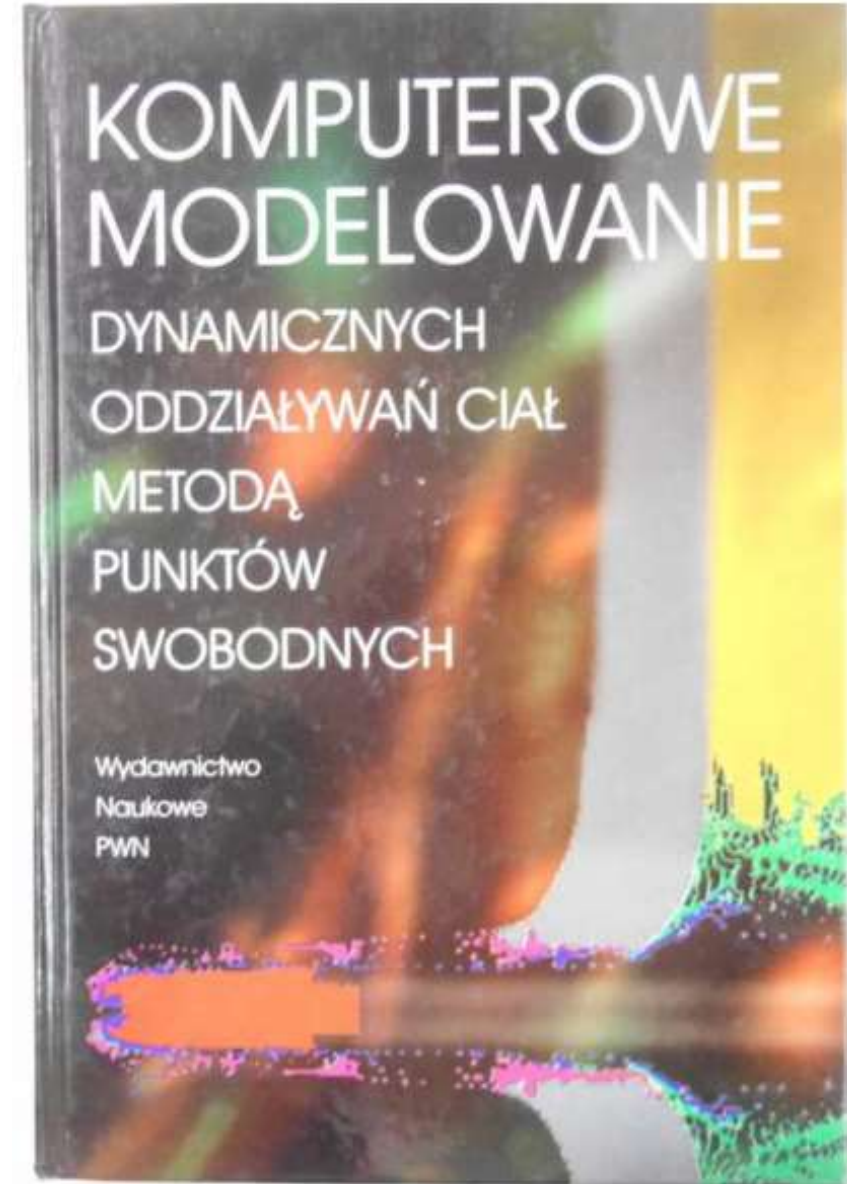
Prof. Karol Jach

IFPiLM / WAT - prof. Karol Jach

Zagadnienia astrofizyki oraz militarne,
tzw. Zagadnienia osłon balistycznych..

WAT – Mechanika wybuchu, prof. E. Włodarczyk

PW – Inżynieria Produkcji (prof. M. Bossak,
„wyroby specjalne”,)



2. SPH Method

The name SPH includes the term “Particle”. Although this is appropriate for describing the Lagrangian motion of mass points in SPH, it is misleading because the “Particles” are really interpolation points. This is best demonstrated through a simple example:

Consider a rod of steel that is represented by a series of SPH particles, as illustrated in Figure 2- 1.

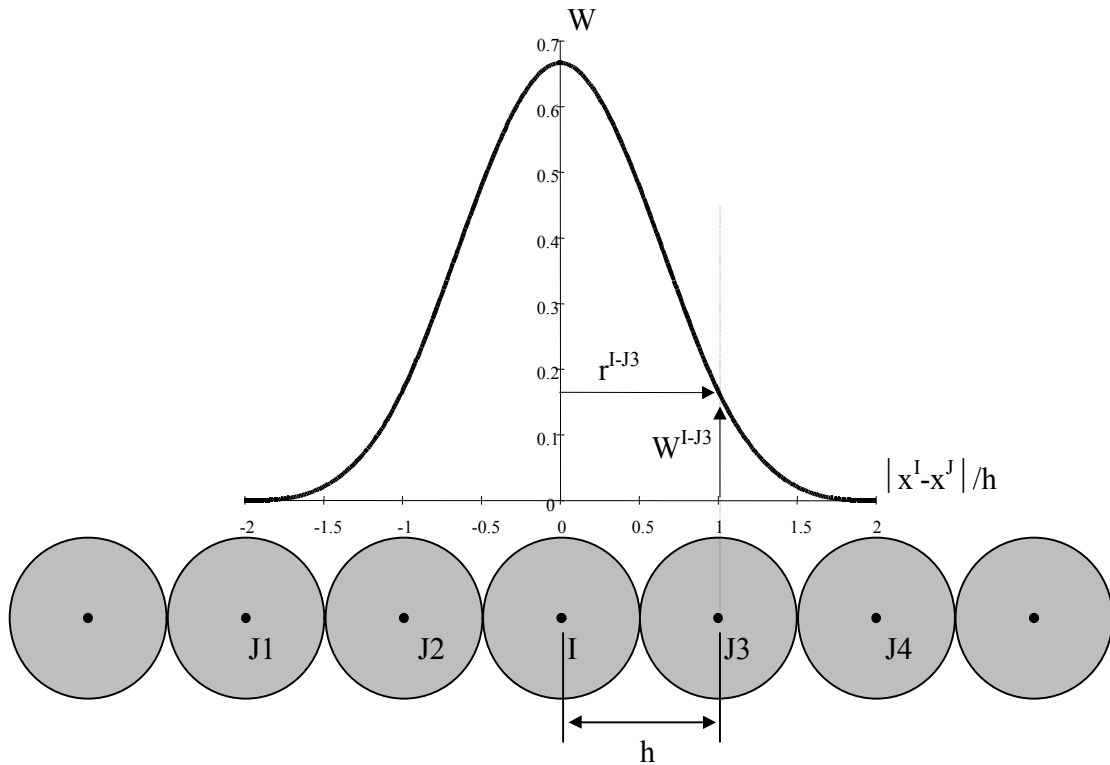


Figure 2- 1 Kernel Density Example

The density at particle I can be calculated using an expression such as

$$\rho^I = \sum_{J=1}^N m^J W^{IJ}(x^I - x^J, h) \quad (1)$$

where

- m^J is the mass of particle J
- W^{IJ} is a weighting function (Kernel B-spline)
- x is the position of the center of a particle
- h is known as the smoothing length or particle size

Therefore, to calculate the value of a function at particle I, in this case density, we sum the value of the function at all neighboring particles (interpolation points J1, J2, J3, J4) multiplied by a weighting function (the Kernel function).

Hence, the SPH particles are not simply interacting mass points but they are interpolation points from which values of functions, and their derivatives, can be estimated at discrete points in the continuum. In SPH, the discrete points at which all quantities are evaluated are placed at the center of the SPH particles.

For comparison, in the grid based Lagrange processor, the interpolation (sampling) points are defined at the corner nodes while the discrete points at which functions are evaluated are placed at the cell center (for density, strain rate, pressure, energy, stress) or the cell nodes (for displacement, velocity, force).

3. Computational Cycle

In SPH, the basic steps used in each calculation cycle, as implemented in AUTODYN-2D & 3D, are shown in Figure 2-2. The calculation cycle is similar to that for a Lagrange zone, except for steps where a Kernel approximation is used.

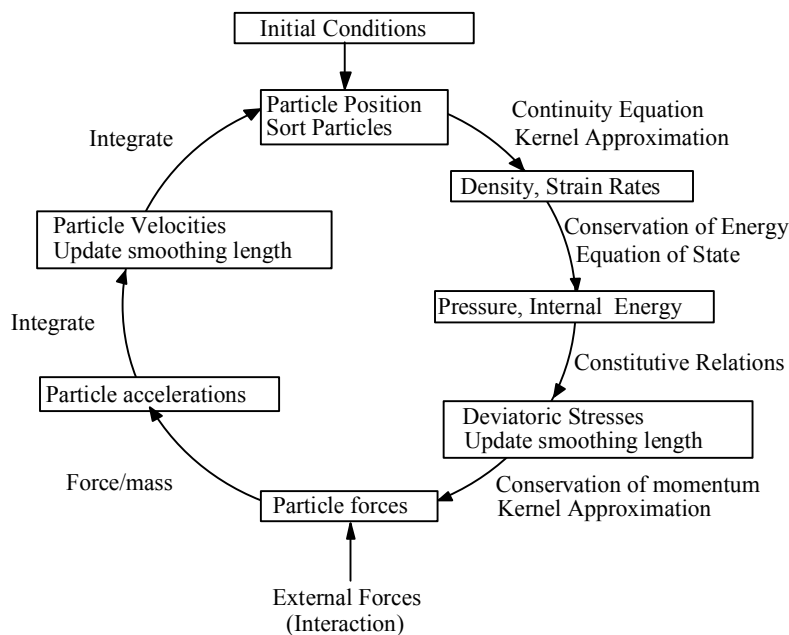
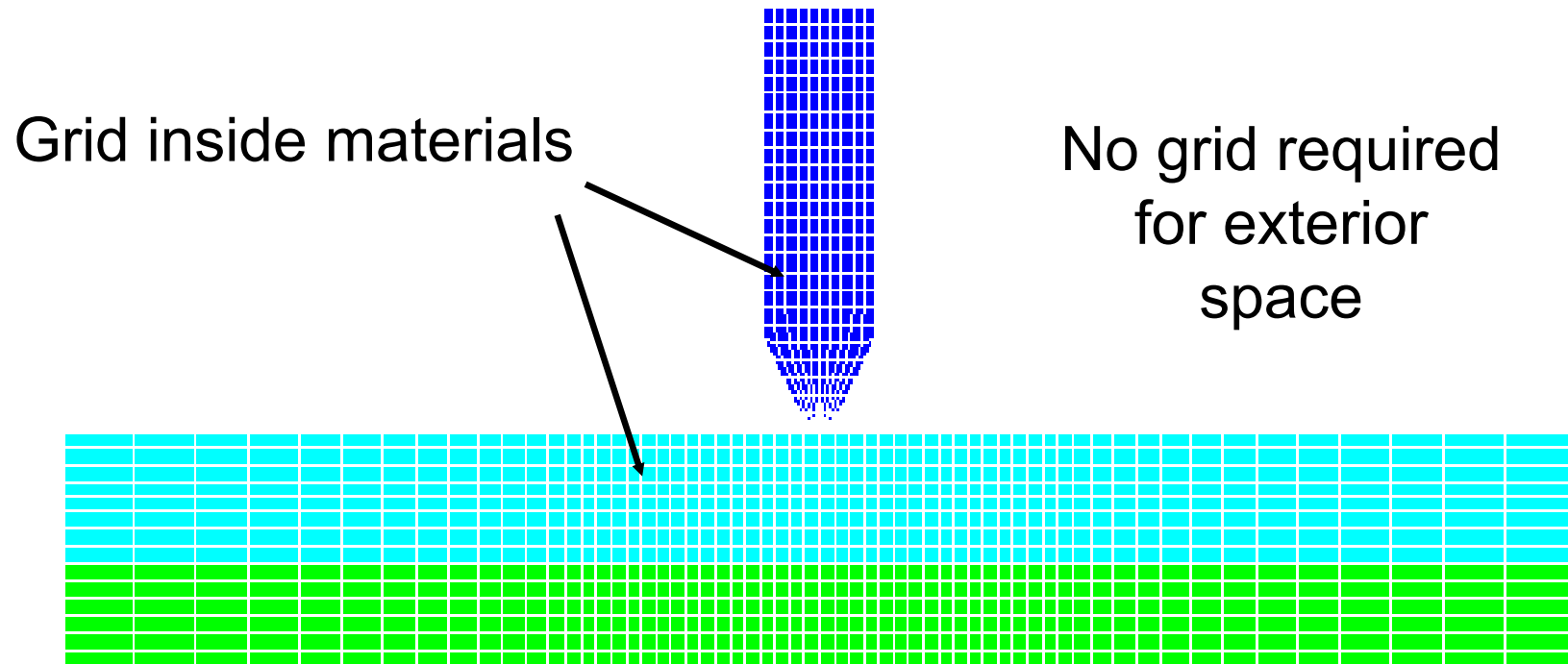


Figure 2-2 Computational Cycle for Standard SPH

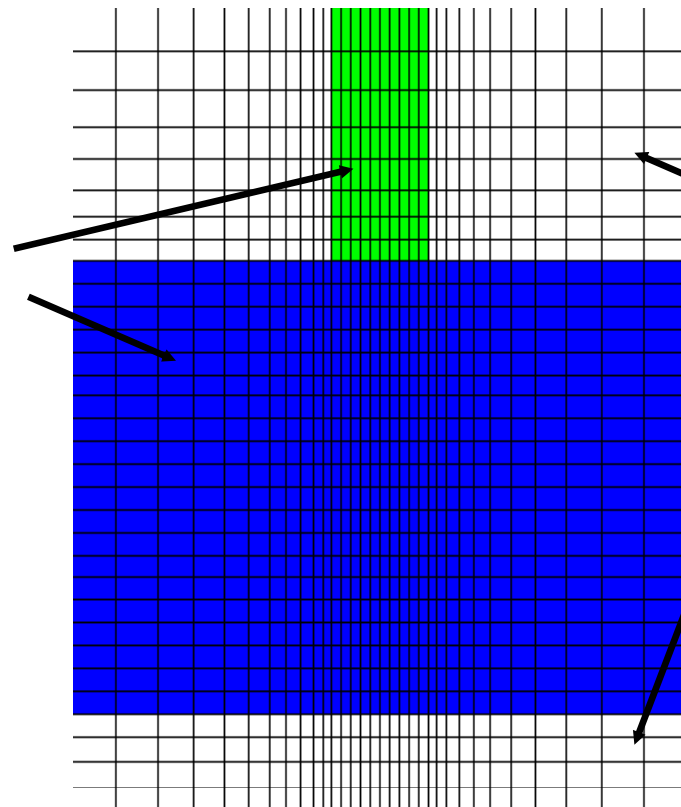
Kernel approximations are used to compute forces from spatial derivatives of stress and spatial derivatives of velocity are required to compute strain rates. In addition SPH requires a sort of the particles at least once every cycle in order to locate current neighboring particles.

- Lagrange Solvers use mesh-based Lagrangian methods



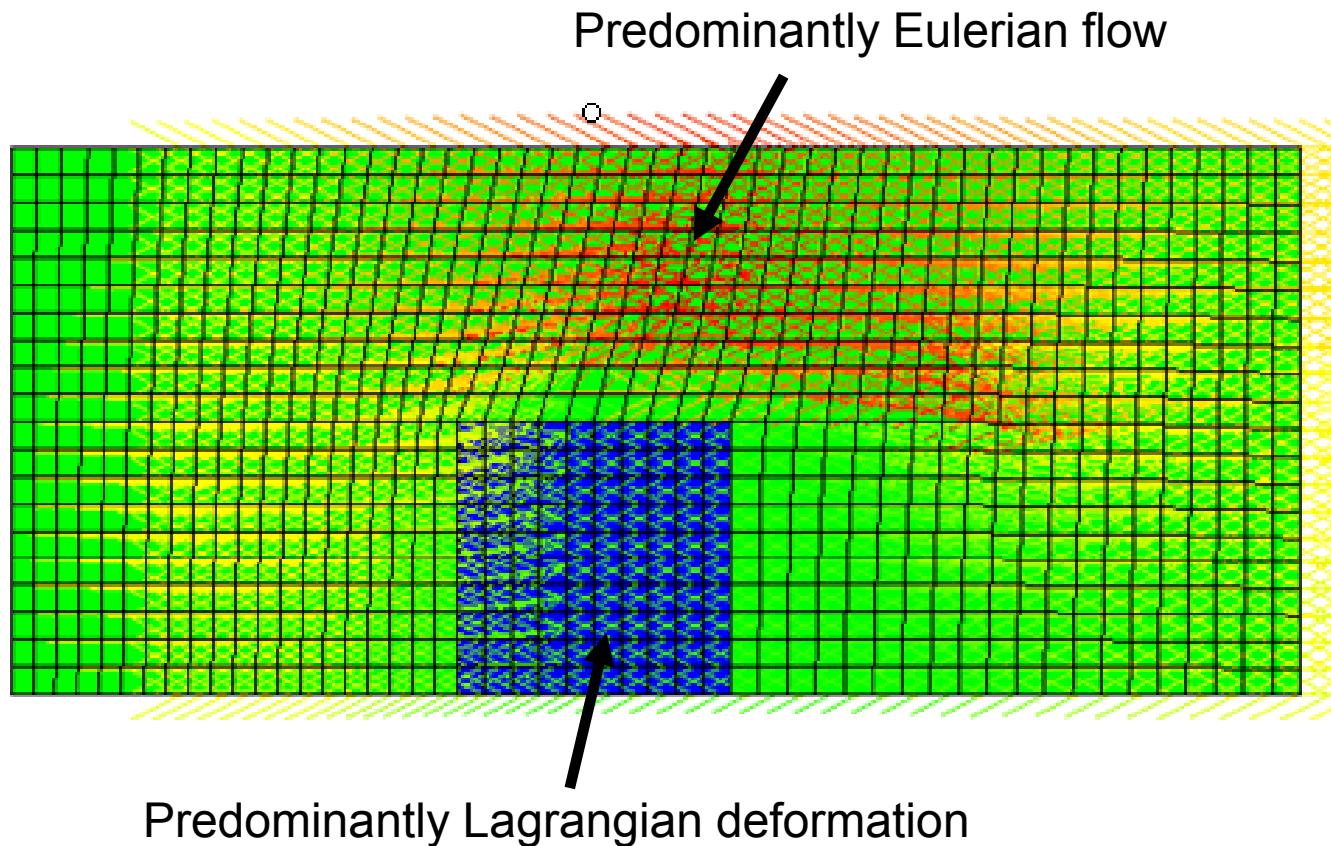
- Euler Solvers use mesh-based Eulerian methods

Grid is fixed in space and material flows through it



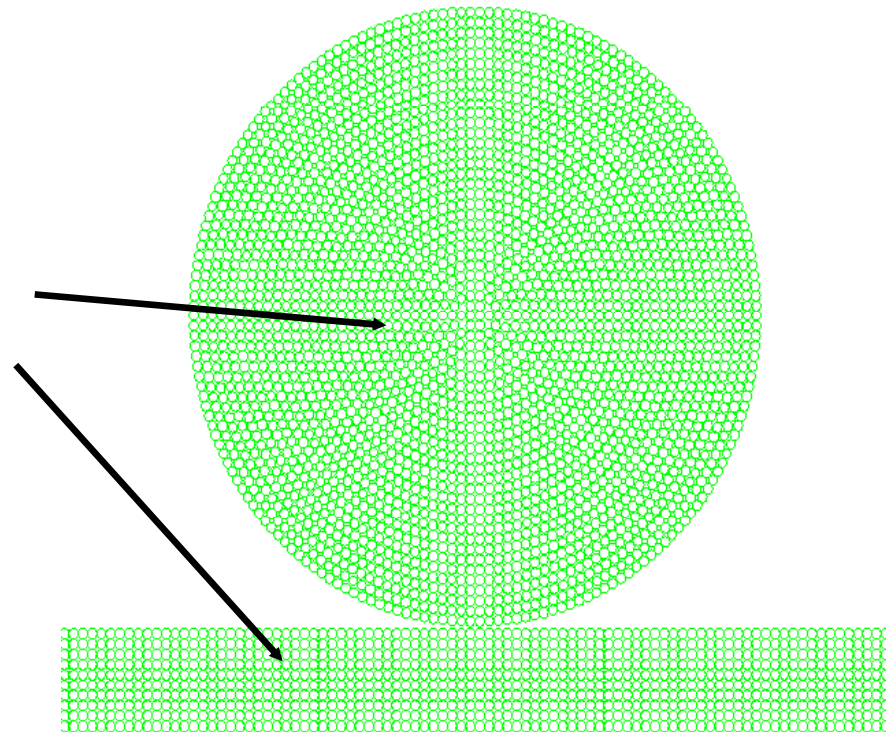
External space needs to be modelled (Void cells)

- The ALE (Arbitrary Lagrange Euler) Solvers uses a mesh-based hybrid Lagrangian/Eulerian method



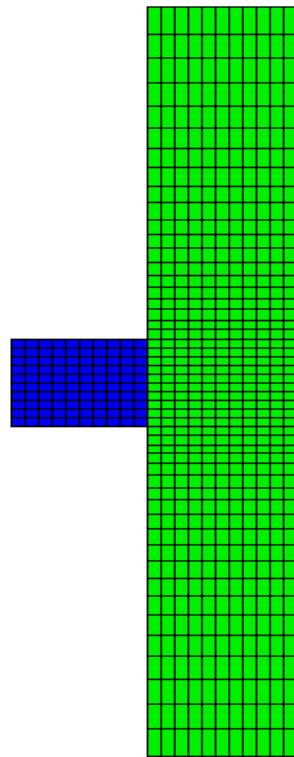
- The Mesh-free Solver uses the particle-based **Smooth Particle Hydrodynamics (SPH)** method

Geometry represented as particles

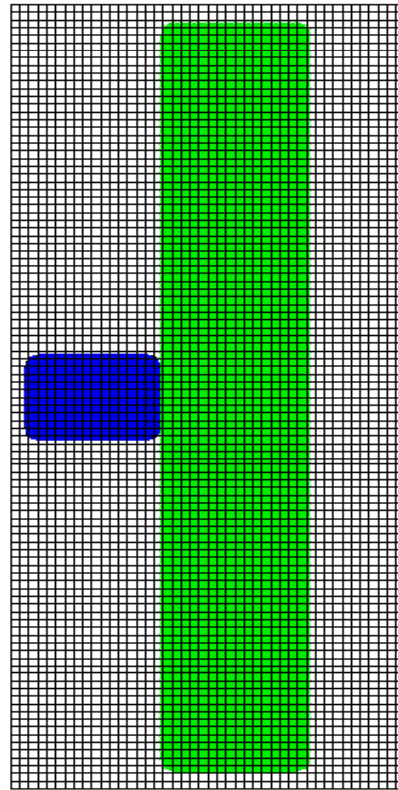


No particles required for exterior space

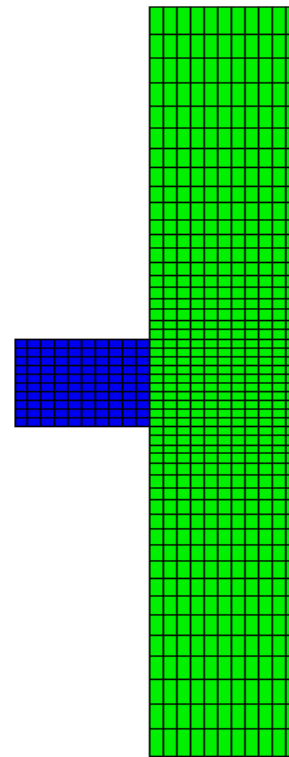
AUTODYN-2D v4.3 from Century Dynamics



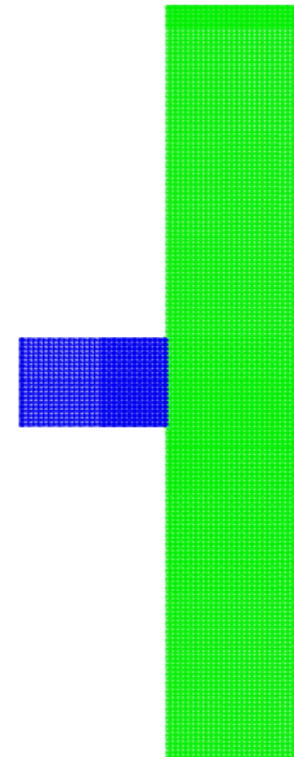
Lagrange



Euler



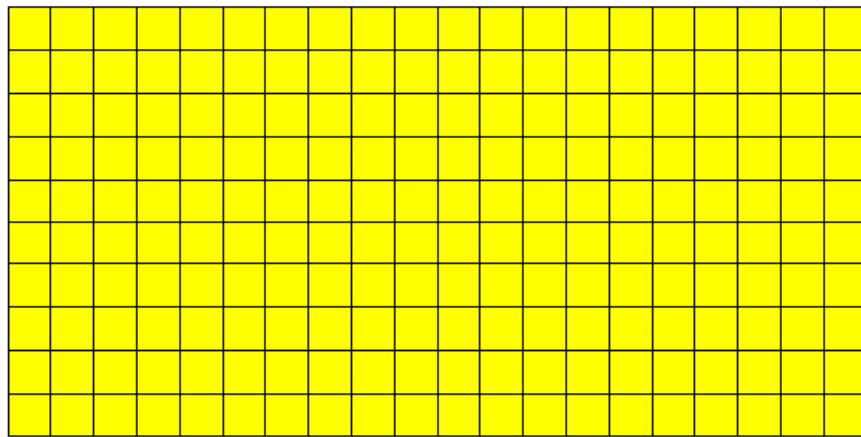
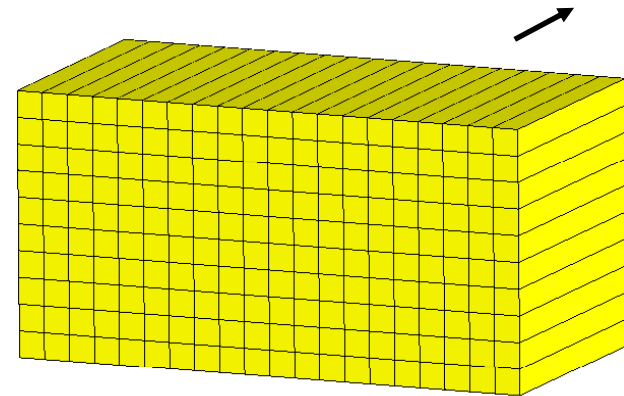
ALE



SPH

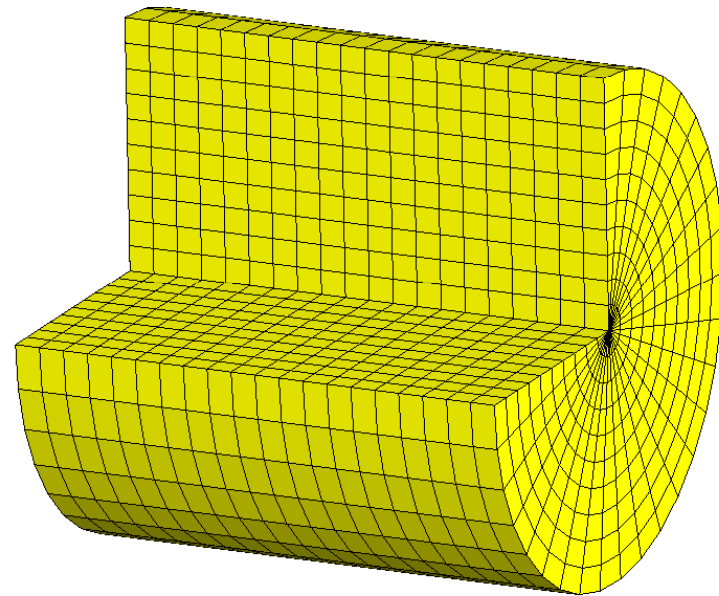
Symmetry 2D 3D Axial Planar

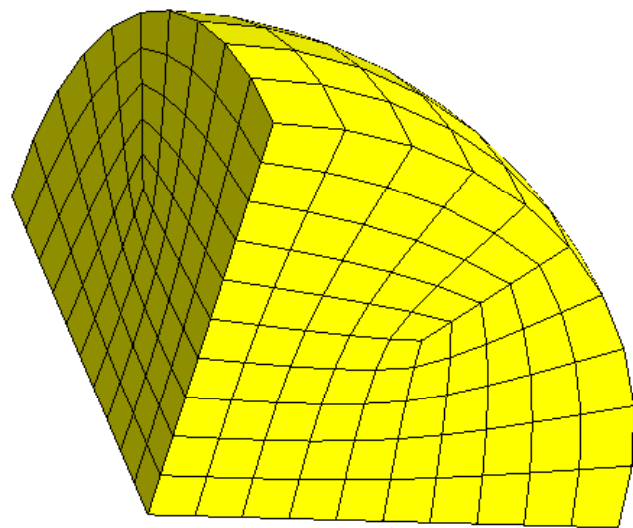
Planar Symmetry ($\epsilon_{zz} = 0$) →



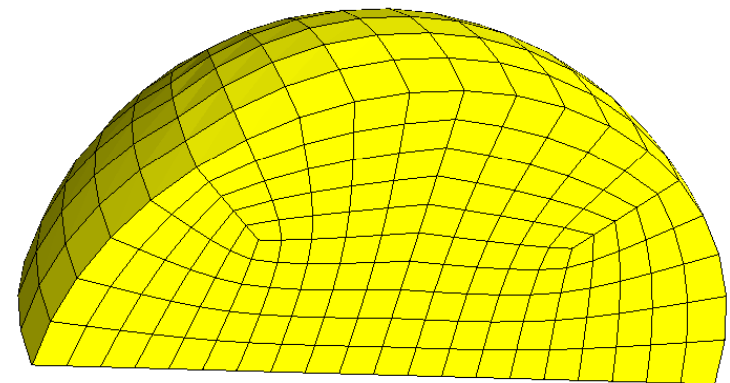
Generated Mesh

Axial Symmetry →

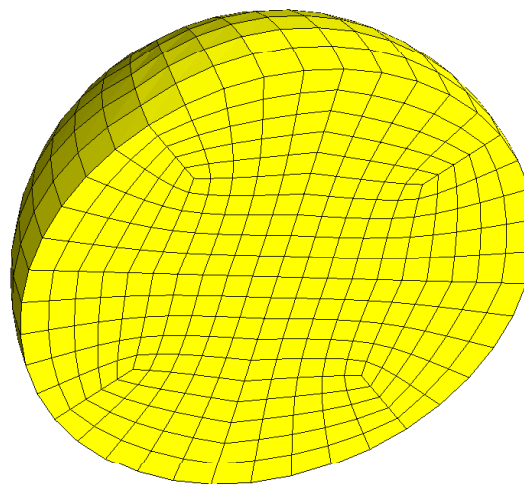




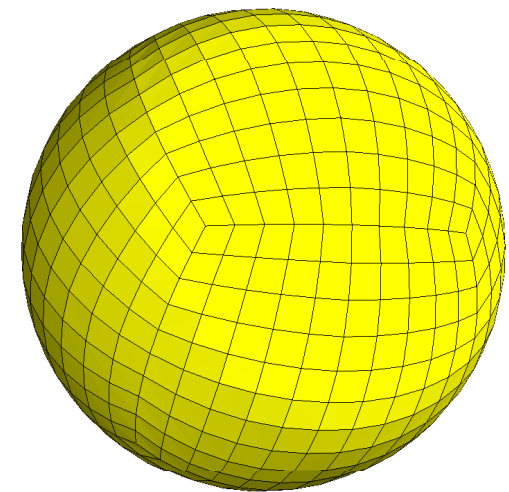
No symmetry



X symmetry



X & Y symmetry



X, Y & Z symmetry

- Structured Parts

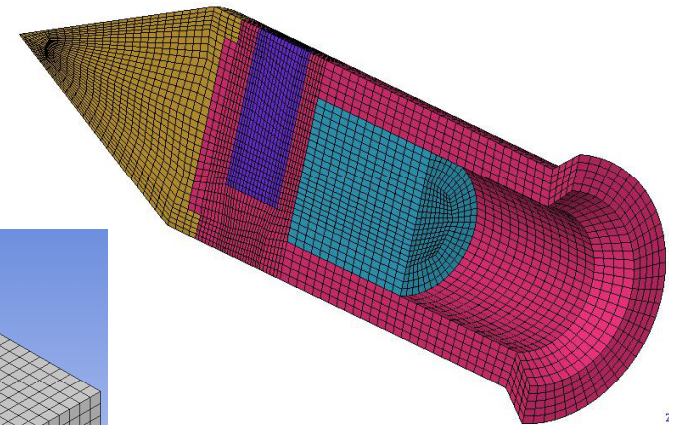
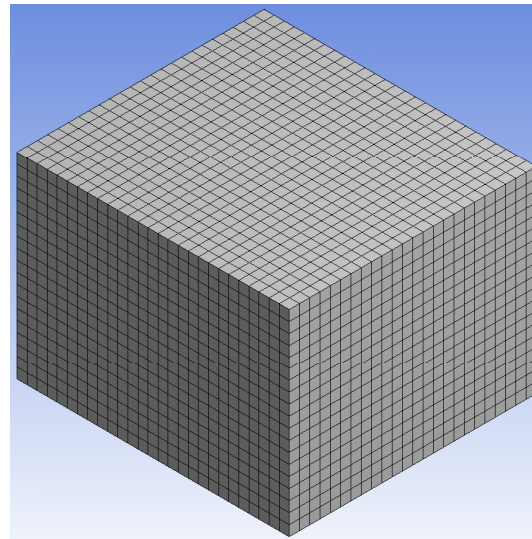
- Structured group of elements of same element (solver) type

- 2D

- Quadrilateral solid
- Shell

- 3D

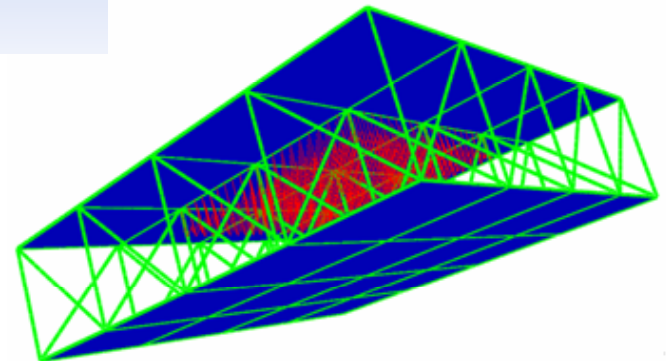
- Hexahedral solid
- Quadrilateral Shell
- Beam



- Implicit connectivity using a structured (I,J,(K)) grid

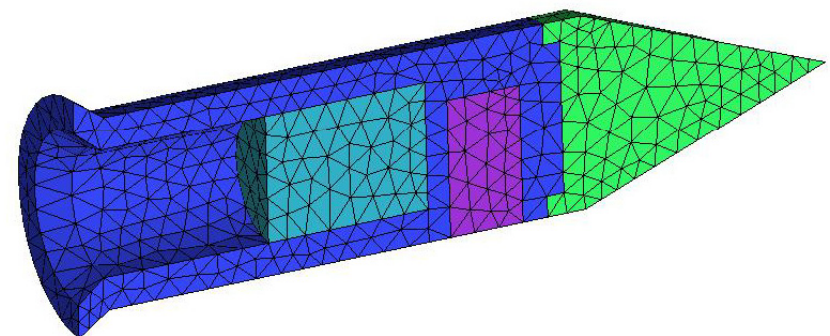
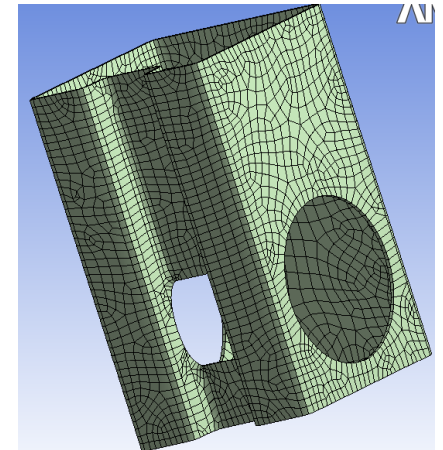
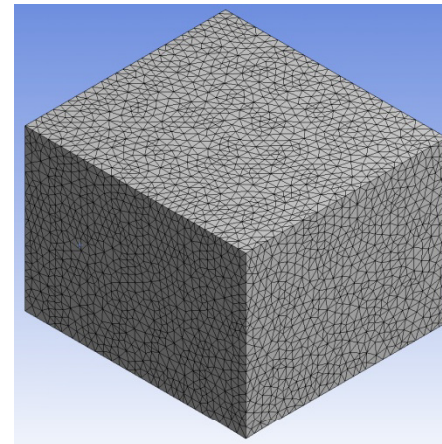
- **Generated in AUTODYN**

- Lagrange (Solid, Shell, Beam), ALE & Euler

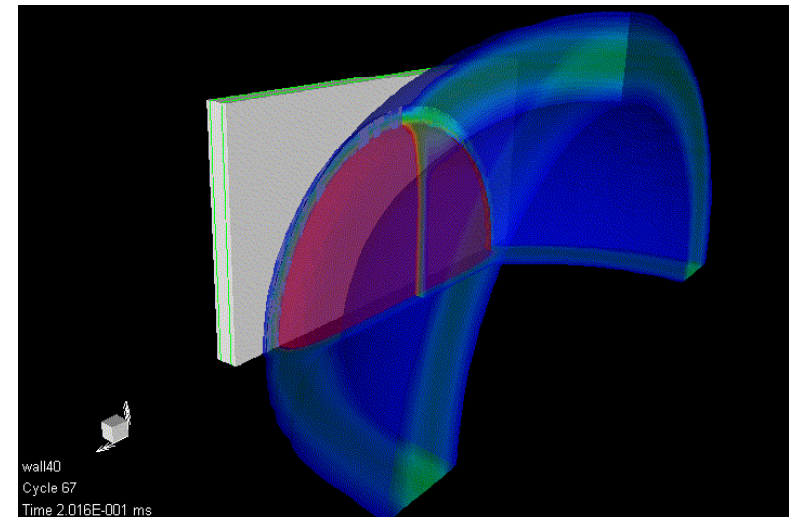
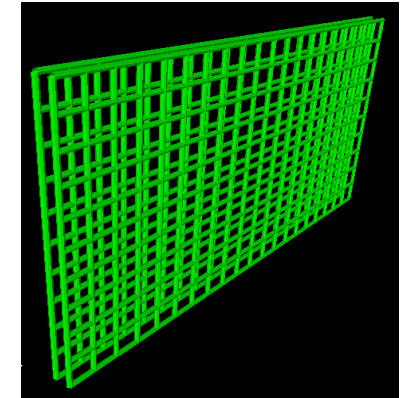
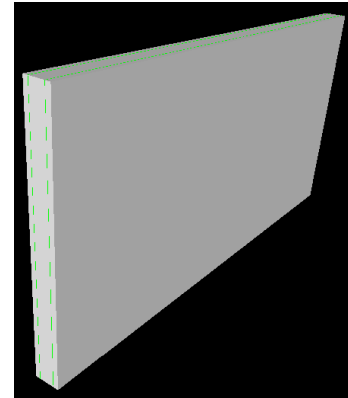


Unstructured Parts

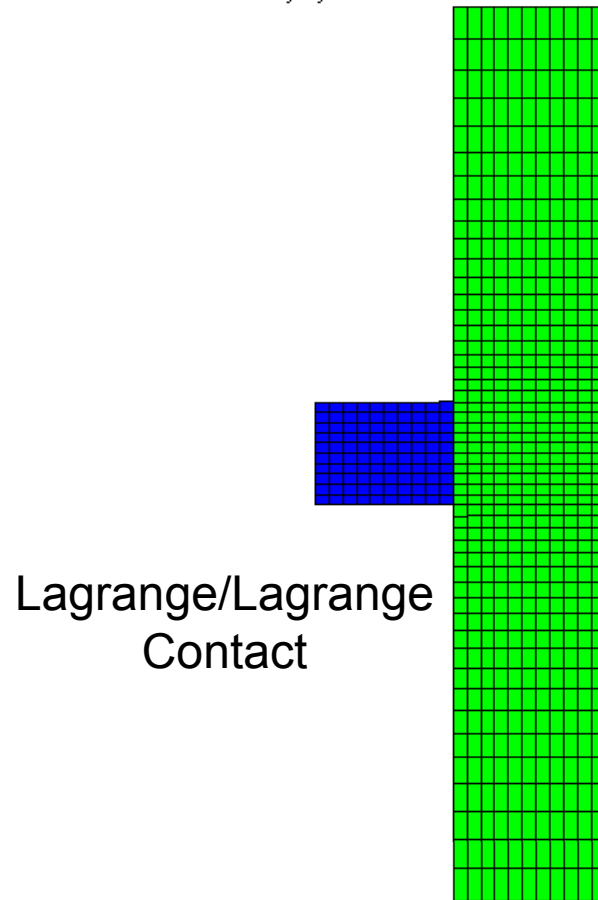
- Unstructured group of elements of compatible element types
 - 2D
 - Quad / Tri solid
 - Line shell
 - 3D
 - Hexahedral / Tetrahedral solid
 - Quad / Tri shell
 - Line Beam
- Uses node/element connectivity table
- Imported (e.g. from Workbench)
 - Lagrange (Solid, Shell, Beam)



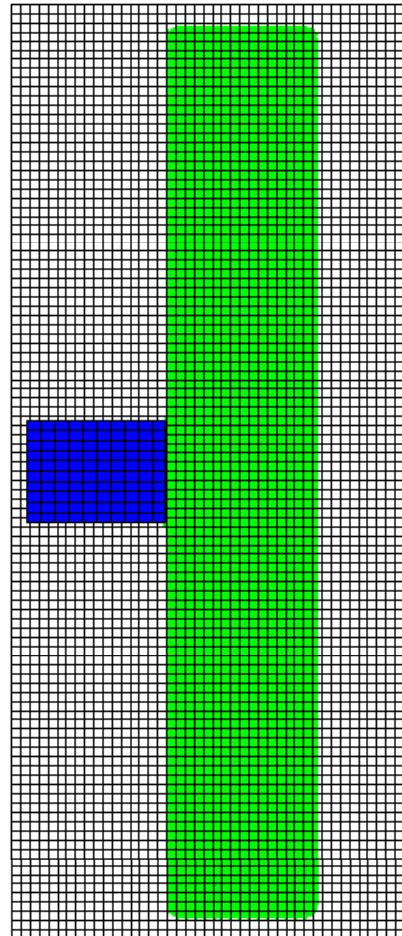
- The “best” Solver can be selected for each region of the simulation
 - Each AUTODYN simulation can have multiple Parts
 - Each Part is assigned a solver
- The different Parts can interact with each other through
 - Bonding (joins)
 - Contact (Lagrange-Lagrange Interactions)
 - Coupling (Euler-Lagrange Interactions)



AUTODYN-2D v4.3 from Century Dynamics

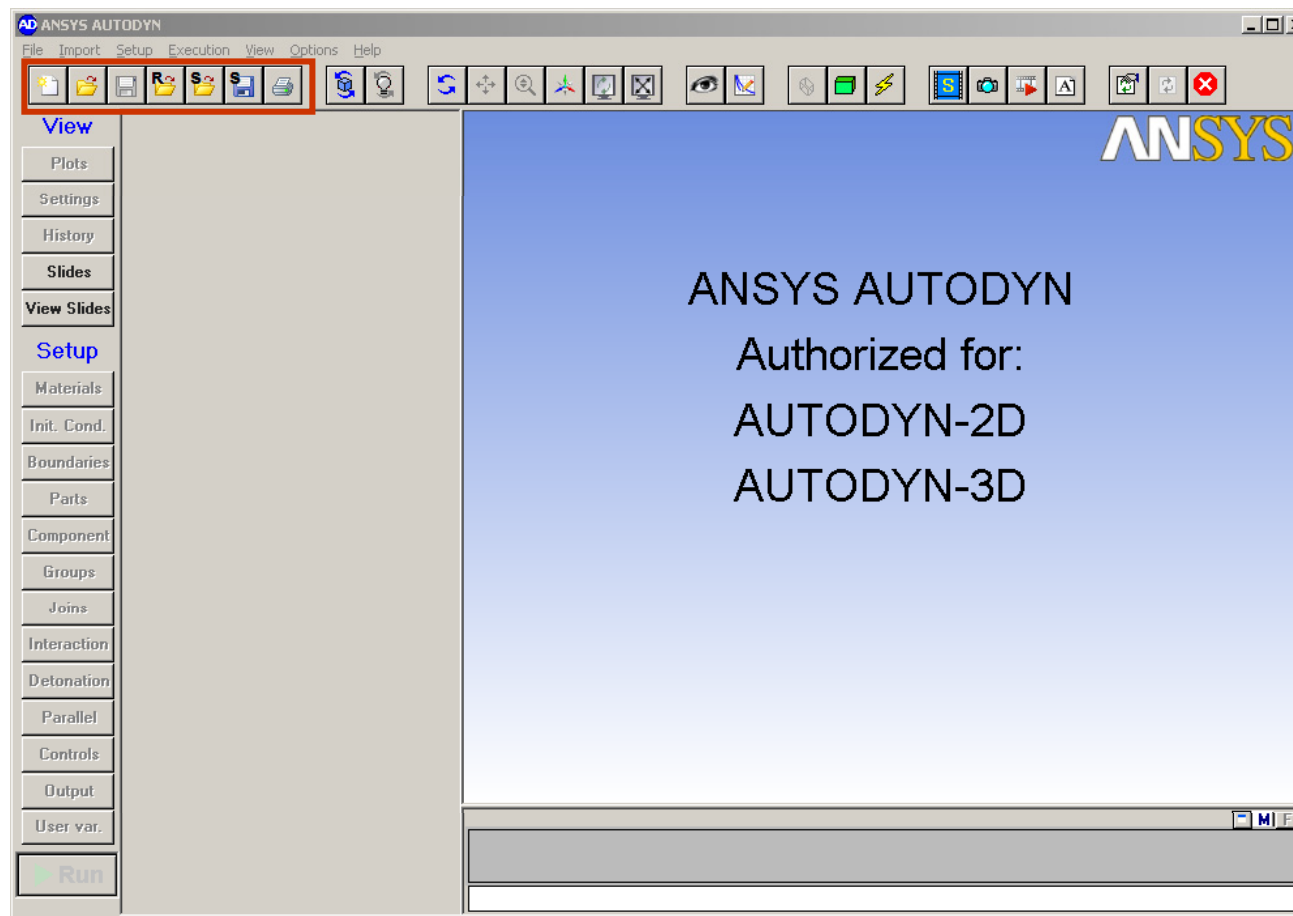


Lagrange/Lagrange
Contact



Euler/Lagrange
Coupling

- Start AUTODYN using the AUTODYN Executable
 - “C:\Program Files\ANSYS Inc\v120\AISOL\AUTODYN\intel\autodyn.exe”
 - Uses AUTODYN project data base / file system



• Analysis Systems

- Setup Lagrange (structural Parts in **Explicit Dynamics (ANSYS)**)

- Interfaces to CAD
- ANSYS Geometry tools
- ANSYS Meshing tools

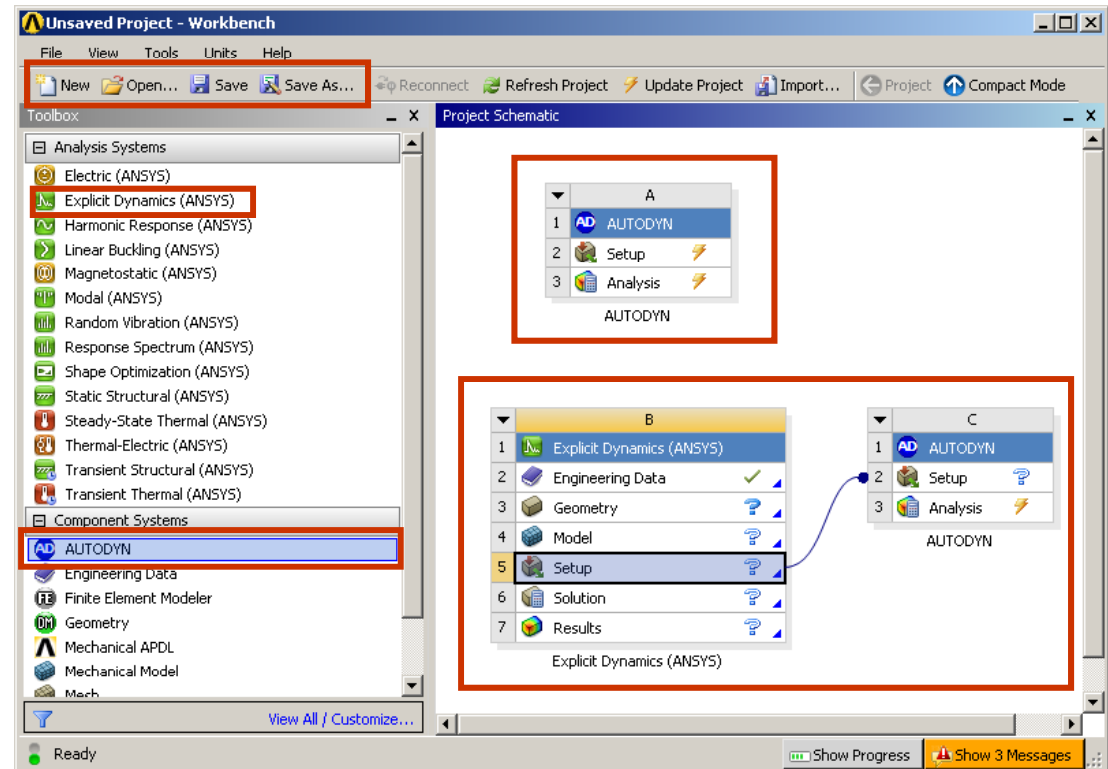
- Link to AUTODYN

- Add Euler Parts
- Add Mesh-free Parts
- Use advanced material models
- Solve

• Component Systems

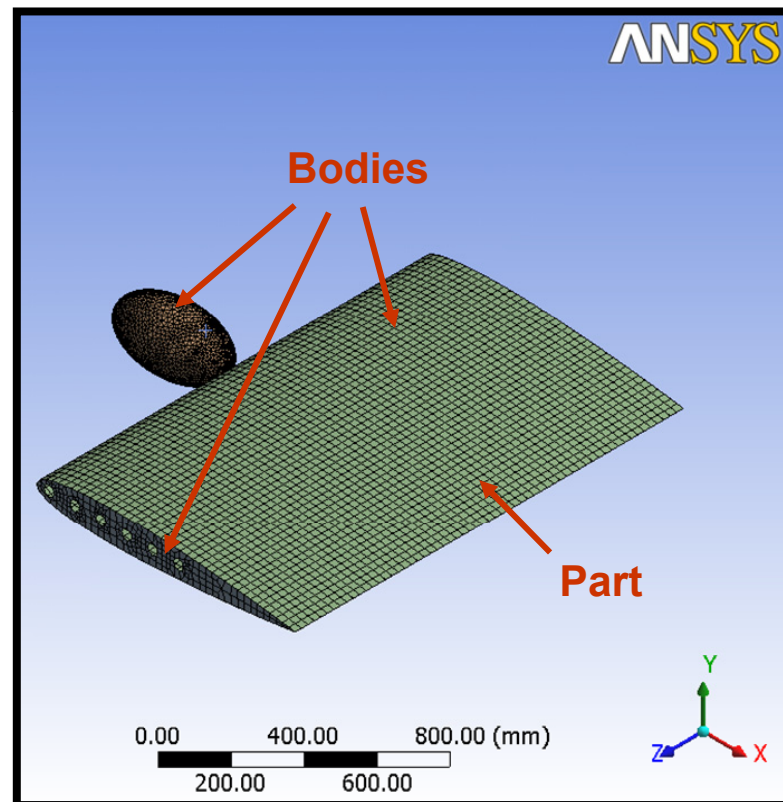
- Setup and Solve standalone in AUTODYN

- Uses Workbench Project data base / file system

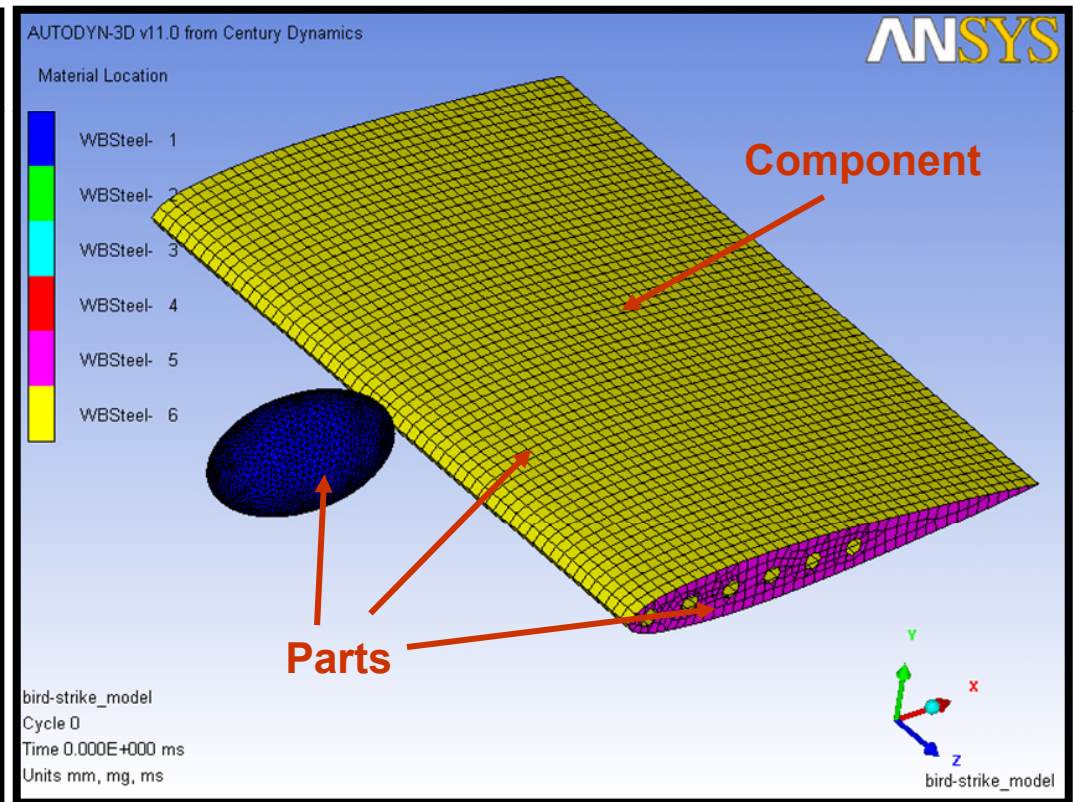


- Workbench **Bodies** are imported as AUTODYN **Parts**
- Workbench **Parts** are imported as AUTODYN **Components**

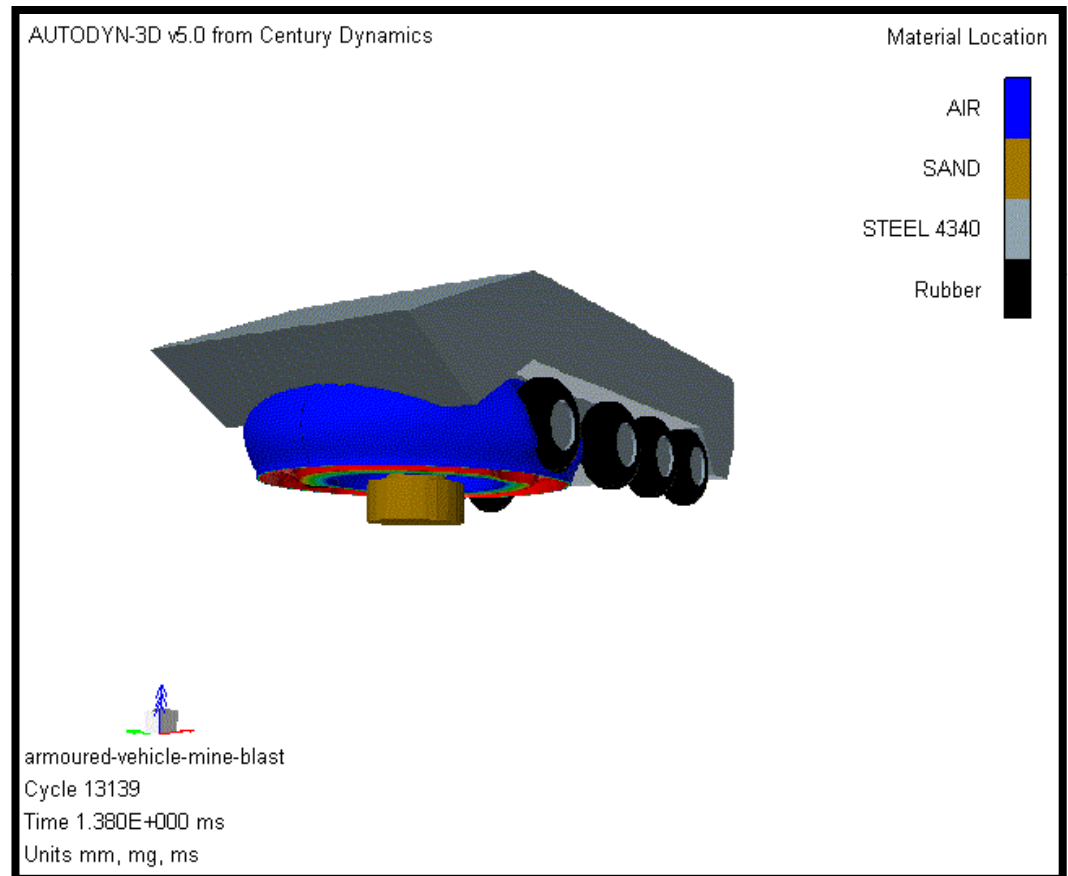
Workbench



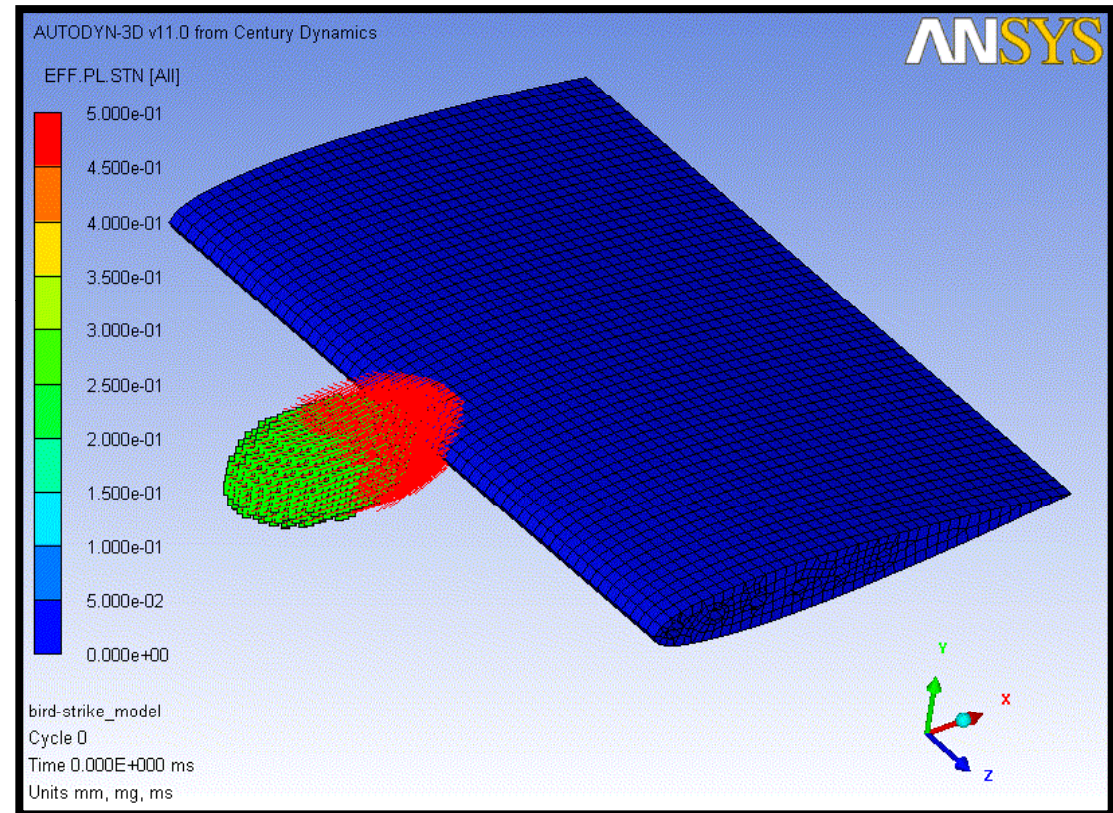
AUTODYN



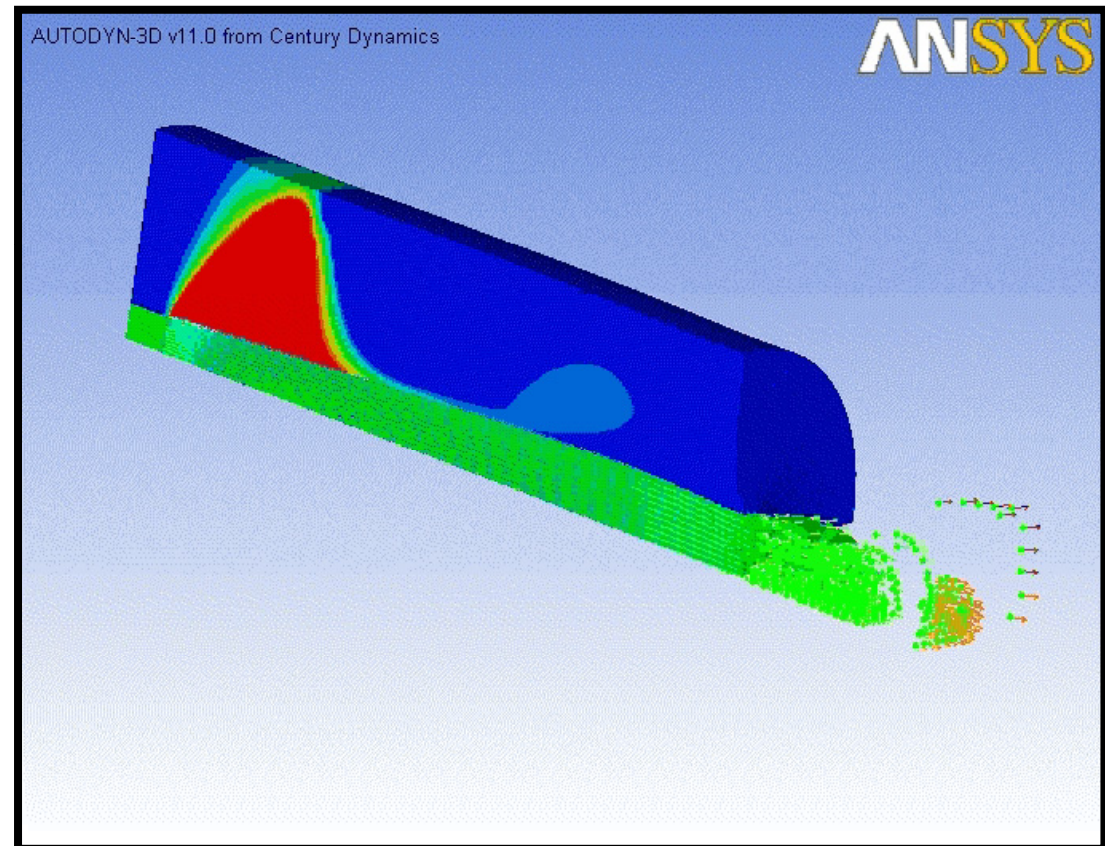
- Example: Mine Blast
 - Structural (Lagrange) Parts used for the vehicle and the ground
 - Euler Part used for the air
 - **Cannot be solved in Explicit Dynamics (ANSYS)**
 - Euler solvers are only available in AUTODYN
 - Material model for air is only available in AUTODYN



- Example: Bird Strike
 - Structural (Lagrange) Parts used for the wing
 - Mesh-free (SPH) particles used for the bird (ovoid)
 - Lagrange Part “filled” with SPH particles
 - **Cannot be solved in Explicit Dynamics (ANSYS)**
 - Mesh-free solver is only available in AUTODYN



- Example: Metal cylinder with an explosive Core
 - Structural (Lagrange) Parts used for the metal cylinder and Explosive
 - Body interaction with no friction specified between explosive and cylinder
 - **Cannot be solved in Explicit Dynamics (ANSYS)**
 - Explosive material models are only available in AUTODYN





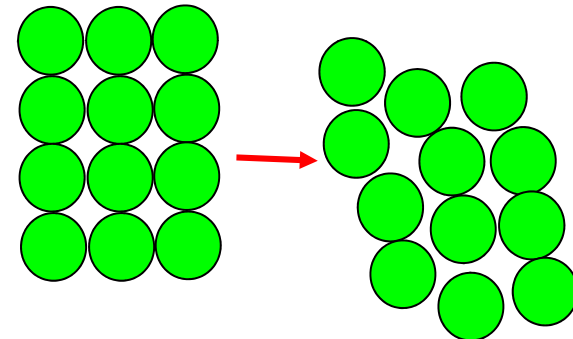
Chapter 8

Mesh-free (SPH) Solver

Introduction to ANSYS AUTODYN

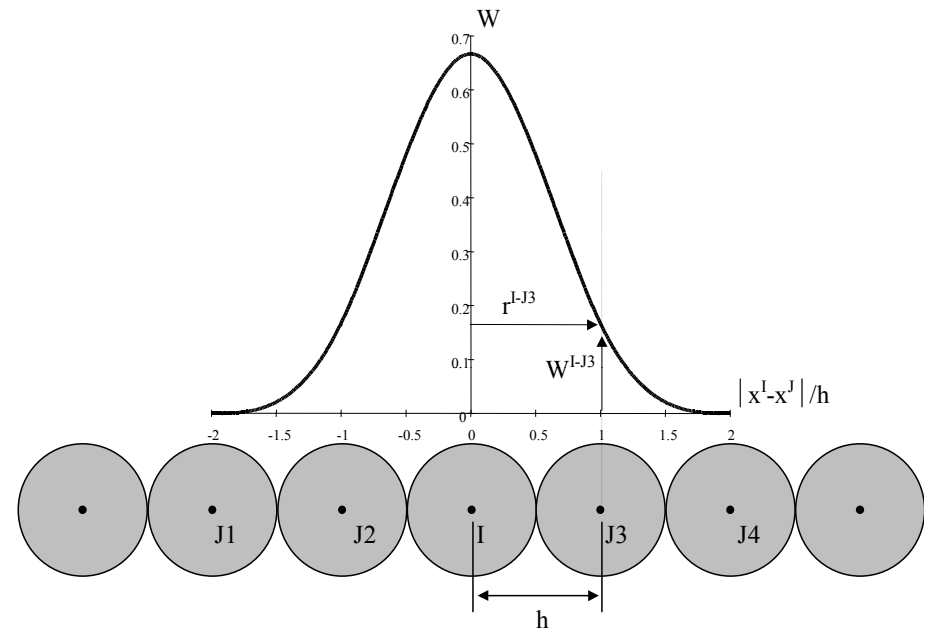


- Relatively new technique for solving computational continuum dynamics problems
- Continuum represented by arbitrary lattice of interacting particles (or interpolation points)
- No numerical grid
 - No grid tangling problems (as in Lagrange)
 - No need for erosion
- Lagrangian Technique
 - Efficient - only need to model regions where material exists
 - Good at tracking material interfaces
 - Complex constitutive models can be included
- SPH particles can interact with Lagrange, Shell and ALE parts through standard interaction logic



Smooth Particle Hydrodynamics Method

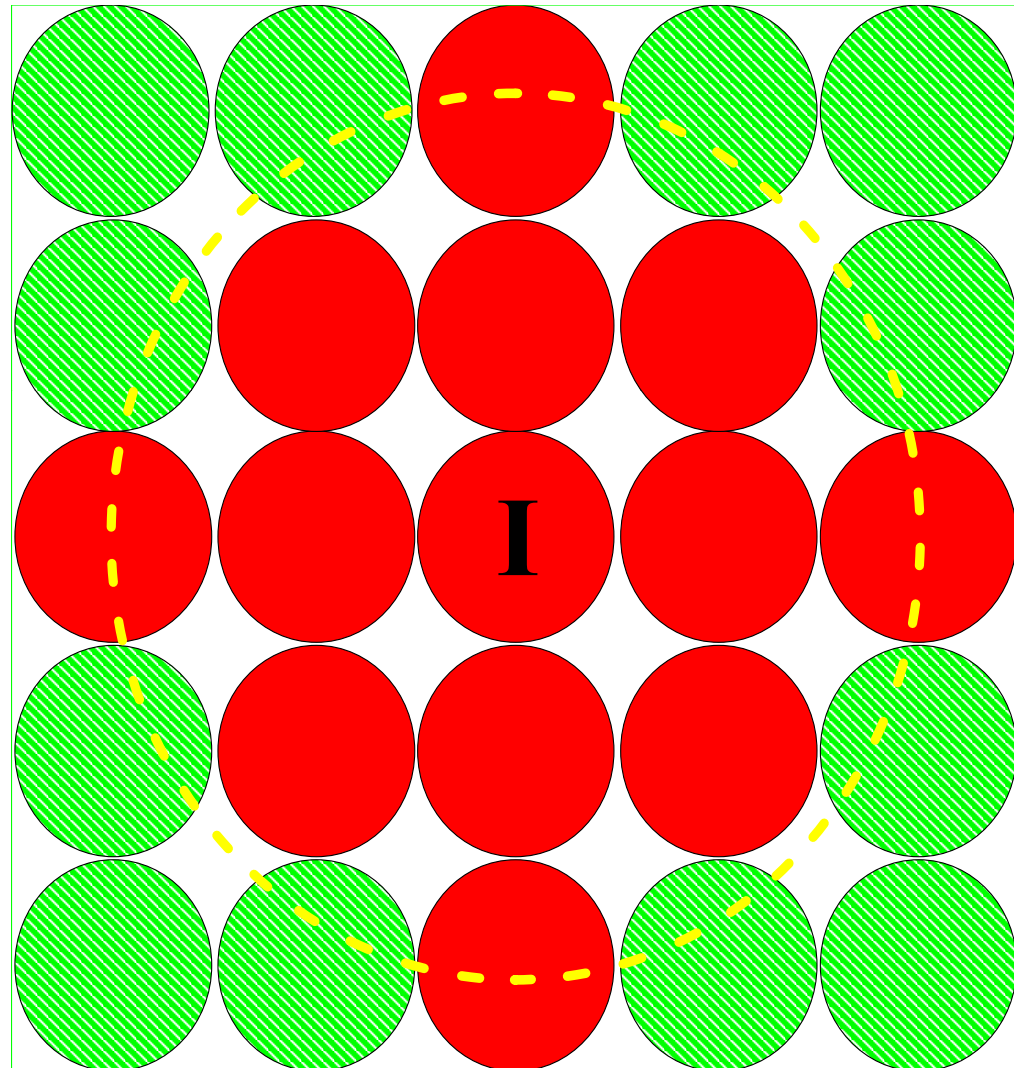
- The name SPH includes the term ‘particle’, however the particles are not simply interacting mass points
 - Particles are interpolation points from which values of functions and their derivatives can be estimated at discrete points in the continuum
- The function values and their derivatives are found by a Kernel approximation instead of being constructed from a grid
 - Uses a Weighting Function, W , and a Smoothing Length, h



Density Calculation

$$\rho^I = \sum_{J=1}^N m^J W^{IJ}(\mathbf{x}^I - \mathbf{x}^J, h)$$

- For multiple dimensions, the sum needs to be over all nearest neighbours
 - Circle in 2D
 - Sphere in 3D



Mesh-free (SPH) Solver

Mesh-free Model Generation

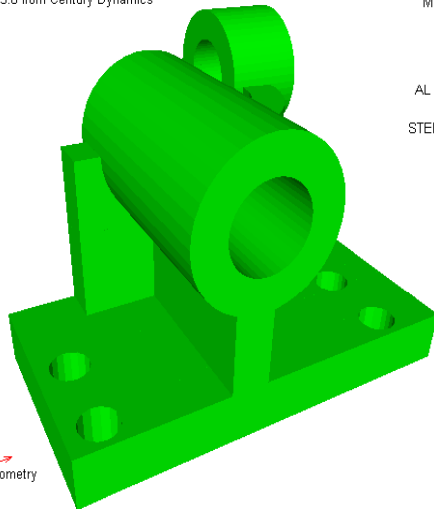


Training Manual

- Geometry (Zoning)
 - Geometric Objects are defined using
 - Predefined shapes (Predefs)
 - Lagrange / Fill Parts

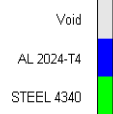
Lagrange Part

AUTODYN-3D v5.0 from Century Dynamics



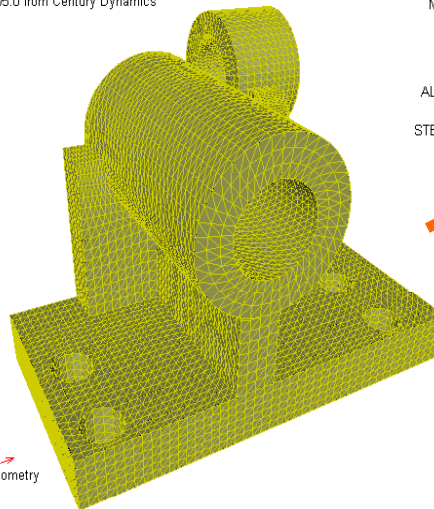
complex-sph-geometry
Cycle 0
Time 0.000E+000 ms
Units mm, mg, ms

Material Location



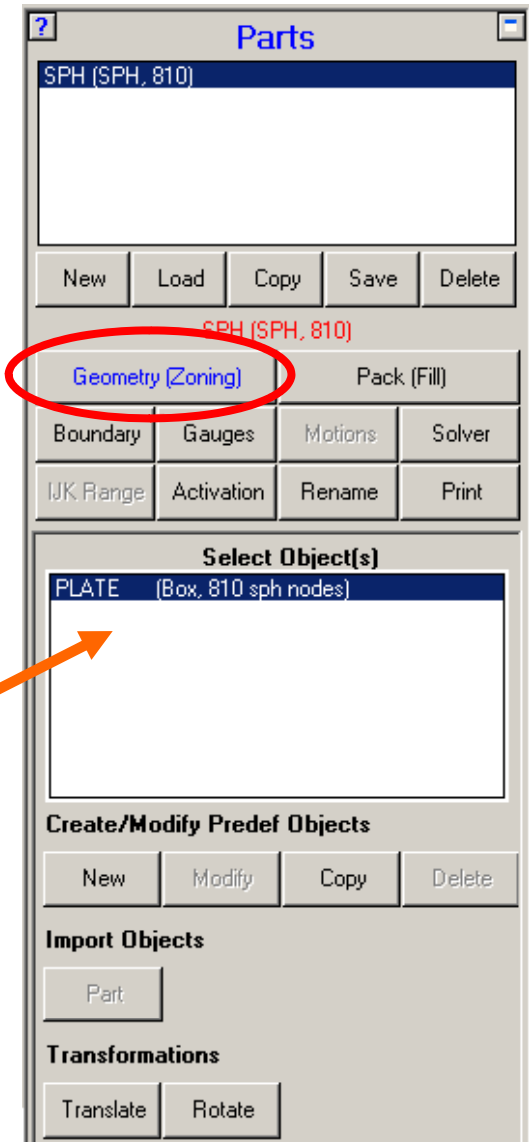
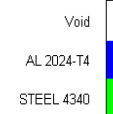
Geometric Object

AUTODYN-3D v5.0 from Century Dynamics



complex-sph-geometry
Cycle 0
Time 0.000E+000 ms
Units mm, mg, ms

Material Location



Mesh-free (SPH) Solver

Mesh-free Model Generation



Training Manual

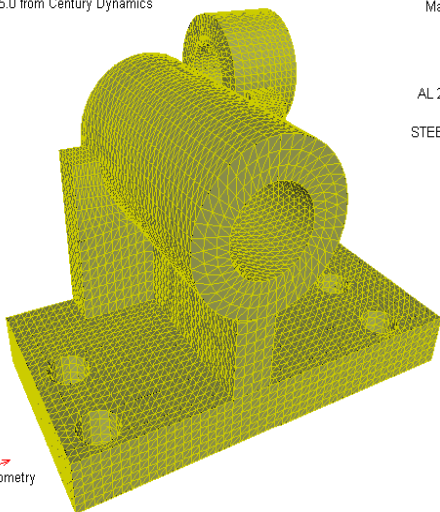
- Pack (Fill)

- Objects are packed with particles

- Particles are placed one smoothing length from their nearest neighbors
- Material and Initial Conditions assigned to each particle

Geometric Object

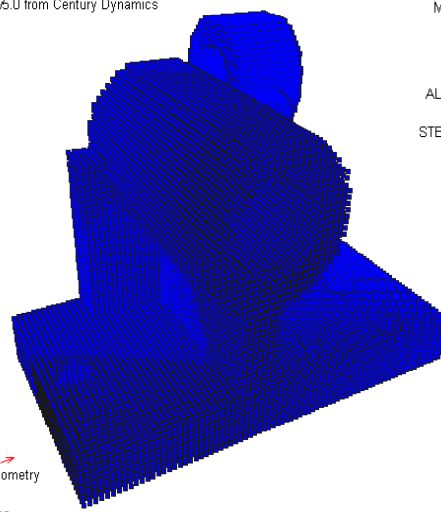
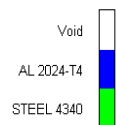
AUTODYN-3D v5.0 from Century Dynamics



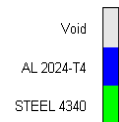
complex-sph-geometry
Cycle 0
Time 0.000E+000 ms
Units mm, mg, ms

SPH Particles

Material Location AUTODYN-3D v5.0 from Century Dynamics

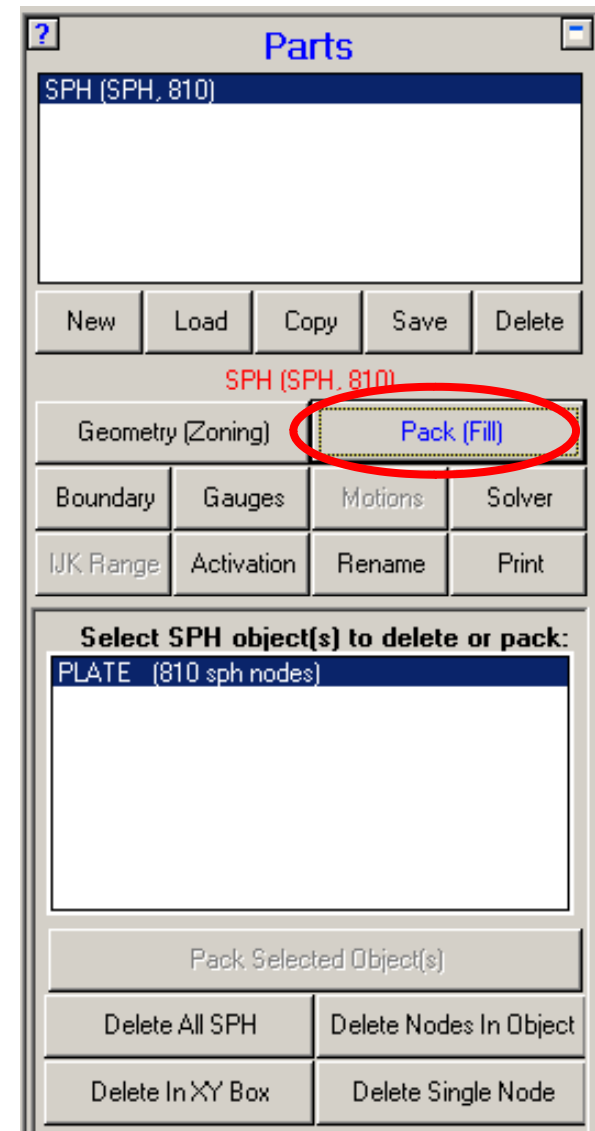


Material Location

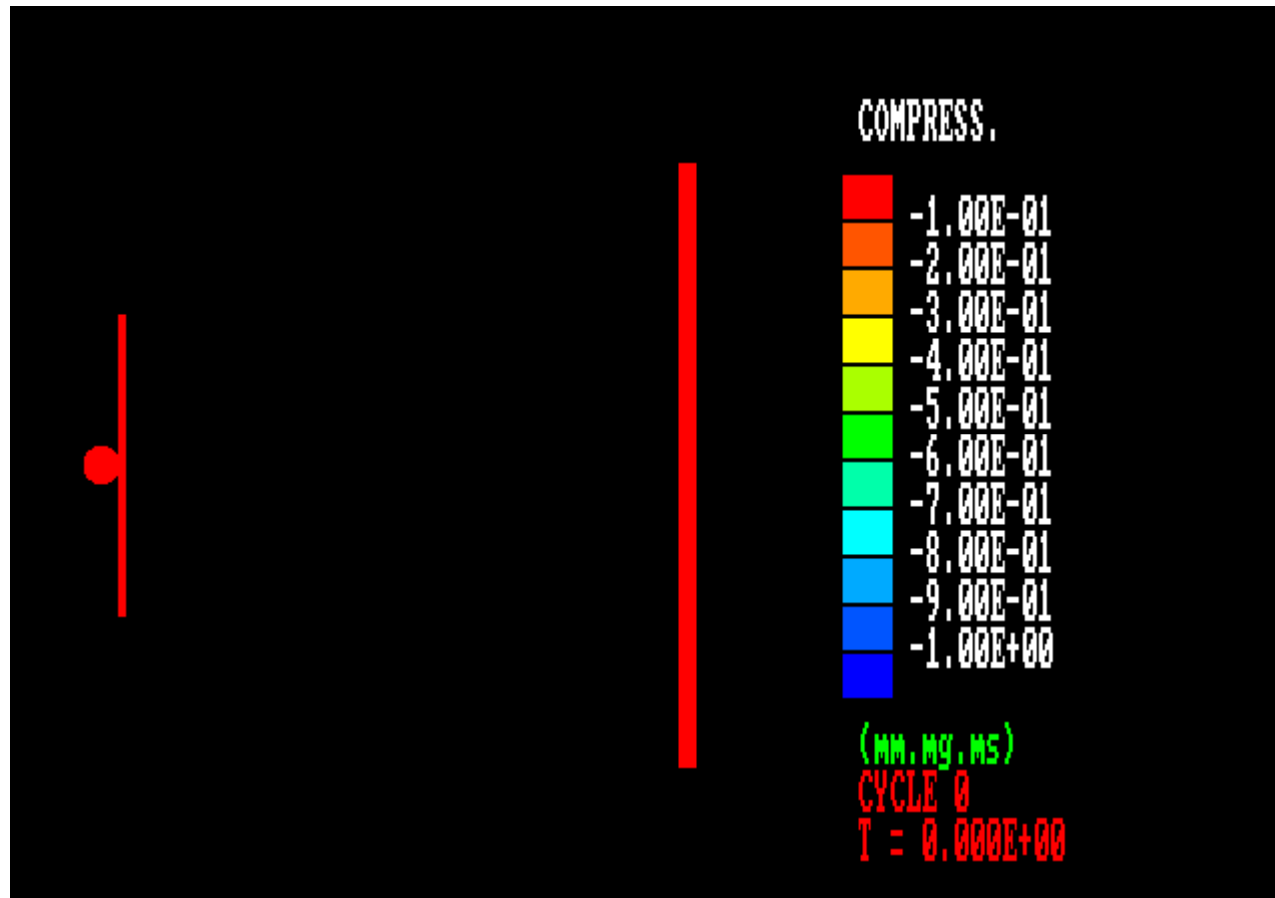


complex-sph-geometry
Cycle 0
Time 0.000E+000 ms
Units mm, mg, ms

Complex SPH geometry

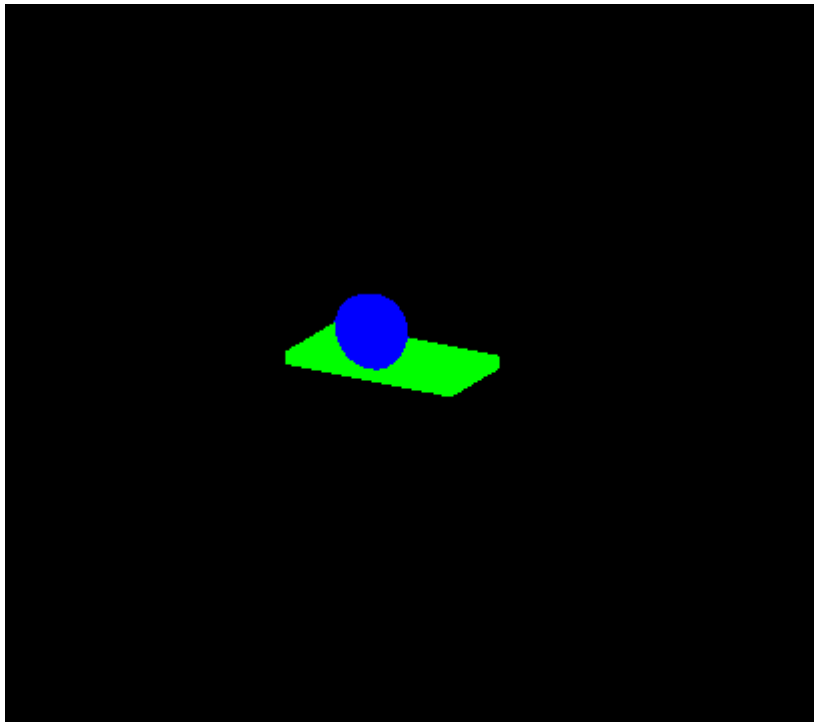


- Hypervelocity Impact (2D Axi-symmetric)

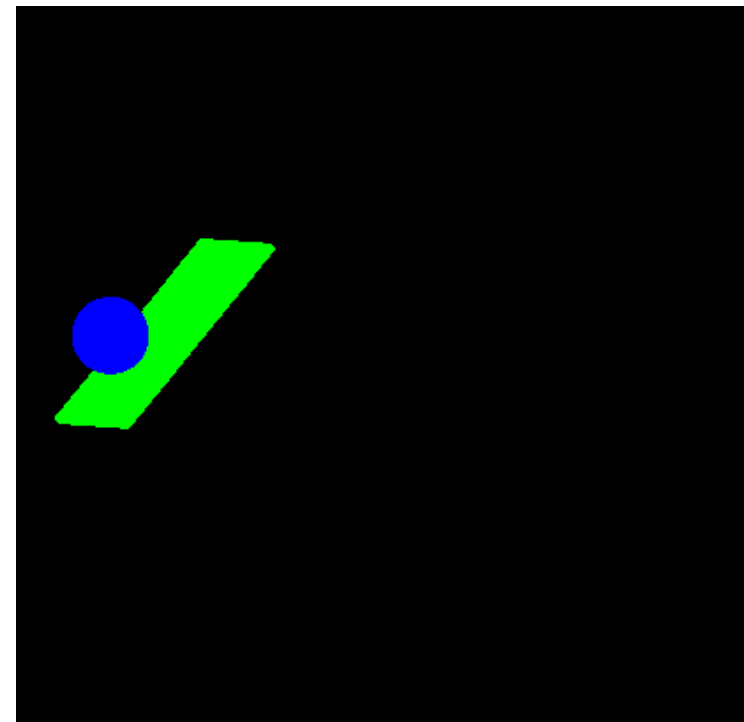


- Hypervelocity Impact (3D)

Normal

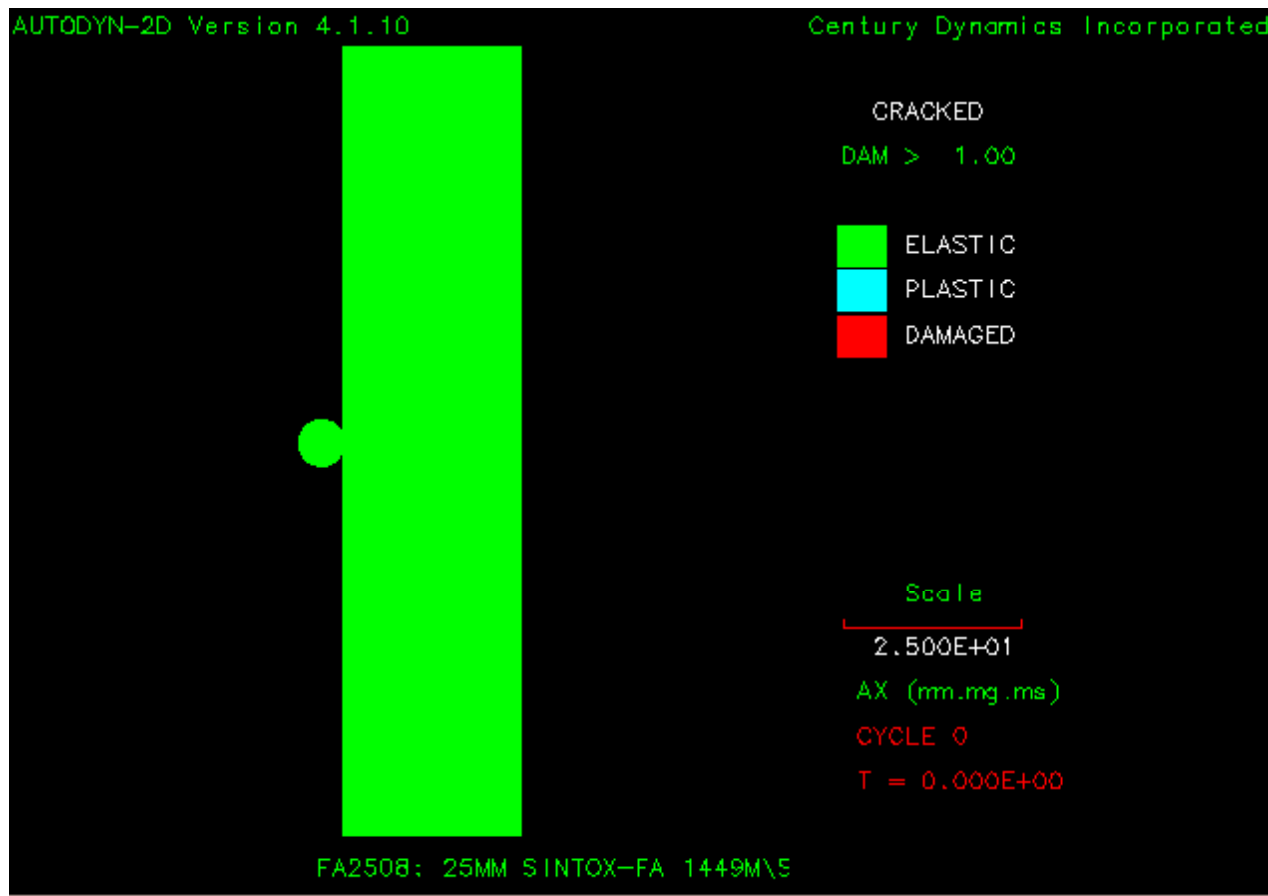


Oblique



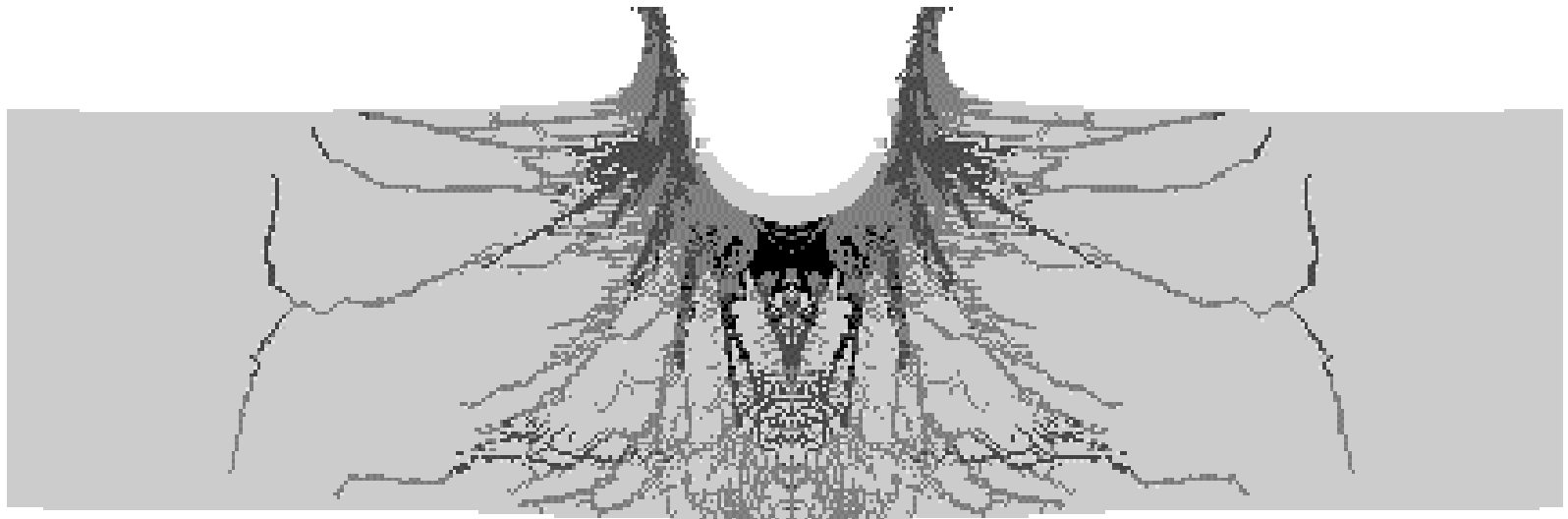
- Impact on Ceramic Target

- 1449m/s impact of a 6.35mm diameter steel ball on a ceramic target
- Johnson-Holmquist strength and damage model used in conjunction with crack softening
- SPH used for ball and target
- A comparison of the final damaged state of the ceramic has been made with experiment - excellent correlation was found

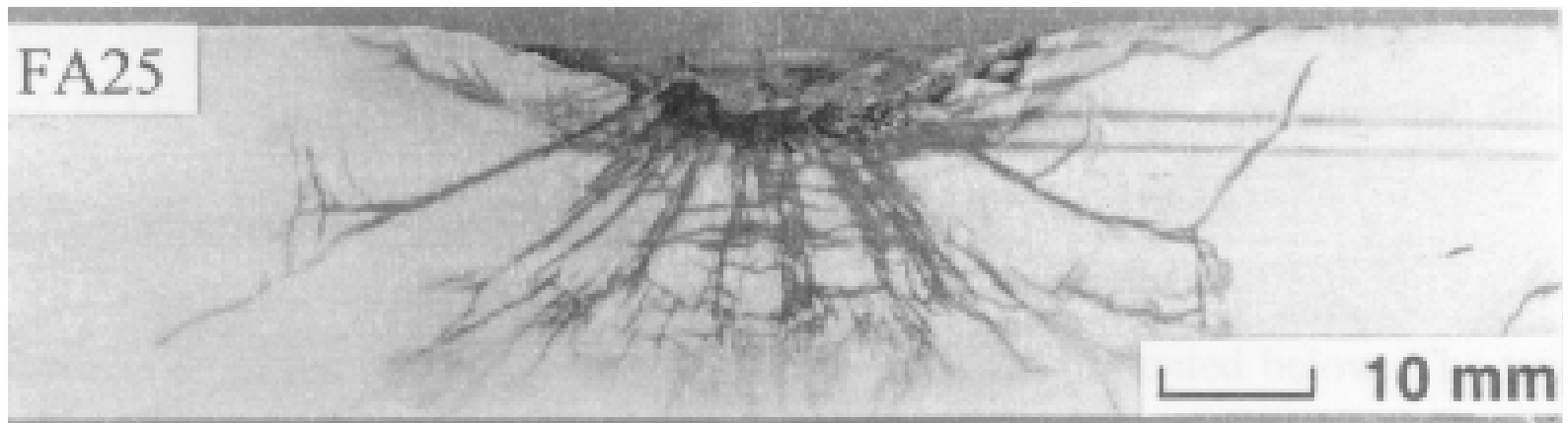


- Impact on Ceramic Target

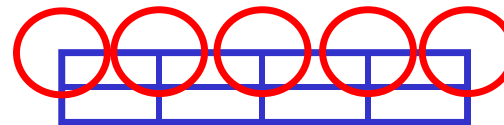
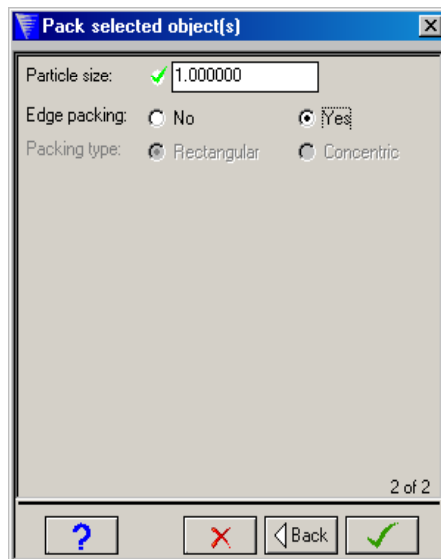
SPH
Simulation



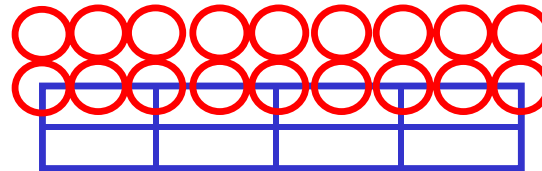
Expt.
(Hazell)



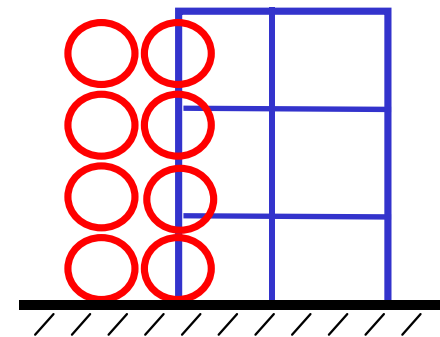
- SPH requires significantly more computation than Lagrange
- Accurate SPH simulations require uniformly sized particles throughout the SPH region
- Joining SPH to Lagrange allows material in low deformation regions to be modelled using the Lagrange solver
 - The mesh in these regions can also be graded to reduce the overall size of the problem
- Available for 2D and 3D “Box” type objects with rectangular edge packing



Node to Node Join

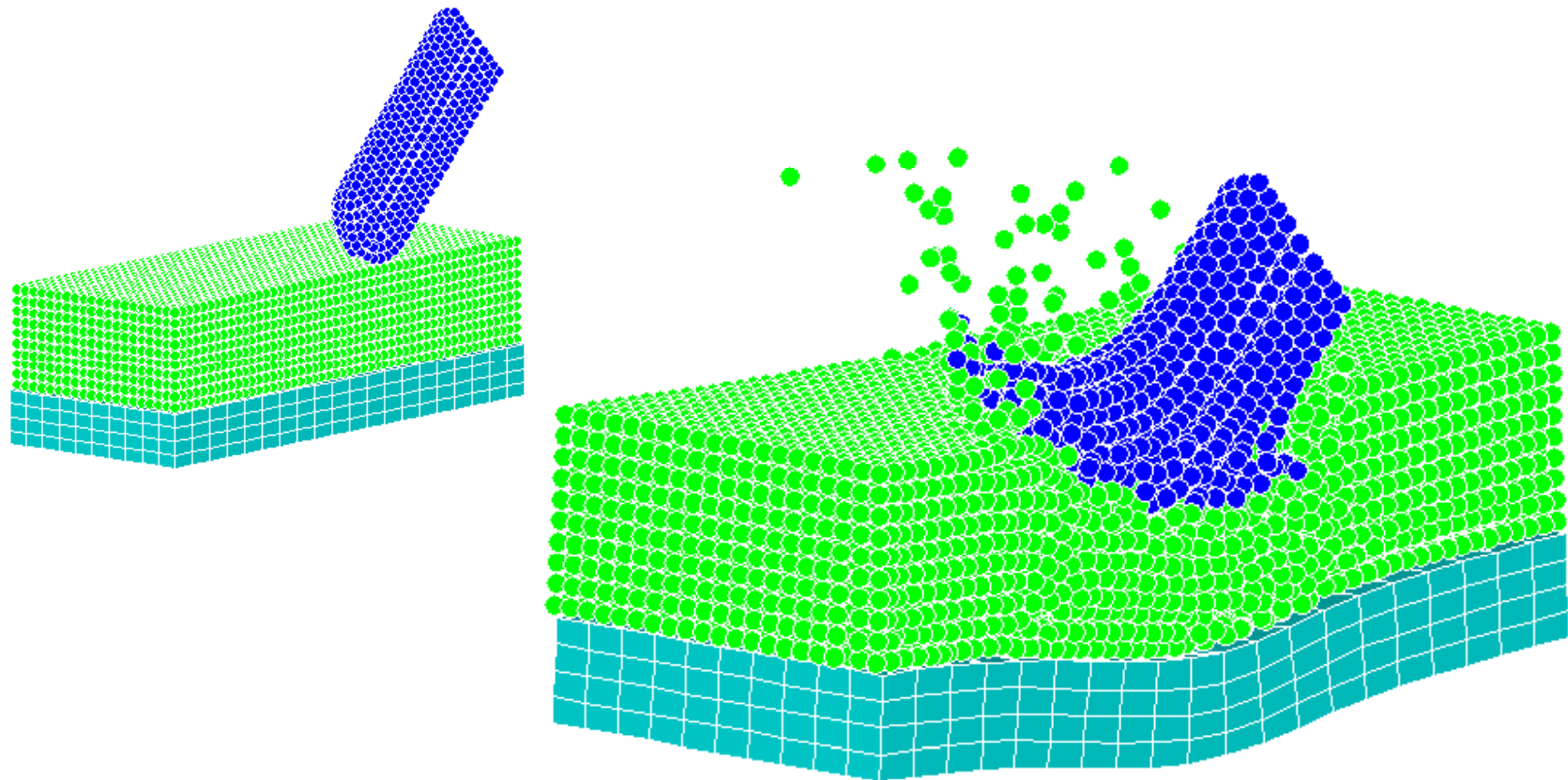


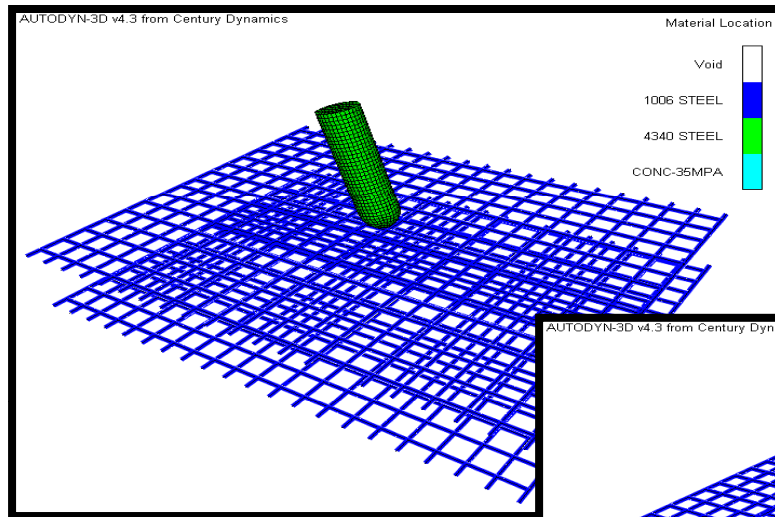
Node and Midface Node Join



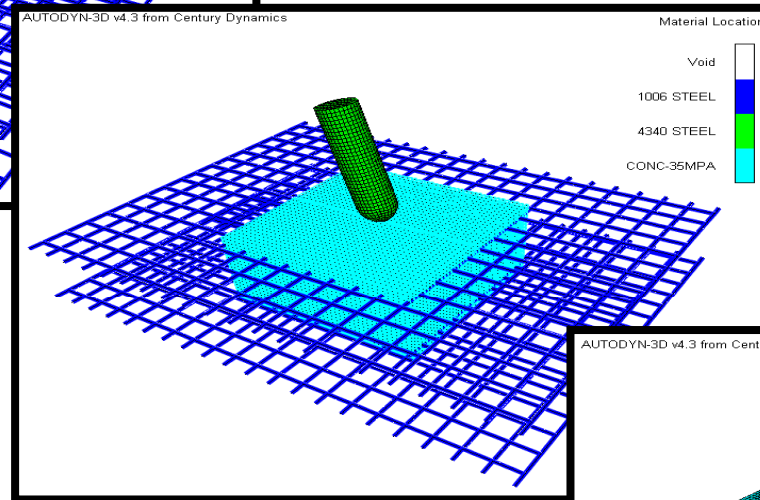
Arbitrary Node to Face Join

- Proximity based interactions can be specified between Lagrange and SPH Parts

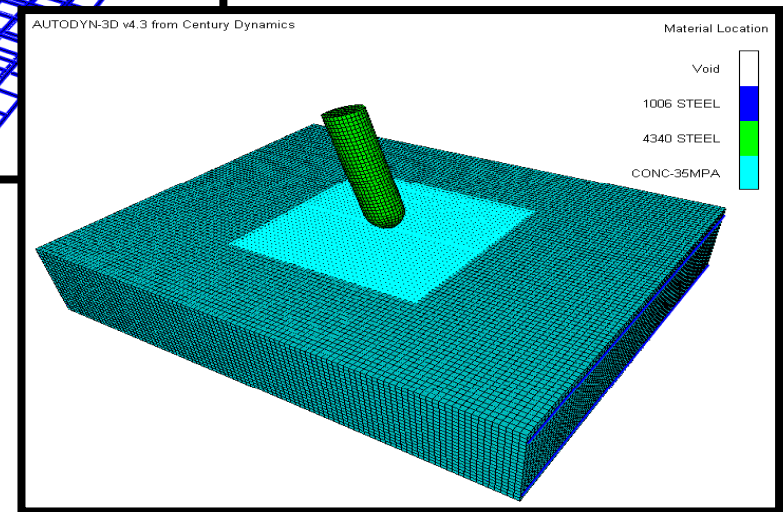




Lagrange projectile
Beam
reinforcements



Mesh-free inner target
(bonded to beam
reinforcements)



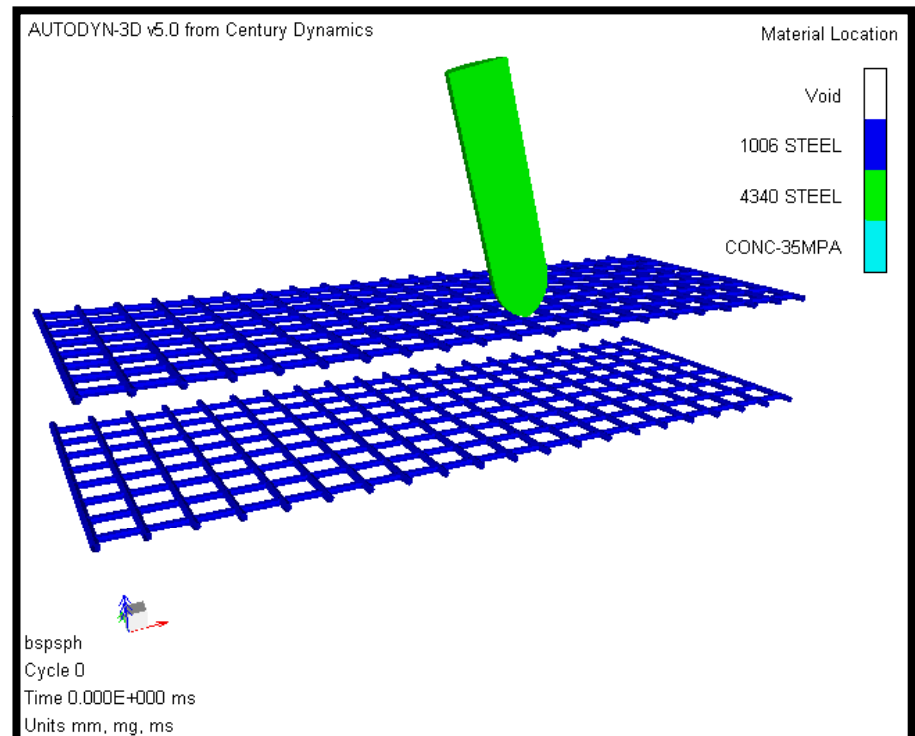
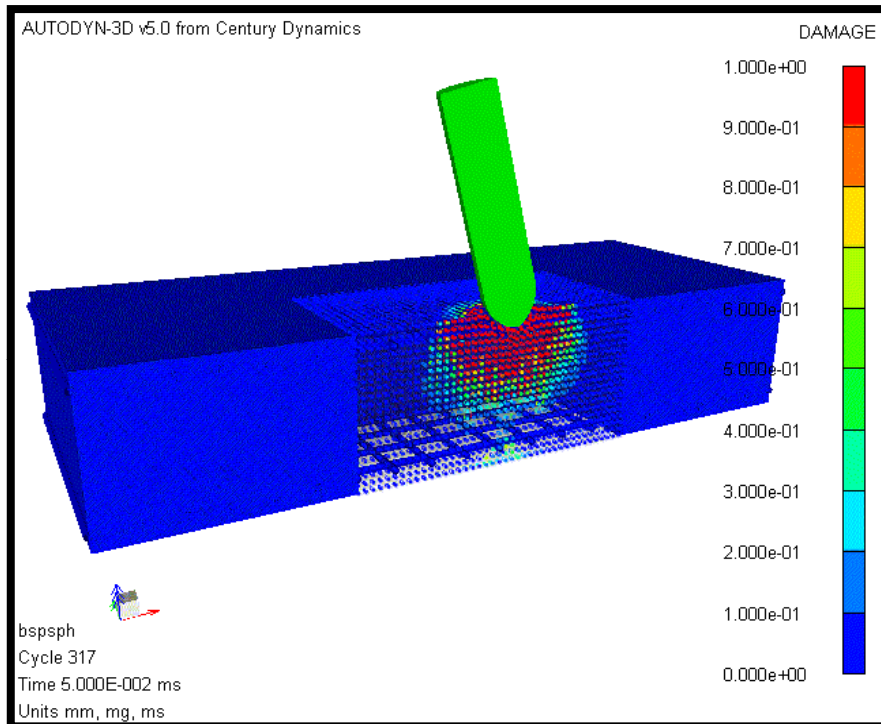
Lagrange outer target
(bonded to mesh-free
inner target)

Mesh-free (SPH) Solver

Combined SPH–Lagrange Joins and Interactions



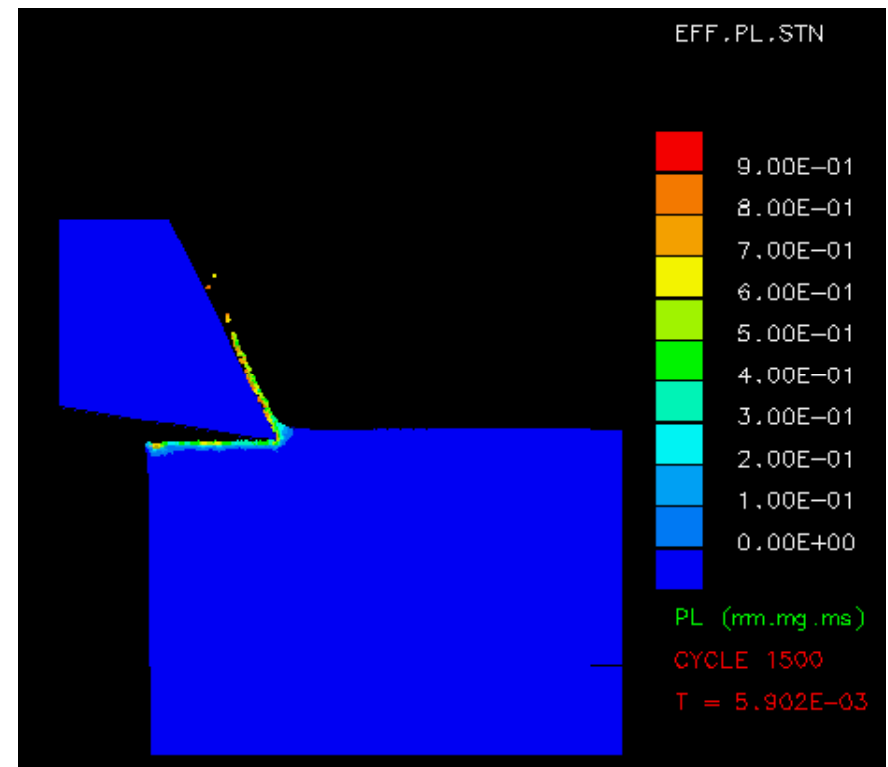
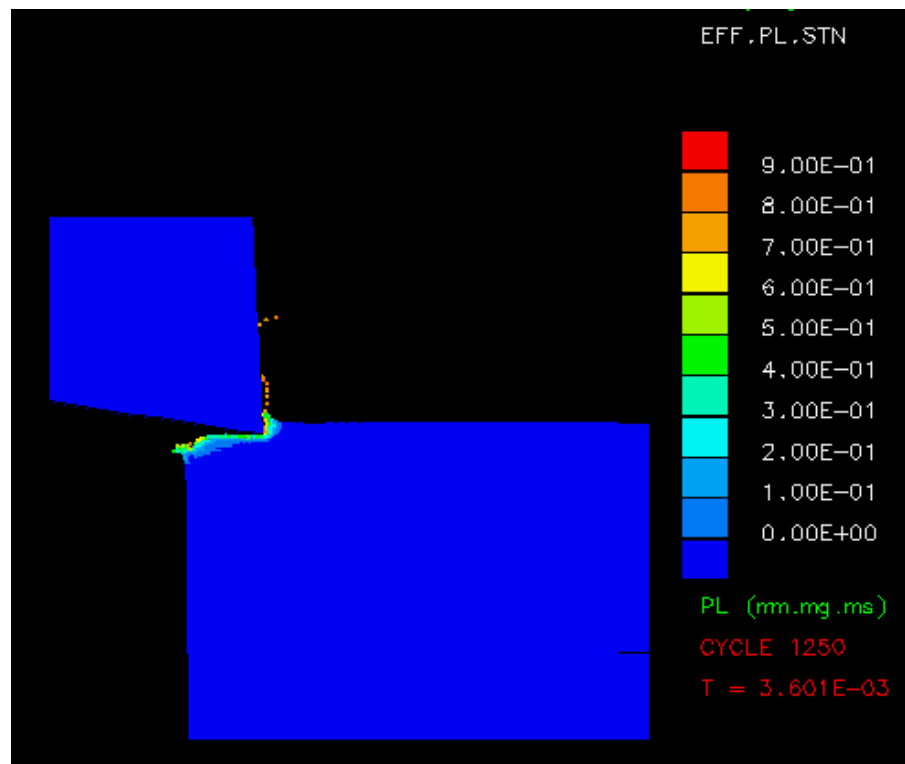
Training Manual



- Material Cutting

Cutter Design #1

Cutter Design #2



Mesh-free (SPH) Solver Workshop 5



Training Manual

Goal:

Model a bird strike on
an aircraft wing

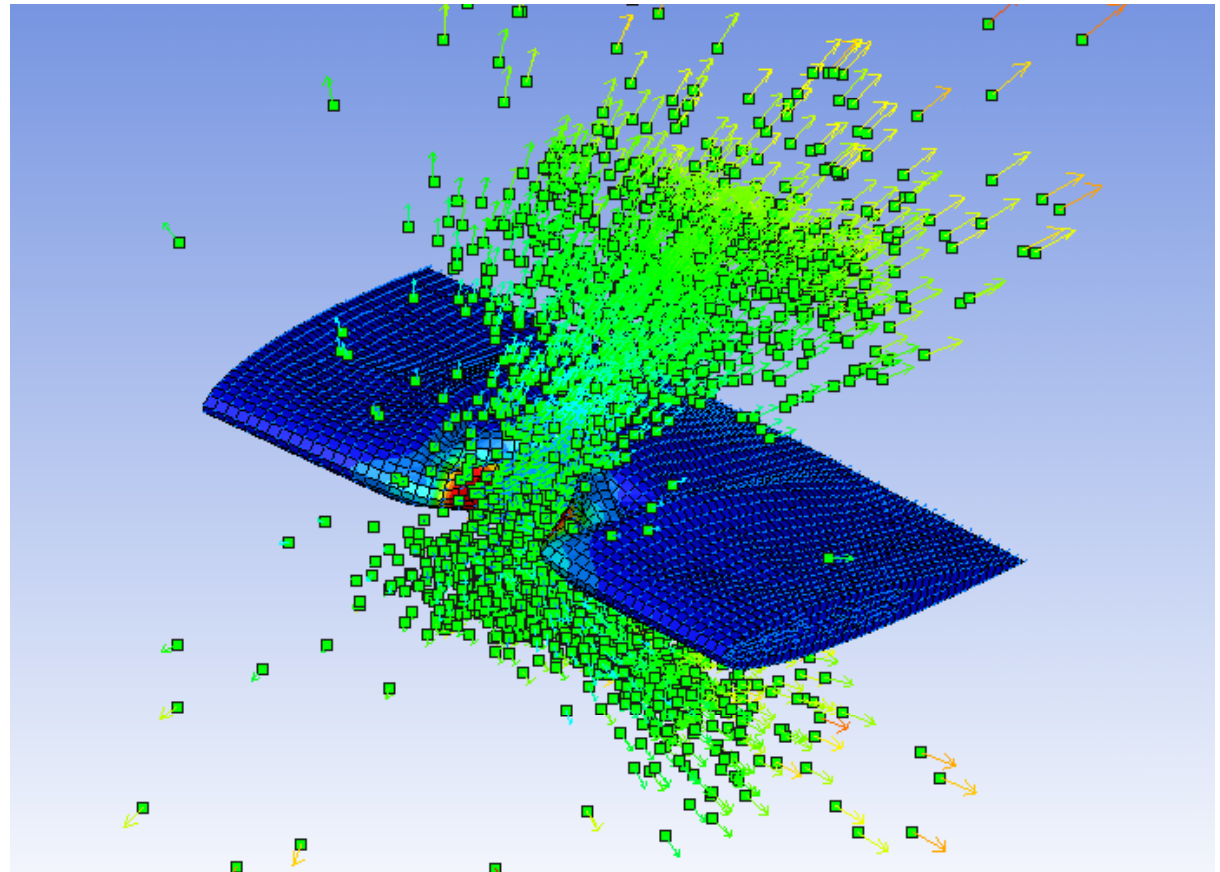
Procedure:

Set up the problem in
Explicit Dynamics
(ANSYS)

Transfer the setup to
AUTODYN

Convert the Bird Part to
use SPH nodes

Run the analysis in
AUTODYN



Hydrocode validation project - I

Mark Price.

4th November 2008.

What is the “validation project”?

- Concerted effort to validate various hydrocodes (Autodyn, iSALE, Zeus, etc.) against each other and against experimental data.
- Participants:
 - "Elisabetta Pierazzo" betty@psi.edu
 - kevin.r.housen@boeing.com
 - "Keith Holsapple" <holsapple@aa.washington.edu>
 - artemeva@psi.edu
 - "Erik Asphaug" <asphaug@mac.com>
 - caz@alumni.rice.edu
 - robc@lanl.gov
 - galen.gisler@fys.uio.no
 - g.collins@imperial.ac.uk
 - kai.wuennemann@museum.hu-berlin.de
 - ivanov@lpl.arizona.edu
 - kory@emerald.ucsc.edu
 - elizabeth.turtle@jhuapl.edu
 - jmelosh@lpl.arizona.edu
 - e.a.taylor@open.ac.uk
 - dacrawf@sandia.gov
 - johnsonc@psi.edu
 - mcp2@star.kent.ac.uk

What is a hydrocode?

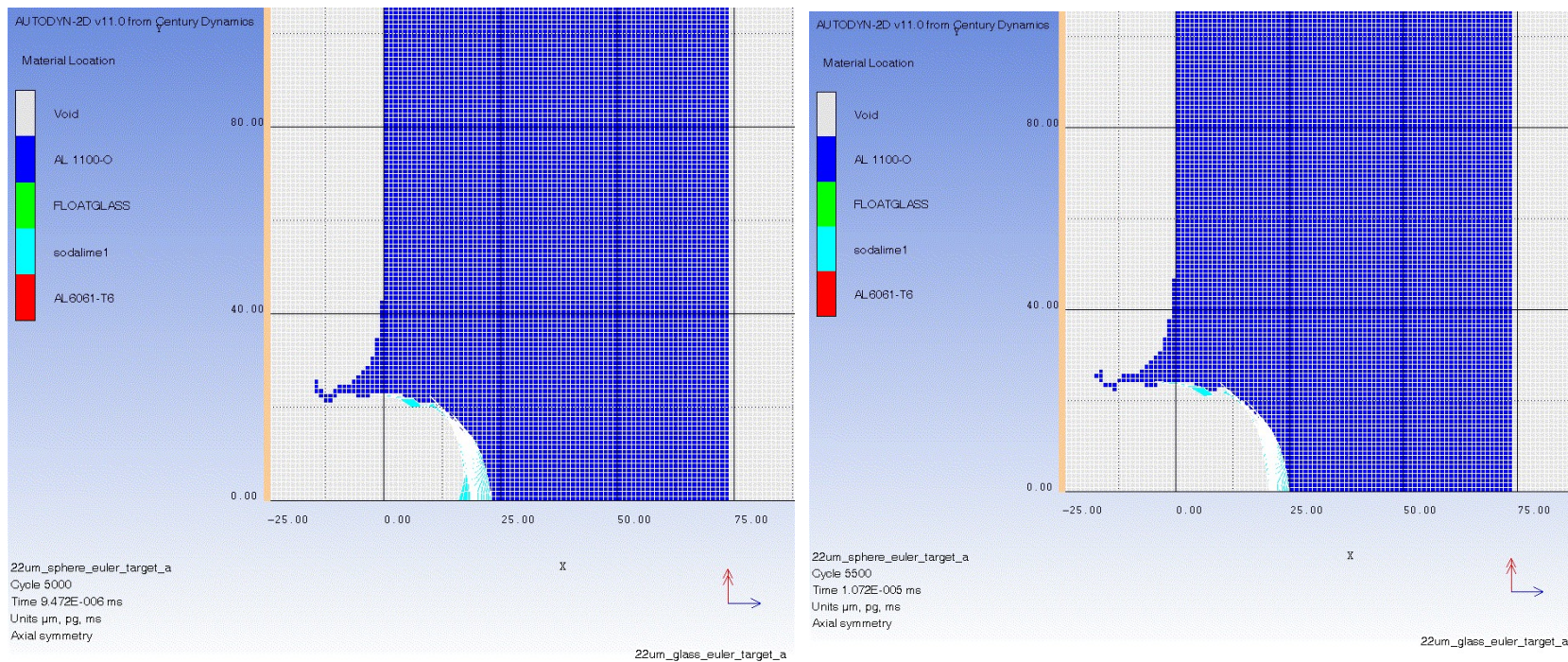
Originally developed in the '50s and '60s to model hydrodynamic fluid flow through pipes, ballistic impacts, effects of explosions etc.

Can be (crudely) subdivided into three main types.

1. Euler
2. Lagrangian (and variants, i.e. Arbitrary Lagrangian Euler (ALE)).
3. SPH

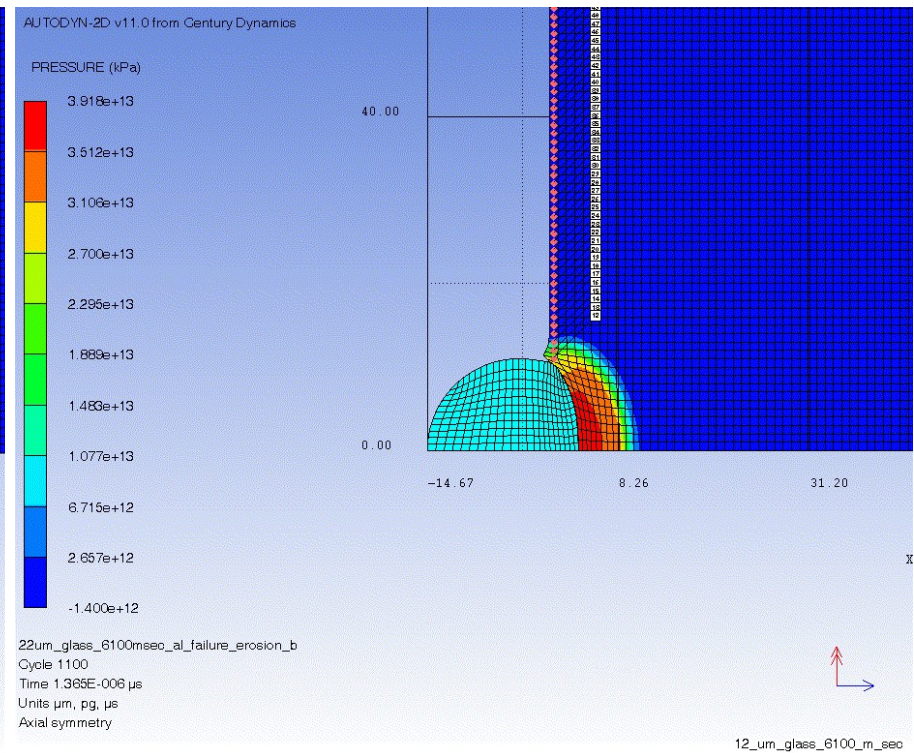
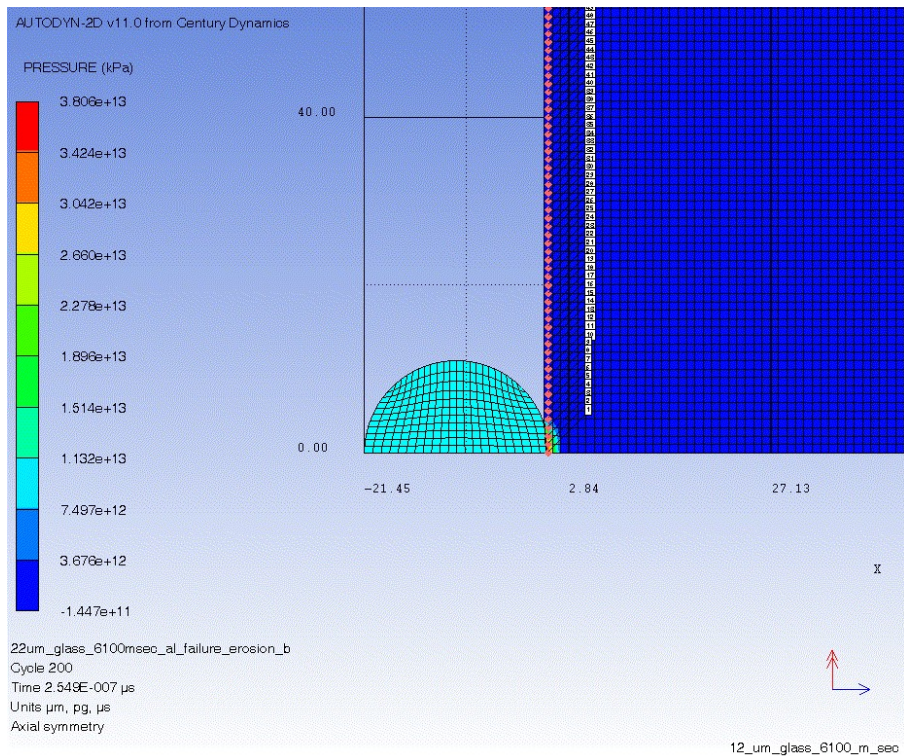
1) Euler

- Fixed grid type where material 'flows' from one grid cell to another. Original hydrocodes were Euler based.



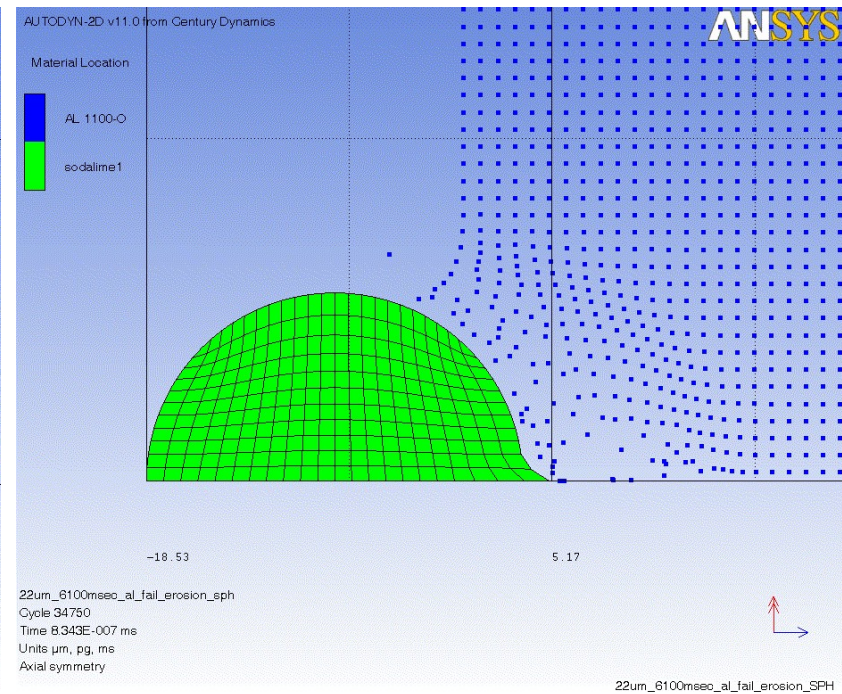
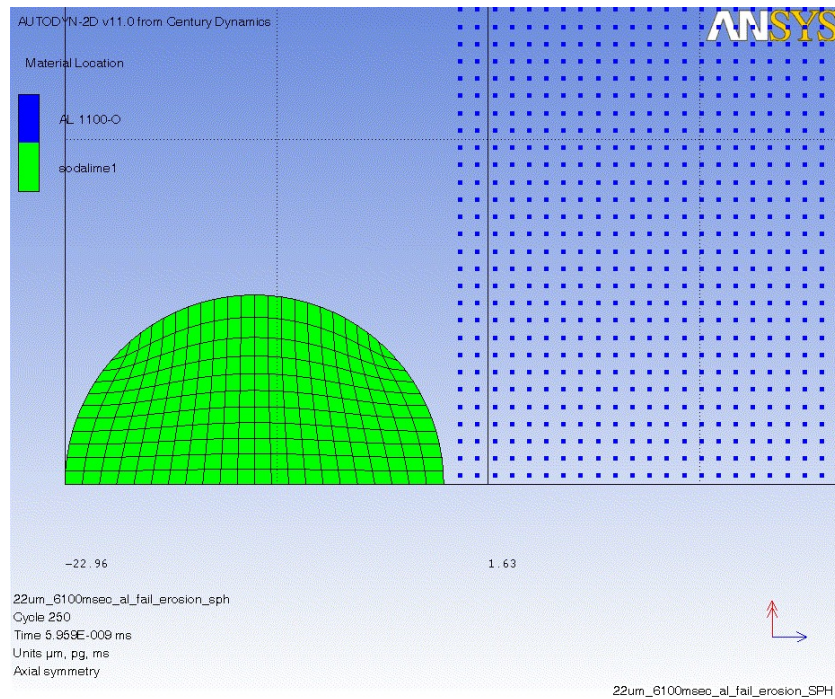
2) Lagrangian

- Grid distorts. No material 'flow'. Preserves material positional information (lost in Euler solvers). Large grid distortions can lead to very small time steps and hence very long run times.



3) SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics).

- Gridless solver. Based on interacting ‘particles’.



Autodyn

- Commercially available software package supporting multiple solvers (i.e. can run as purely Lagrangian, Euler, SPH or in combination and in 2D and 3D).

	Projectile solver		
Target solver	Euler	Lagrangian	SPH
Euler	✓	✓	✗
Lagrangian	✓	✓	✓
SPH	✗	✓	✓

Q1: What difference does our solver choice have on final result?

Example: Crater diameter formed by a 12 μm glass sphere impacting aluminium at 6.1 km/sec.

	Projectile solver		
Target solver	Euler	Lagrangian	SPH
Euler	TBD	54.30 μm	✗
Lagrangian	TBD	51.85 μm	57.49 μm
SPH	✗	TBD	57.00 μm

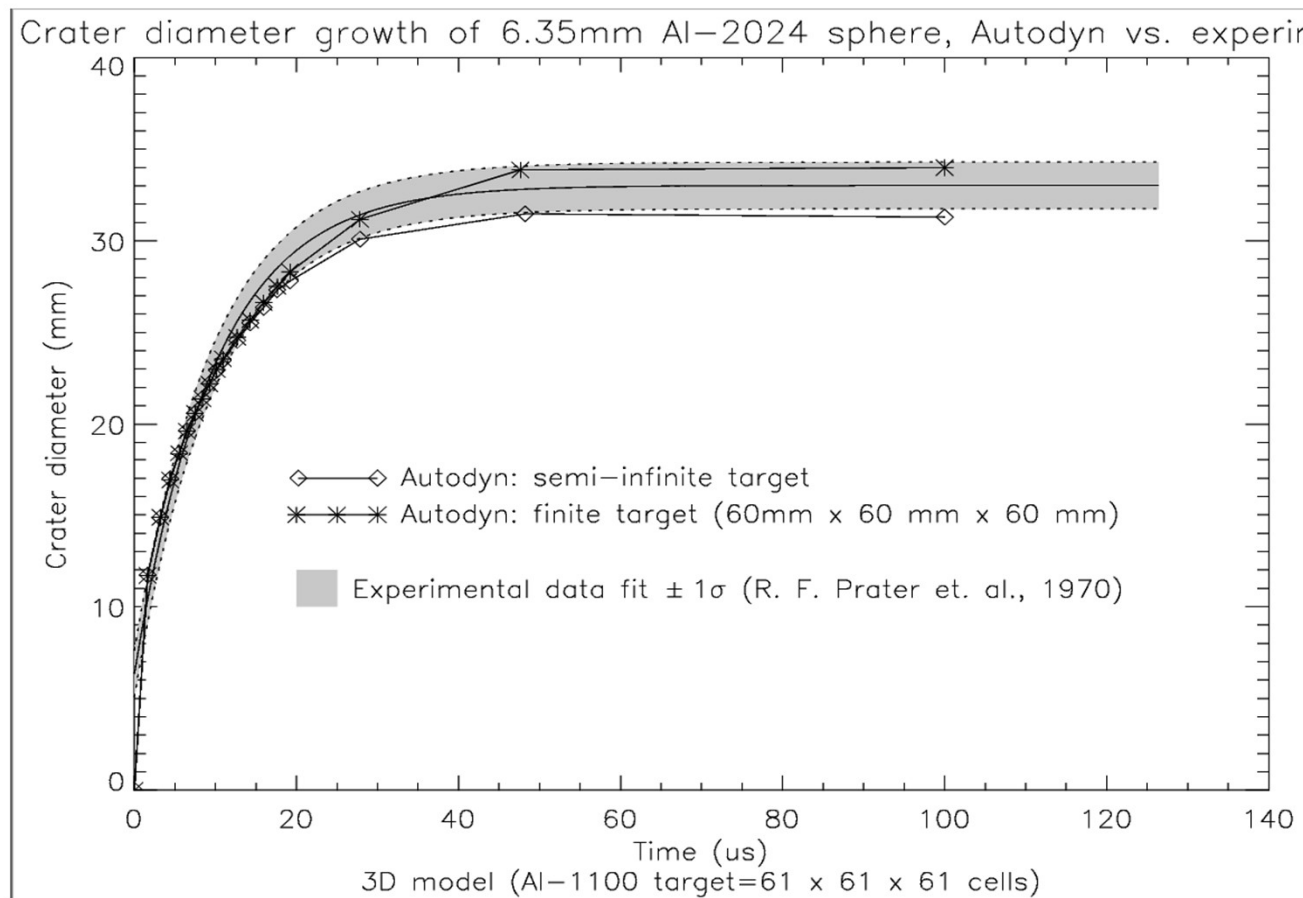
Experimental result = 51.6 $\mu\text{m} \pm \sim 10 \mu\text{m}$

Autodyn result (so far!) = 54.3 $\mu\text{m} \pm 3 \mu\text{m}$ (say, $\pm 10\%$)

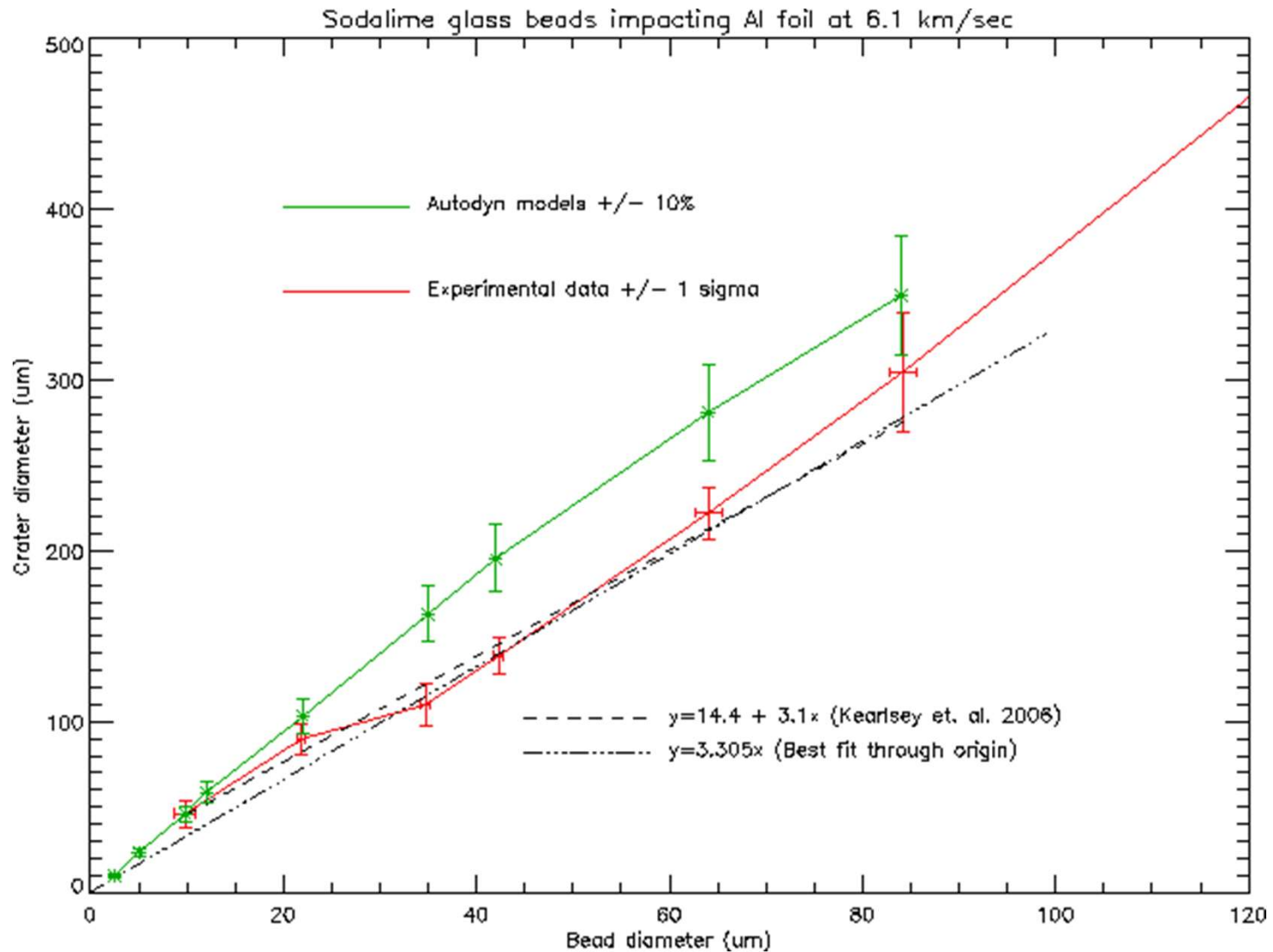
Conclusion: Choice of solver combination does affect answer, but within experimental data spread...so far...

Example 2: Crater growth: aluminium into aluminium.

- 6.35mm Al sphere impacting Aluminium-6061 target at 7 km/sec. (SPH projectile into Lagrangian target)



Comparison of modelled output vs. experimental data (SPH projectile into Lagrangian target).



Conclusions

- Choice of solver combination can influence result by $\pm 10\%$ (possibly more once more tests are done).

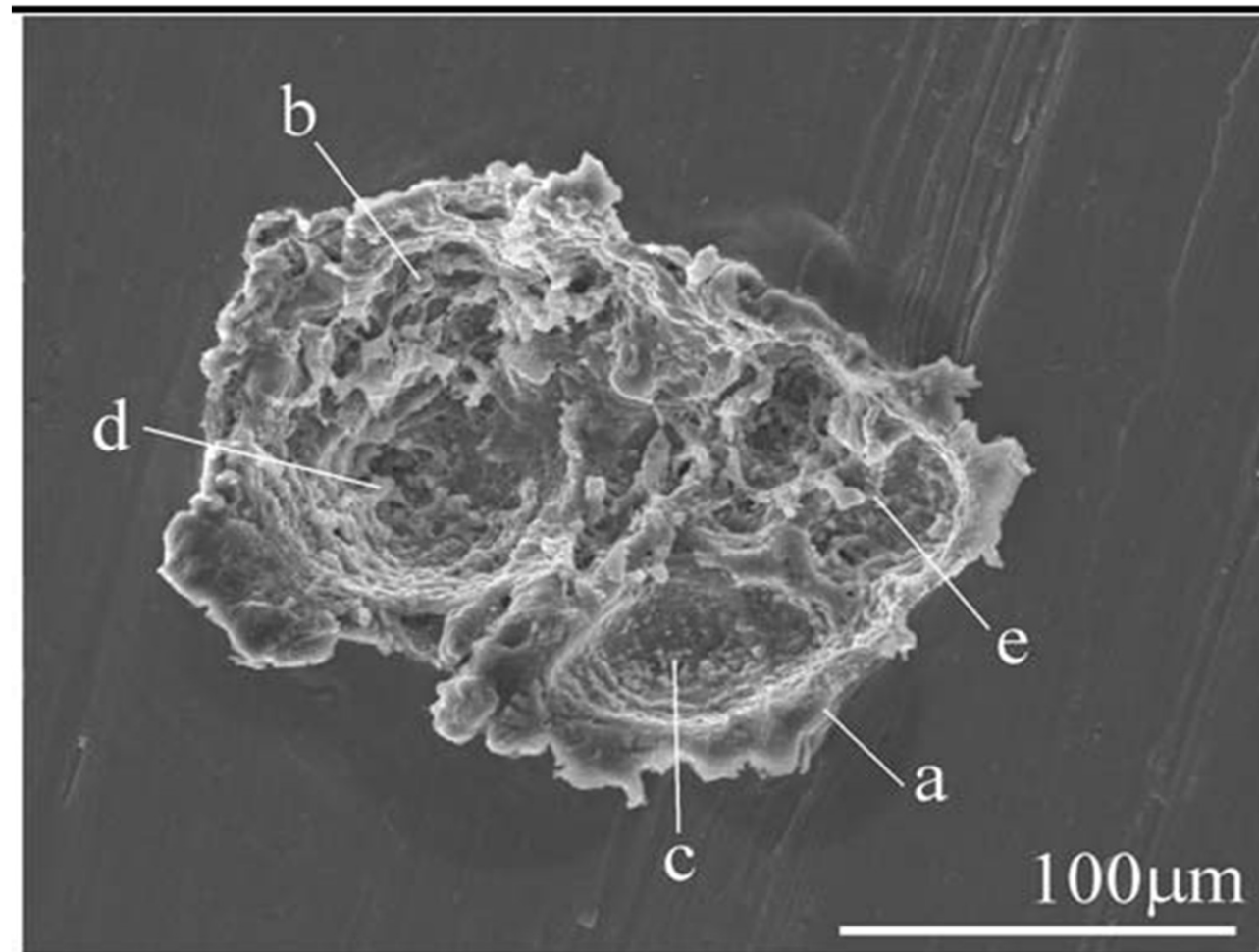
[Q: Is the 10% variation model independent?]

- Large parameter space to investigate *BEFORE* looking at equation-of-state effects (i.e. which solver combination is most accurate for our modelling?).
- Interesting to compare identical solvers in different codes (e.g. *iSALE*, *Zeus* ?).

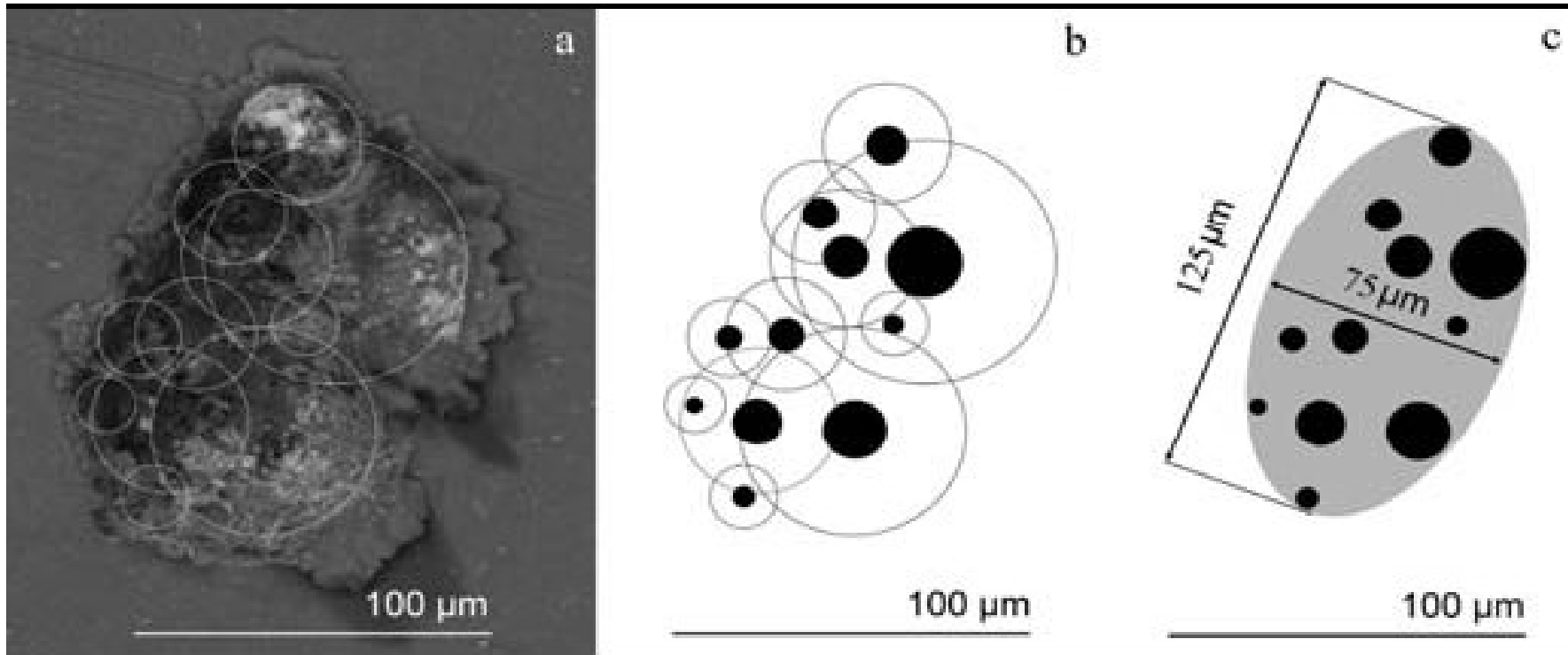
Ongoing work (2 – 3 months).

1. Fill in final values in solver 'matrix'.
 - Do identical analysis for crater depths and compare (i.e. do modelled crater depths also vary by $\pm 10\%$?).
2. 'Validation project' models (impacts into sand at 2 km/sec – possible LPSC poster).
3. More experimental shots of sodalime beads into aluminium (for bead diameters $< 10 \mu\text{m}$ and $> 100 \mu\text{m}$ – 'Stardust' foil calibration).
4. Setup 'iSALE' PC and compare output to Autodyn's.
5. Investigate effects of mesh size, ALE solvers, 2D vs. 3D (LPSC poster?).
6. Aggregates.....

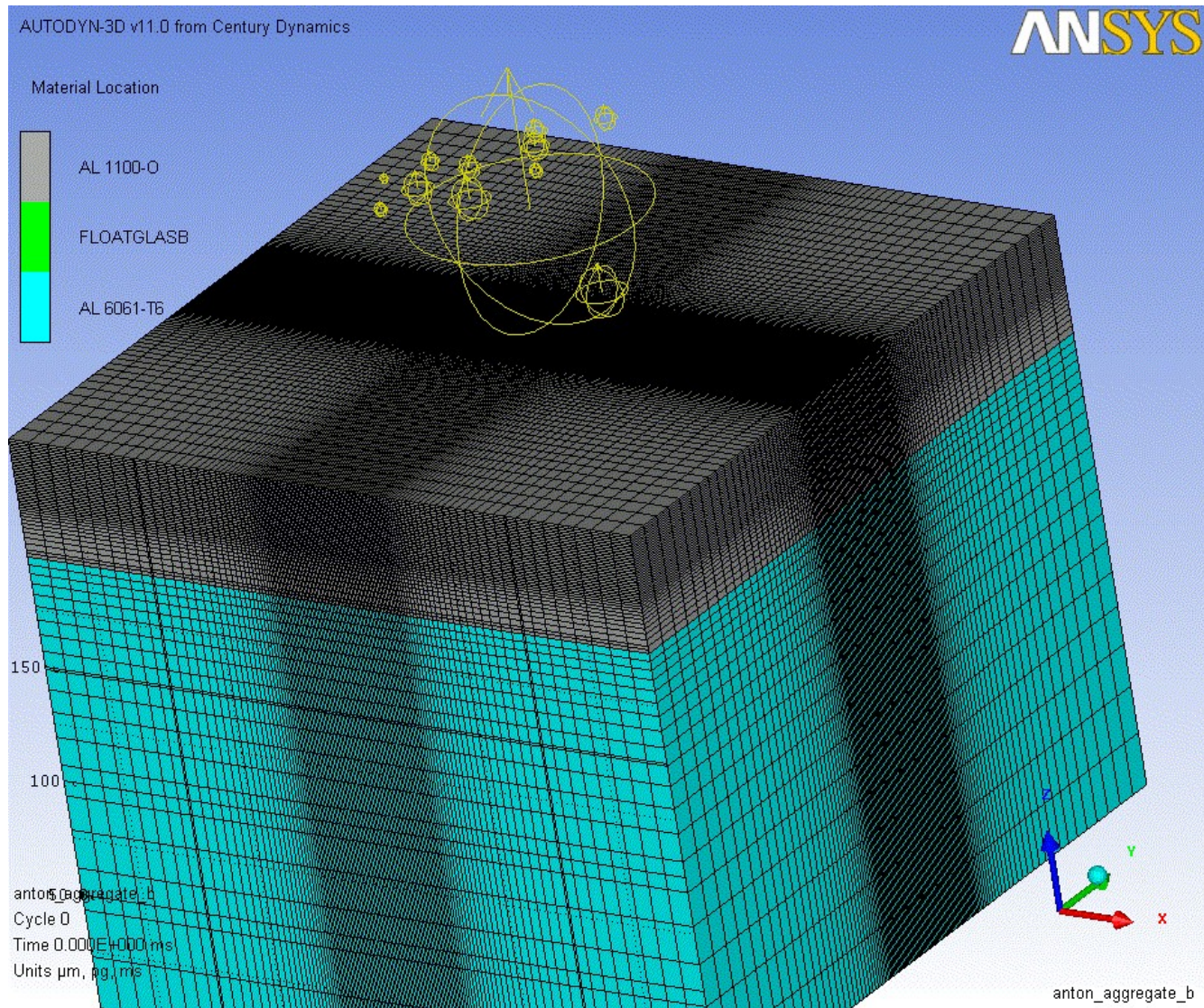
Complex craters in Stardust foils



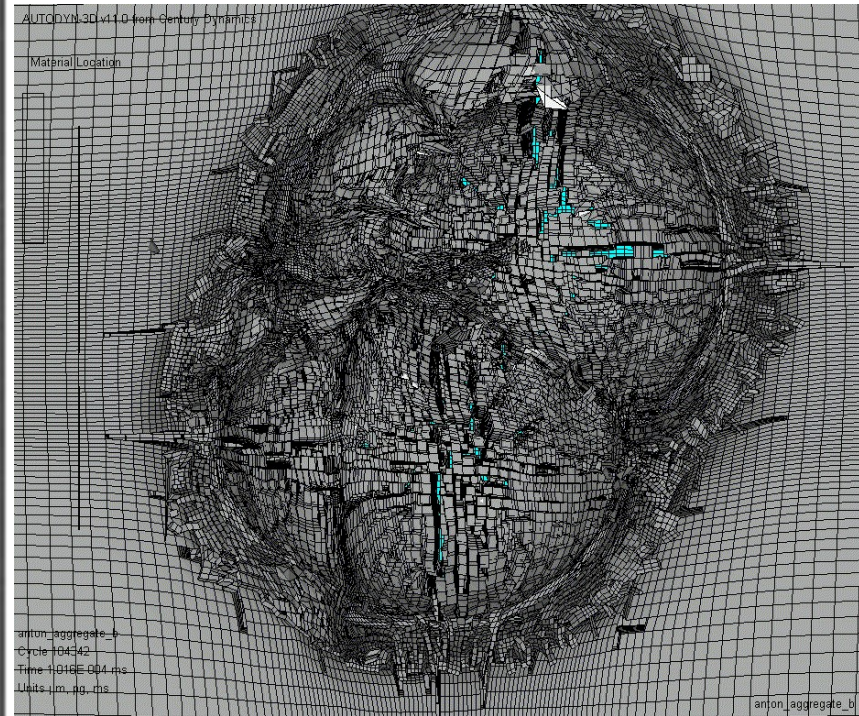
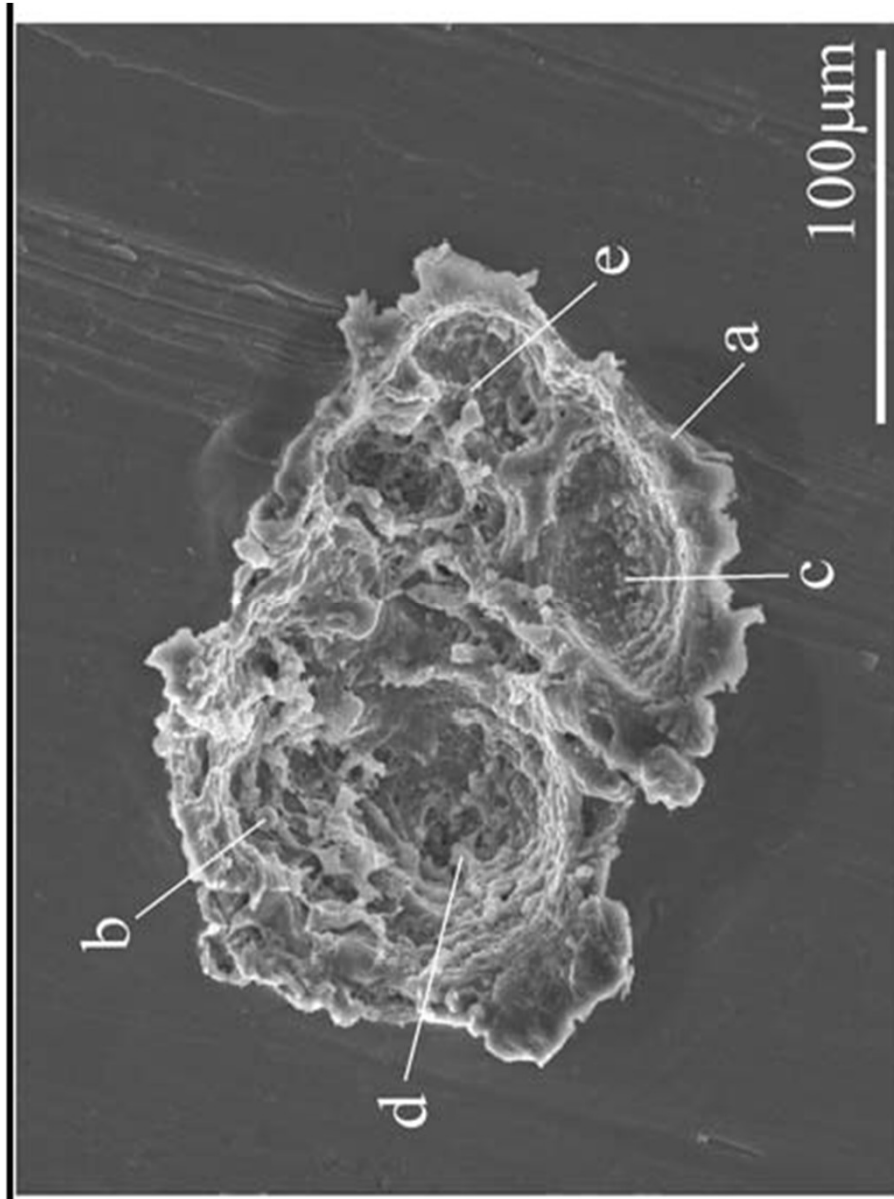
Proposed impactor (Kearlsey et. Al.)



Autodyn equivalent



...and after about 10 days...





POLITECHNIKA WARSZAWSKA
WYDZIAŁ
MECHANICZNY ENERGETYKI I LOTNICTWA
ZAKŁAD WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW
I KONSTRUKCJI



PRACA PRZEJŚCIOWA 2

Dawid Cegłowski

(nr indeksu: 188354)

Analiza dynamicznej interakcji pomiędzy ciałem miękkim a odkształcalnym impaktorem z wykorzystaniem Wygładzonej Hydrodynamiki Cząstek (SPH)

Analysis of dynamic interaction between soft body and deformable impactor with usage of Smoothed Particle Hydrodynamics

Promotor: dr inż. Adam Dacko

Warszawa 2011

SPIS TREŚCI

I. BIBLIOGRAFIA	1
II. STRESZCZENIE	2
III. WPROWADZENIE	3
1 Podejście analityczne i numeryczne w modelowaniu zjawisk	3
2 Metoda Elementów Skończonych	4
3. Wygładzona hydrodynamika cząstek	6
a) Ilość sąsiadów i długość wygładzania	7
b) Równanie stanu	7
IV. ETAPY BUDOWANIA MODELU NUMERYCZNEGO	8
1. Oprogramowanie	8
2. Budowa modelu	8
a) Impaktor	9
b) Ciało miękkie	10
c) Warunki brzegowe	14
d) Kontakty	14
V. PREZENTACJA WYNIKÓW	16
1. Wprowadzenie	16
2. Przypadek I – Uderzenie ostrzem szabli	16
a) Kinematyka	16
b) Długość wygładzania i ilość sąsiadów	17
c) Bilans prędkości	19
d) Bilans energetyczny	20
3. Przypadek II – Uderzenie płazem szabli	21
a) Kinematyka	22
b) Bilans prędkości	23
c) Bilans energetyczny	23
VI. PODSUMOWANIE	25

I. BIBLIOGRAFIA

- [1] Opracowanie własne
- [2] <http://www.wip.pw.edu.pl>; *Materialy dydaktyczne*
- [3] <http://pl.wikipedia.org/wiki/SPH>;
- [4] <http://www.dynaexamples.com/sph/bird>;
- [5] dr. Jean Luc Lacombe; „*Smoothed Particle Hydrodynamics – Part II* »;
- [6] „*Multimedialna Encyklopedia Ptaków*” (*Optimus Pascal*)

II. STRESZCZENIE [1]

Celem pracy jest analiza dynamicznej interakcji pomiędzy ciałem odkształcalnym, o bardzo małej sztywności (nazywanym dalej ciałem miękkim) a odkształcalną przeszkodą, za pomocą symulacji numerycznej. Następnie przedstawione zostanie porównanie do symulacji z impaktorem obróconym o 90 stopni. Z podobnym zagadnieniem spotkać się można przy okazji badania turbin silników lotniczych, gdzie sprawdza się zachowanie łopatek podczas kolizji z ptakiem.

Przy testach laboratoryjnych, zamiast ptaka, stosuje się właśnie ciało miękkie, substancję zbliżoną do żelatyny o określonych właściwościach. Odpowiednik tej samej substancji, przeniesiony do środowiska numerycznego, został użyty w niniejszych rozważaniach. Obliczenia wykonano przy pomocy oprogramowania wykorzystującego Metodę Elementów Skończonych, LS Dyna. Model zbudowano w środowisku Hyper Mesh oraz LS Prepost, analiza wyników odbyła się przy użyciu oprogramowania Hyper View.

III. WPROWADZENIE

1. Podejście analityczne i numeryczne w modelowaniu zjawisk [2]

Wielorakość i wielkość danych wejściowych, a także relacji pomiędzy nimi powoduje, że zajmowanie się rzeczywistym systemem bywa często bardzo trudne, czasami wręcz niemożliwe. W takich przypadkach stosuje się zwykle uproszczoną reprezentację rzeczywistego procesu czy zjawiska zwaną modelem. Model jest to tak dający się pomyśleć lub materialnie zrealizować układ, który odzwierciedlając lub odtwarzając przedmiot badania, zdolny jest zastępować go tak, że dostarcza nowych informacji o tym przedmiocie lub pozwala na sprawdzenie informacji już znanych. Jeżeli zależności opisujące model są odpowiednio proste, wówczas matematyczne narzędzia, takie jak algebra czy teoria prawdopodobieństwa są wystarczające do uzyskania dokładnych wyników. Mamy wtedy do czynienia z podejściem analitycznym.

Praktycznie zjawiska rzeczywiste, w tym wszelkiego rodzaju konstrukcje inżynierskie, a zwłaszcza procesy technologiczne są w większości przypadków zbyt skomplikowane i nie mogą być opisane zadowalająco w sposób analityczny. W takiej sytuacji model poddaje się symulacji. Jeśli chodzi o procesy technologiczne i analizę konstrukcji, proces symulacji komputerowej dostarcza informacji dotyczących nie tylko rozkładu naprężeń, czy odkształceń, ale również szerokiej gamy danych umożliwiających interpretację: jak płynie materiał, w jaki sposób wypełniana jest matryca lub forma, jakie są prawdopodobne rozkłady temperatury i przepływu ciepła, czy istnieje niebezpieczeństwo pojawienia się defektów itp.

Przez wiele lat opierano się na metodach empirycznych, za pomocą których określano wymagane wielkości istotnych parametrów. Pojawiły się obecnie możliwości – przede wszystkim dzięki gwałtownemu rozwojowi technik komputerowych – zastosowania zaawansowanych metod numerycznych, opartych na różnych sposobach analizy, w celu optymalnego wyznaczenia wybranych wielkości. Są to na przykład: MEB – Metoda Elementów Brzegowych, MRS – Metoda Różnic Skończonych, czy MES – Metoda Elementów Skończonych, która to obecnie w zastosowaniach zarówno przemysłowych jak

i naukowych wyraźnie dominuje. Zdecydowana większość komercyjnego oprogramowania obliczeniowego oparta jest na tej metodzie.

2. Metoda Elementów Skończonych [2]

Metoda została po raz pierwszy zastosowana w przemyśle lotniczym w latach pięćdziesiątych w odpowiedzi na zapotrzebowanie na efektywne narzędzie do obliczeń złożonych części pojazdów lotniczych. Jej początki sięgają jednak lat czterdziestych, kiedy to w 1941 roku matematyk *Courant* opublikował pracę zawierającą opis podstaw przybliżonej metody analizy za pomocą elementów skończonych (termin „element skończony” został wprowadzony w późniejszym czasie) w rozwiązywaniu problemów ośrodków ciągłych. Praca ta nie została wówczas doceniona, a powrócono do jej założeń właśnie w latach pięćdziesiątych.

Opracowana metoda powiązała w logiczną całość wiele różnych zadań mechaniki, mających często rozwiązania bardzo skomplikowane i mało ogólne. Wraz z rozwojem komputerowych technik obliczeniowych metoda elementów skończonych (MES) stała się bardzo popularną techniką rozwiązywania złożonych problemów inżynierskich. Pozwala ona na analizę, limitowaną jedynie pojemnością pamięci operacyjnej maszyny, wszelkich układów kontynualnych, o różnych własnościach fizycznych, dowolnych kształtach, dowolnie obciążonych, znajdujących się w stanie sprężystym lub plastycznym. W swej strukturze metoda ta może być rozumiana jako rozszerzenie wcześniej znanych sposobów analizy, w których struktura jest przedstawiona jako złożenie elementów dyskretnych.

W dużym skrócie można powiedzieć, że polega ona na podziale rozpatrywanego kontinuum na skończoną liczbę odkształcalnych elementów połączonych skończoną liczbą węzłów. Z warunków równowagi sił i zgodności przemieszczeń węzłów otrzymuje się dla zagadnień statycznych układ równań algebraicznych. Rozwiązując ten układ otrzymujemy przemieszczenia węzłów dla danych obciążeń ustroju. Zakładając funkcje określające przemieszczenie wewnątrz elementów w zależności przemieszczeń węzłów, można obliczyć odkształcenia i naprężenia w układzie aproksymującym układ rzeczywisty.

Obecnie MES prezentuje najbardziej ogólne narzędzie analizy i używana jest praktycznie na wszystkich polach analiz inżynierskich. Znalazła zastosowanie w rozwiązywaniu wielu problemów w ramach:

- typowych zagadnień o charakterze naprężeniowo – odkształceniowym (np. analiza konstrukcji, projektowanie przebiegu różnych procesów technologicznych),
- dynamiki konstrukcji (testy wytrzymałościowe),
- zagadnień termicznych,
- przepływu płynów,
- zjawisk elektromagnetycznych.

Używa się jej wszędzie tam, gdzie rozwiązanie za pomocą innych metod jest kłopotliwe albo w ogóle niemożliwe. Bardzo ciekawym, szybko rosnącym ostatnio obszarem zastosowań MES są problemy analizy procesów plastycznego kształtowania metali.

Rozwiązywanie problemów w oparciu o MES sprowadza się do następujących faz postępowania:

- Rozpatrywanie kontinuum podzielone zostaje na pewną liczbę geometrycznie prostych elementów, tak zwanych elementów skończonych.
- Zakłada się, że elementy te połączone są ze sobą w skończonej liczbie punktów, znajdujących się na ich obwodach. Najczęściej są to punkty narożne. Noszą one nazwę węzłów. Przemieszczenia punktów węzłowych stanowią podstawowy układ niewiadomych.
- Obiera się pewne funkcje jednoznacznie określające rozkład analizowanej wielkości fizycznej wewnątrz elementów skończonych, w zależności od wartości tych wielkości fizycznych w węzłach; funkcje te nazywa się czasem funkcjami węzłowymi, ale najczęściej funkcjami kształtu.
- Funkcje przemieszczeń definiują jednoznacznie stan odkształceń wewnątrz elementów w zależności od przemieszczeń węzłów. Odkształcenia te,

wspólnie z odkształceniami początkowymi i własnościami materiału, określają stan naprężeń w całym elemencie, a więc i na jego brzegach.

- Zostaje określony układ sił skupionych w węzłach, równoważący napięcia na brzegach elementów oraz wszelkie inne siły, otrzymuje się związki sztywności.
- Zostaje zestawiony końcowy układ równań.

3. Wygładzona hydrodynamika cząstek [3]

SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics – wygładzona hydrodynamika cząstek) – jest to metoda numeryczna służąca do przeprowadzania symulacji zachowania się płynów. Jest ona używana w wielu dziedzinach nauki, takich jak: astrofizyka, balistyka, wulkanologia, czy oceanografia.

W metodzie SPH do opisu stanu płynu używa się opisu Lagrange’a, gdzie siatka obliczeniowa związana jest z materiałem, a zatem porusza się wraz z przepływem płynu. W wypadku równanie Naviera-Stokesa dla i-tej cząstki przybiera postać:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{a}^{visc} + \vec{\Phi}$$

Gdzie:

\vec{v} - prędkość

p - ciśnienie

ρ - gęstość

\vec{a}^{visc} - przyspieszenie wynikające z istnienia sił lepkości

$\vec{\Phi}$ - przyspieszenie wynikające z obecności sił masowych (np. pola grawitacyjnego)

Metoda ta opiera się na teorii interpolacji. Ciągłe rozkłady takich parametrów jak gęstość, czy ciśnienie cieczy zastępuje się odpowiednimi estymatami, przy założonym pewnym jądrze interpolacji. Obliczenia wykonujemy dla dyskretnego zbioru N cząstek płynu.

a) Ilość sąsiadów i długość wygładzania

Parametr h jest nazywany długością wygładzania (smoothing length). Jest to wielkość, która określa, na jaką odległość cząstka może oddziaływać z innymi cząstkami. Najczęściej w symulacji pozostaje stała podczas trwania obliczeń. Należy tylko uwzględnić, aby w promieniu $2h$ znajdowała się odpowiednia liczba sąsiadów. Liczba ta powinna się wahać w granicach $N_N/2$ do $2N_N$. Ilość sąsiadów w promieniu $2h$ w przypadku symulacji 3D to $N_N = 55$.

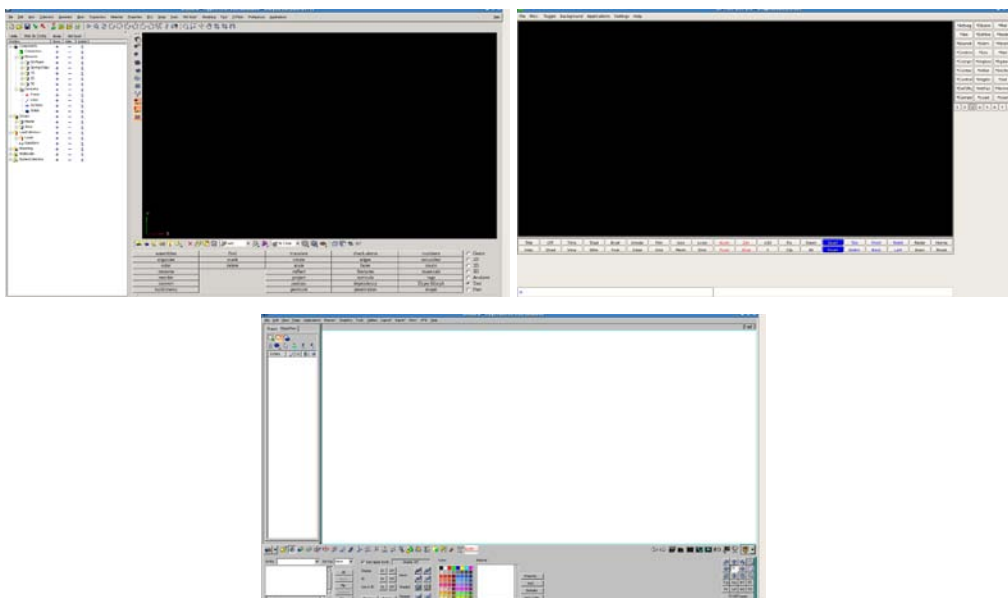
b) Równanie stanu

Do opisanie właściwości fizycznych komponentu stworzonego z elementów SPH niezbędne jest równanie stanu. Jest to w pewnym sensie odpowiednik prawa konstytutywnego. W przypadku gwałtownie uderzanych ciał stałych stosuje się często równanie stanu Mie-Grüneisen'a.

IV. ETAPY BUDOWANIA MODELU NUMERYCZNEGO

1. Oprogramowanie [1]

Jako preprocesor (w którym zbudowane zostały zagadnienia do rozwiązania) użyte zostało oprogramowanie Hyper Mesh v10 oraz LS Prepost v 2.4. Procesorem – programem liczącym, jest LS Dyna v 971 R4.2.1. Do postprocesingu, tak samo jak do preprocesingu użyto również oprogramowania firmy Altair Engineering, Hyper View v 10.



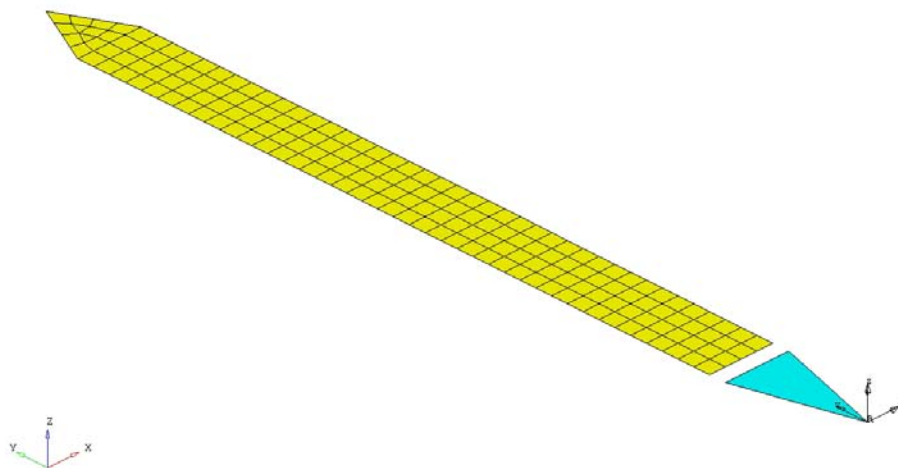
Rys. 1 Środowisko graficzne Hyper Mesh, LS Prepost oraz Hyper View [1]

2. Budowa modelu

W związku z prostymi kształtami modelu, całość geometrii stworzona została przy pomocy programu Hyper Mesh, bez wsparcia ze strony specjalistycznych programów do projektowania. Jednostki użyte w modelu to: mm, ms, kN, GPa itp.

a) Impaktor [1]

Prosta szabla wykonana z elementów dwuwymiarowych typu „shell” (powłoka), zamocowana z jednej strony w celu ograniczenia stopni swobody – Ruch możliwy tylko wzdłuż globalnej osi X. Elementy z 5 punktami całkowania po grubości.



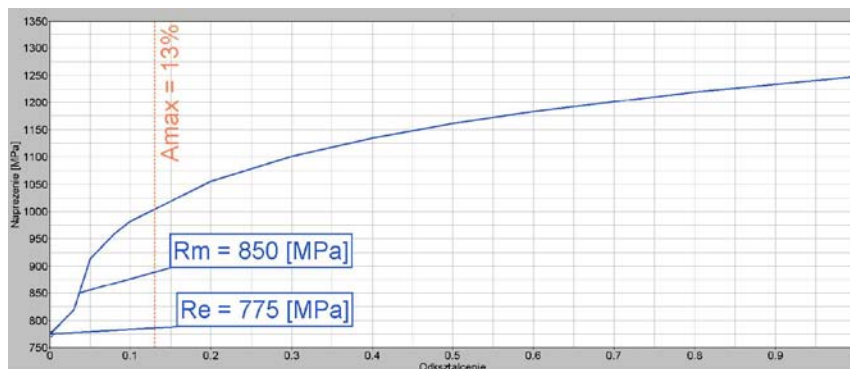
Rys. 2 Impaktor [1]

Wymiary szabli to 220 x 20 [mm]. Błękitny trójkąt z układem współrzędnych to punkt mocowania, który spełnia jednocześnie rolę swoistej prowadnicy dla impaktora.

TITLE								
Szabla								
1	SECID	ELFORM	SHRF	NIP	PROPT	QR/IRID	ICOMP	SETYP
	100005	16	0.8333330	5	1	0	0	1
2	T1	T2	T3	T4	NLOC	MAREA	IDOF	EDGSET
	4.0000000	4.0000000	4.0000000	4.0000000	0.0	0.0	0.0	0

Rys. 3 Właściwości elementów impaktora [1]

W pełni całkowalne elementy, 5 punktów całkowania po grubości. Wirtualna grubość komponentu – 4 [mm].



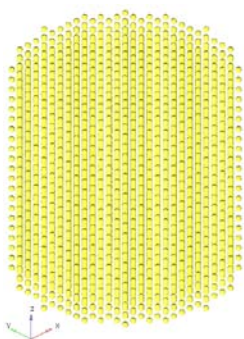
Rys. 4 Krzywa umocnienia [1]

Rys. 4 przedstawia krzywa umocnienia dla materiału impaktora. Została ona sztucznie wydłużona. Na podstawie prób doświadczalnych dla tego materiału stwierdzono, że jego zerwanie może nastąpić po przekroczeniu wartości 13 % odkształceń plastycznych. Zakres sprężysty materiału typowy dla stali: $E = 210$ [Gpa], $\nu = 0.3$, gęstość = $7.85E-6$ [kg/mm³].

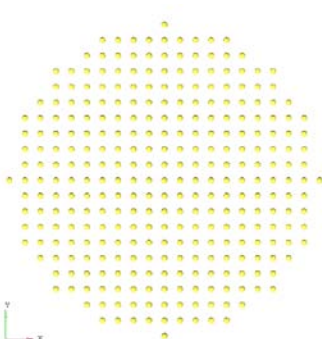
b) Ciało miękkie

Ciało miękkie wykonane metoda bezsiatkową. Wygenerowane zostały węzły, dające figurę o regularnym, walcowym kształcie. Odległość między węzłami to 5 [mm].

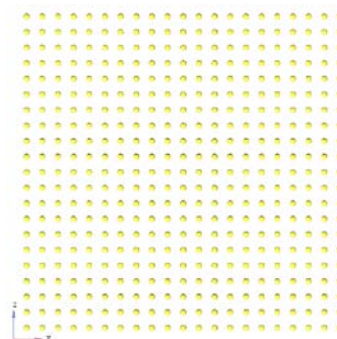
Rzut izometryczny



Rzut z góry



Rzut z boku



Rys. 5 Geometria ciała miękkiego [1]

Następnie węzłom nadano właściwości komponentu SPH. Posiada on materiał tak zwany zerowy – tzn. określona jest dla niego gęstość, natomiast moduł Younga oraz współczynnik Poissona wynoszą 0.

TITLE								
<input type="text"/>								
1	MID	RO	PC	MU	TEROD	CEROD	YM	PR
	<input type="text" value="100003"/>	<input type="text" value="1.000e-06"/>	<input type="text" value="-0.0010000"/>	<input type="text" value="1.000e-12"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>

Rys. 6 Właściwości materiału zerowego [4]

Dodatkowo określona została wartość ciśnienia, pod wpływem którego następuje utrata spójności cząstek SPH oraz współczynnik lepkości. Masa komponentu SPH to około 0.65 [kg], rozdystrubowana na około 6500 elementów.

W celu opisu własności fizycznych ciała miękkiego zastosowano równanie stanu Mie-Grüneisen’a w postaci:

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{a}{2} \mu^2 \right]}{\left[1 - \left(S_1 - 1 \right) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu+1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu+1)^2} \right]^2} + (\gamma_0 + a \mu) E.$$

Wartości współczynników w równaniu zaczerpnięte z przykładu symulującego zderzenie ptaka z turbina. [4]

TITLE								
<input type="text"/>								
1	EOSID	C	S1	S2	S3	GAMAO	A	E0
	<input type="text" value="100104"/>	<input type="text" value="1647.0000"/>	<input type="text" value="2.4800000"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="text" value="0.0"/>
2	VO							
	<input type="text" value="0.0"/>							

Rys. 7 Współczynniki równania stanu [4]

Kolejnym etapem, istotnym z punktu widzenia czasu obliczeń oraz poprawności wyników, jest określenie ilości sąsiadów oraz długości wygładzania. Zastosowano domyślne ustawienia programu LS Dyna, które zalecane są dla regularnie rozmieszczonych elementów SPH.

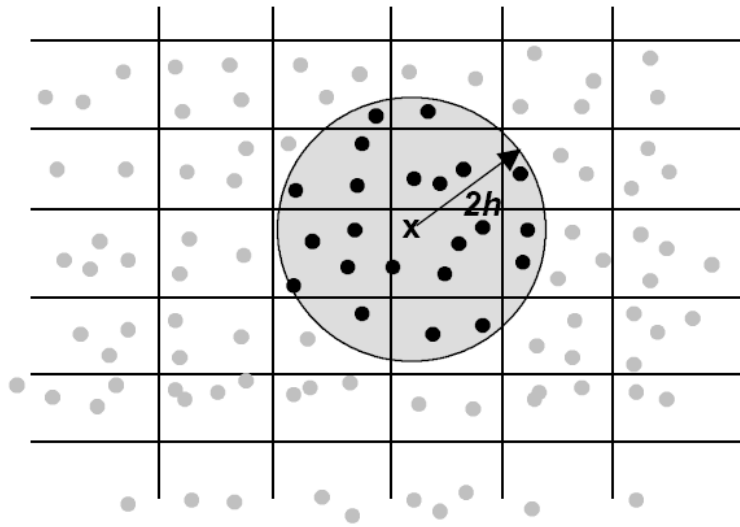
TITLE							
<input type="text"/>							
1	SECID	CSLH	HMIN	HMAX	SPHINI	DEATH	START
	100003	1.2000000	0.2000000	2.0000000	0.0	1.000e+20	0.0

Rys. 8 Właściwości elementów SPH [4]

O ile czas obliczeń w przypadku prezentowanej symulacji nie jest istotny – ze względu na stosunkowo niedużą ilość elementów, o tyle ingerencja w parametr długości wygładzania może spowodować niestabilność obliczeń.

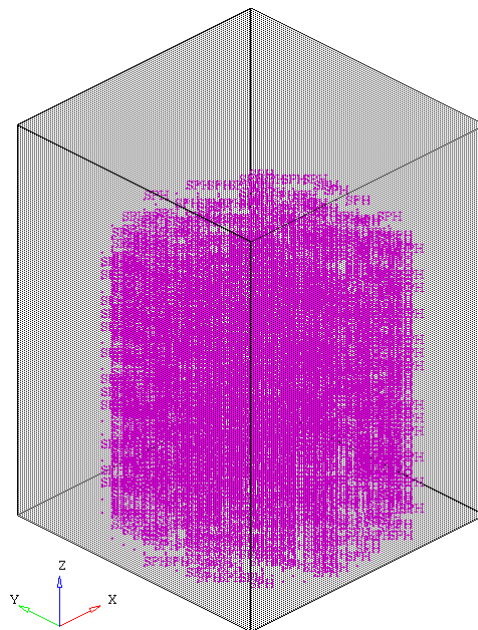
Długość wygładzania wyznaczana jest na podstawie odległości między cząsteczkami. Jako iż ich rozmieszczenie ma charakter regularny, można ją łatwo obliczyć. Program wyszukuje najmniejsze odległości między sąsiadami. Następnie znajduje największą z tych odległości – w tym przypadku zarówno największa, jak i najmniejsza odległość między bezpośrednimi elementami wynosi 5 [mm]. Parametr CSLH to współczynnik skali. 1.2 powoduje, że początkowa długość wygładzania wynosi: $1.2 * 5 \text{ [mm]} = 6 \text{ [mm]}$. Oznacza to, że każda cząsteczka, przy starcie symulacji, będzie oddziaływała ze wszystkimi cząsteczkami znajdującymi się w promieniu 6 [mm] od niej.

Skoro długość wygładzania h wynosi 6 [mm], zatem ilość sąsiadów dla każdej cząsteczki na początku symulacji będzie znajdowała się w kuli o promieniu $2h$, czyli 12 [mm]. Zgodnie z parametrami HMIN oraz HMAX długość wygładzania może zmieniać się z każdym cyklem symulacji. HMIN i HMAX to zakres skalowania, którym będzie posługiwał się program liczący. W zależności od zagęszczenia cząsteczek, długość wygładzania będzie mogła zmieniać się w zakresie: $HMIN * h < h < HMAX * h$.



Rys. 9 Promień wyszukiwania sąsiadów dla pojedynczej cząsteczki [5]

Ostatnim etapem budowy ciała miękkiego jest określenie przestrzeni, w jakiej LS Dyna ma przeprowadzać dla niego obliczenia. Polega to na skonstruowaniu prostopadłościanu, poza którym elementy SPH nie są już brane pod uwagę.

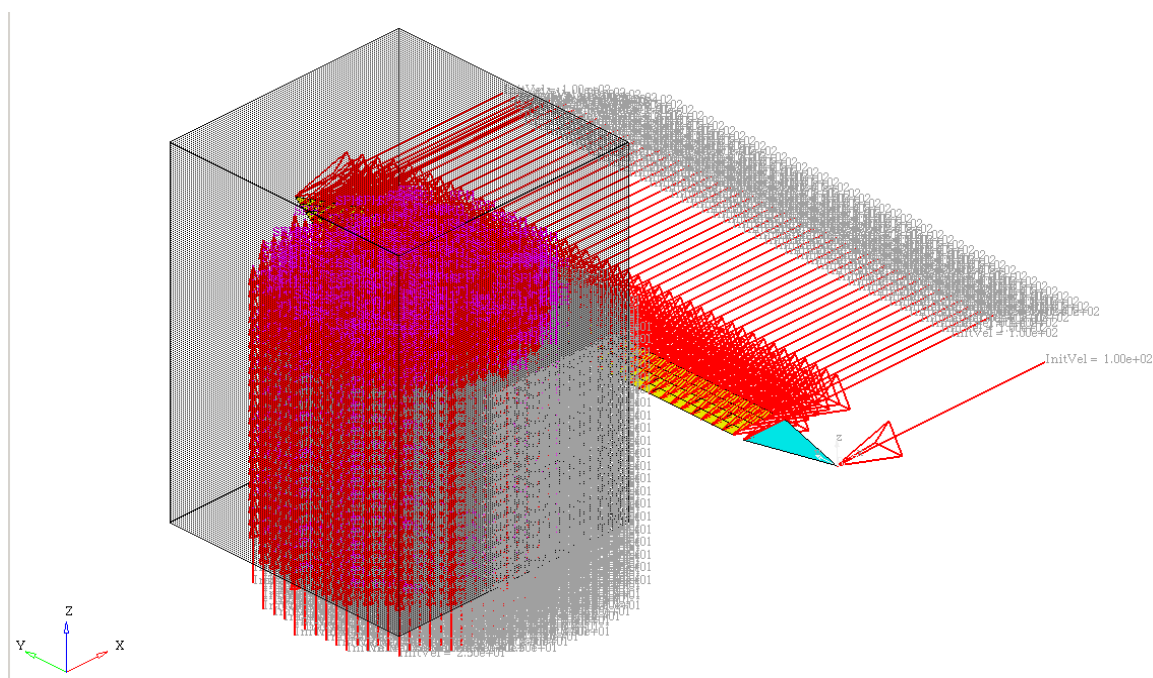


Rys. 10 Prostopadłościan obliczeniowy dla elementów SPH [1]

c) Warunki brzegowe [1]

Jak już wspomniane zostało wcześniej, impaktor zamocowany jest z jednej strony. Część utwierdzona może poruszać się tylko wzdłuż globalnej osi X. Do każdego węzła szabli przyłożona została prędkość początkowa w kierunku osi X oraz ujemnym zwrocie. Wartość prędkości to **100 [m/s]**.

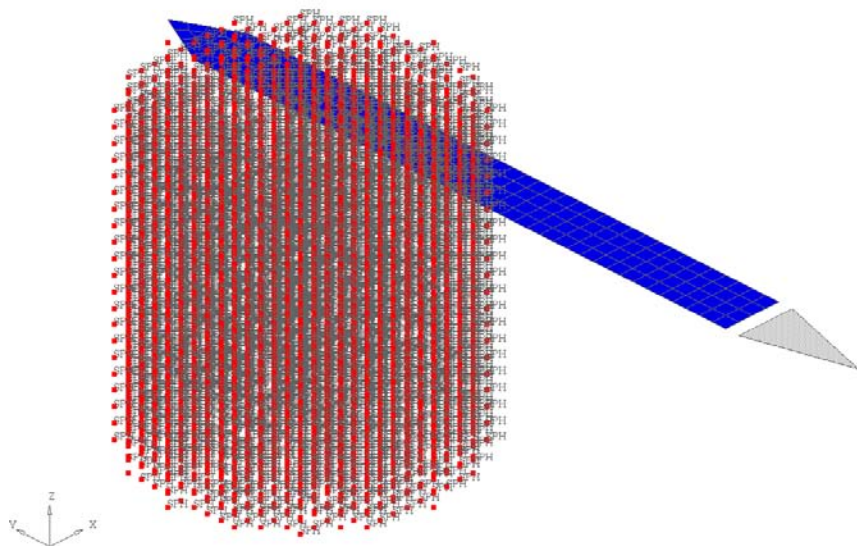
Ciało miękkie również posiada prędkość początkową o wartości **25 [m/s]** w kierunku osi Z o zwrocie dodatnim. Wartość ta odpowiada rzeczywistej prędkości lotu niektórych ptaków [6].



Rys. 11 Model z przyłożonymi prędkościami [1]

d) Kontakty [1]

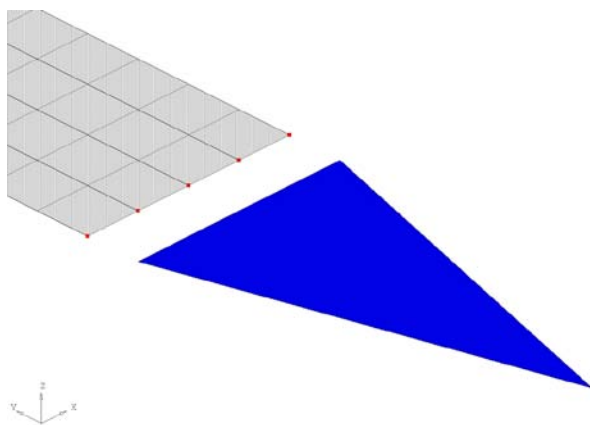
W modelu użyto jednego kontaktu głównego. Jest to kontakt impaktora do elementów SPH. Jako że elementy SPH powstały metodą bezsiatkową, jest to w rzeczywistości kontakt powierzchni szabli do węzłów ciała miękkiego. Pominięty został współczynnik tarcia.



Rys. 12 Kontakt impaktora z ciałem miękkim [1]

Jest to kontakt typu master -> slave. Komponent niebieski jest master'em a czerwony slave'em. Zasadniczo przyjmuje się, że to właśnie impaktor zawsze powinien być master'em, natomiast w przypadku interakcji między węzłami a elementami, w LS Dyna'ie węzły zawsze muszą być slave'em.

W modelu istnieje jeszcze jeden kontakt pomocniczy – sztywne połączenie komponentu prowadzącego z szablą.



Rys. 13 Sztywne połączenie impaktora z prowadnicą [1]

Niebieski trójkąt – będący ciałem nieodkształcalnym, jest przymocowany do zewnętrznych węzłów szabli.

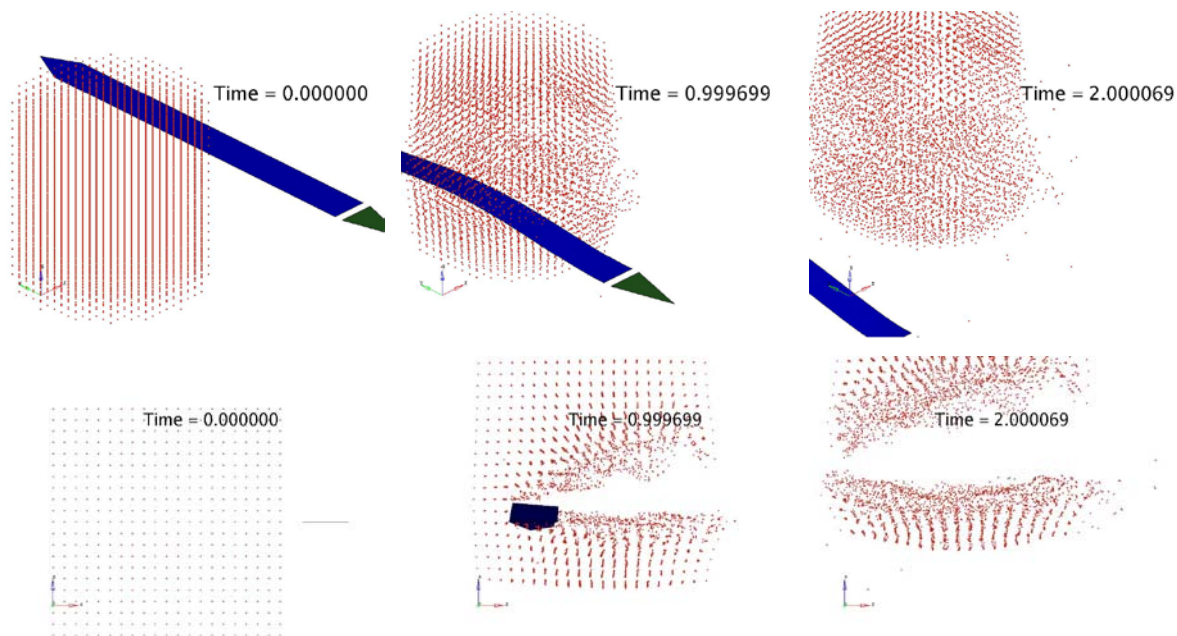
V. PREZENTACJA WYNIKÓW [1]

1. Wprowadzenie

Celem rozważań będzie analiza zderzenia szabli z ciałem miękkim o przybliżonych właściwościach ptaka. Następnie dokonane zostanie porównanie wyników po obróceniu impaktora o 90 stopni wokół globalnej osi Y. Przypadek pierwszy to klasyczne cięcie ciała miękkiego. Ostra krawędź szabli porusza się z prędkością 100 [m/s] w kierunku lecącego ptaka. W drugim przypadku, po obróceniu szabli, mamy do czynienia z uderzeniem jej w ciało miękkie. Warunki brzegowe, jak i wszelkie właściwości komponentów, pozostają niezmiennione w obu symulacjach.

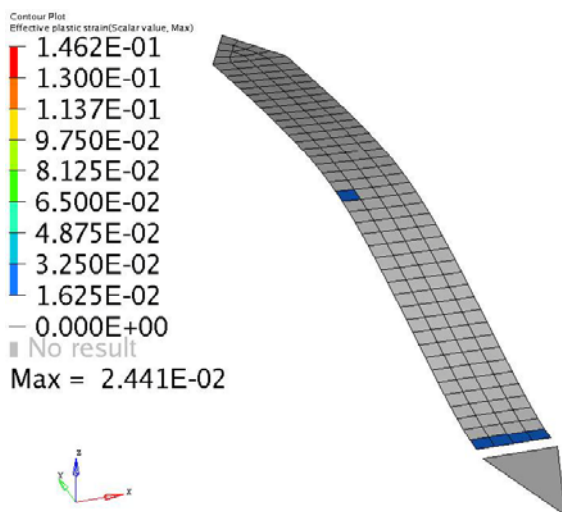
2. Przypadek I. Uderzenie ostrzem szabli

a) Kinematyka



Rys. 14 Przebieg symulacji [1]

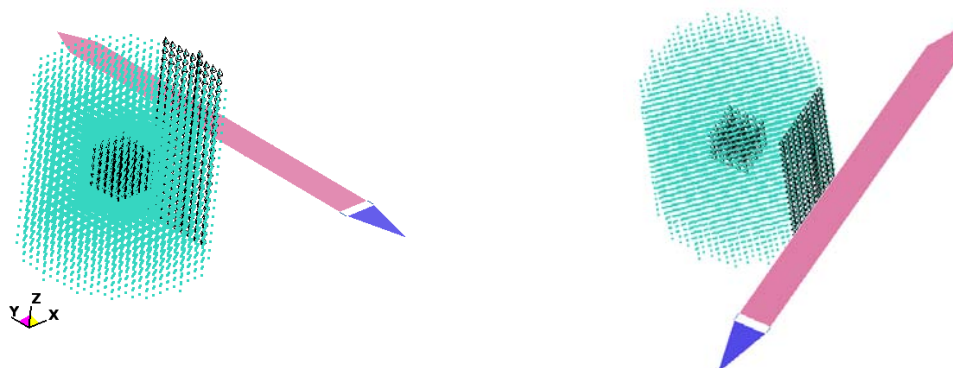
Zachowanie modelu przewidywalne. Ciało miękkie poruszające się wzdłuż osi Z zostało przekrojone przez impaktor. Na zdjęciach widać, że impaktor ulega odkształceniu.



Rys. 15 Odkształcenia plastyczne impaktora [1]

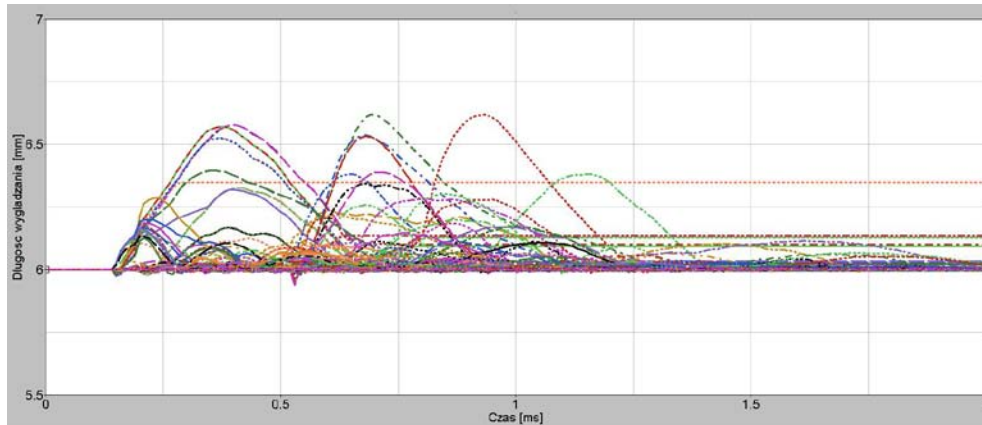
Analizując odkształcenia plastyczne daje się zauważyć, że szabla deformuje się głównie w zakresie sprężystym. Największe odkształcenia plastyczne powstają w miejscu łączenia z prowadnicą, jednak ich wartość to około 2.44 %, co jest bezpieczną wartością dla tego materiału.

b) Długość wygładzania i ilość sąsiadów



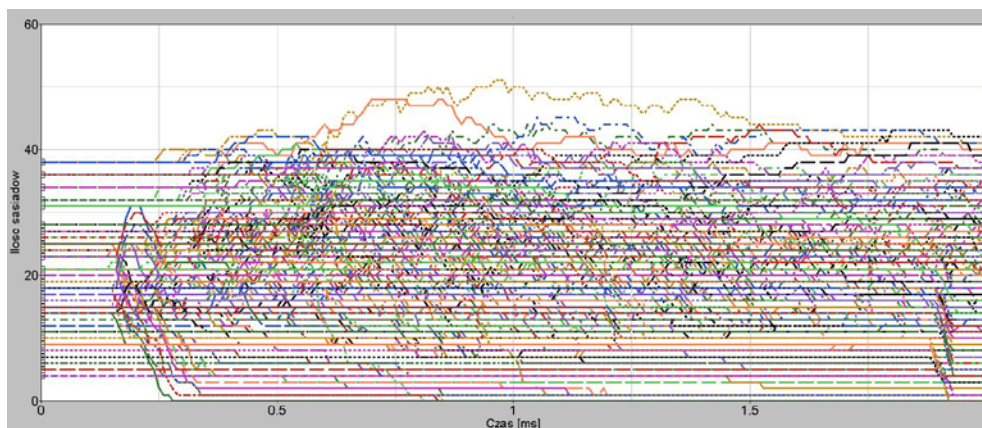
Rys. 16 Analizowane regiony ciała miękkiego [1]

Ze względu na stosunkowo dużą ilość elementów, długość wygładzania oraz ilość sąsiadów zostały sprawdzone w dwóch regionach ciała miękkiego – w okolicy jego środka oraz na zewnętrznej ścianie, która jako pierwsza ma kontakt z impaktorem.



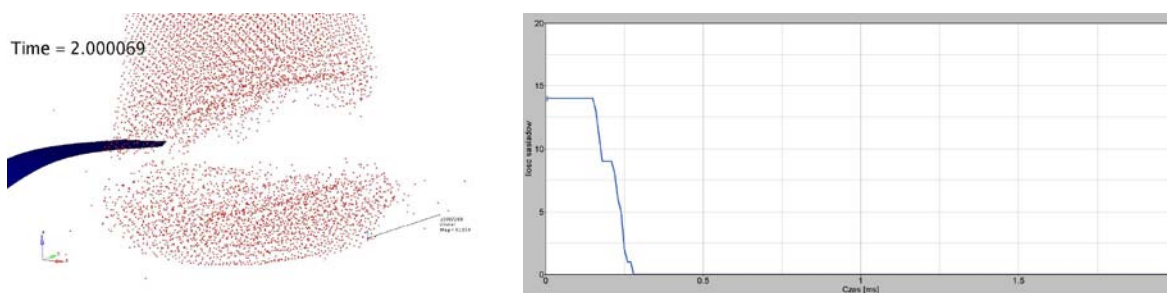
Rys. 17 Długość wygładzania [1]

Długość wygładzania w chwili początkowej wynosi 6 [mm] czyli tyle, ile powinna, zgodnie z obliczeniami. Jak widać na Rys. 17, jest ona zmienna. Na początku symulacji, przez około 0.2 [ms] wartość ta jest stała. Następnie zauważalny jest wzrost – następuje zderzenie impaktora z ciałem miękkim. Zaobserwować można ustabilizowanie się długości wygładzania dla części elementów. Są to elementy, które na skutek kolizji przestały znajdować się w prostopadłości obliczeniowym – w związku z tym długość wygładzania nie jest już dla nich obliczana.



Rys. 18 Ilość sąsiadów [1]

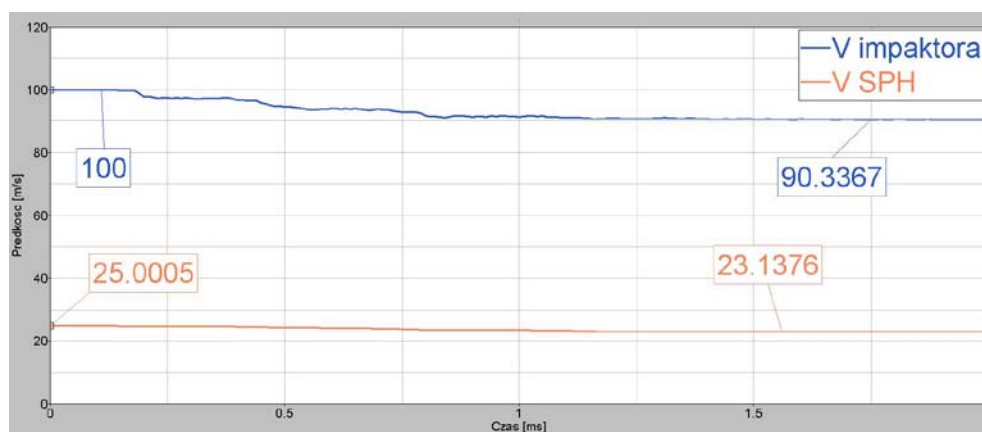
Rys. 18 pokazuje, jaką ilość sąsiadów posiada każdy z analizowanych elementów. Analogicznie do długości wygładzania – wartość ta jest stała na początku symulacji i waha się w granicach 4 – 38. W miarę postępu symulacji zmienia się zagęszczenie elementów jak i wielkość parametru h , co powoduje wahania zmiany ilości sąsiadów w granicach 0 – 51.



Rys. 19 Ilość sąsiadów przykładowego elementu [1]

Rys. 19 przedstawia zmianę ilości sąsiadów dla jednego z elementów. Znajduje się on na zewnętrznej ścianie ciała miękkiego i jako jeden z pierwszych zostaje poddany wpływowi impaktora. Przy uderzeniu element ten przesuwa się na zewnątrz komponentu SPH. Przy czasie około 0.25 [ms] zostaje usunięty z prostopadłościanu obliczeniowego i nie jest już brany pod uwagę w dalszych kalkulacjach – stąd liczba jego sąsiadów spada do zera.

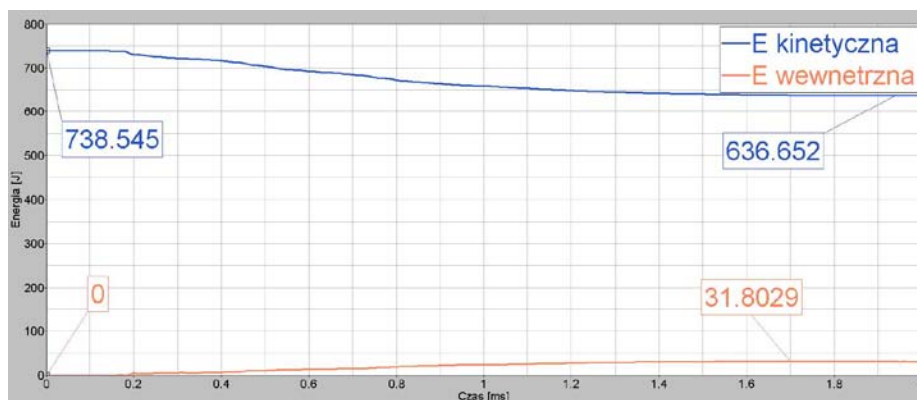
c) Bilans prędkości



Rys. 20 Prędkości wypadkowe komponentów [1]

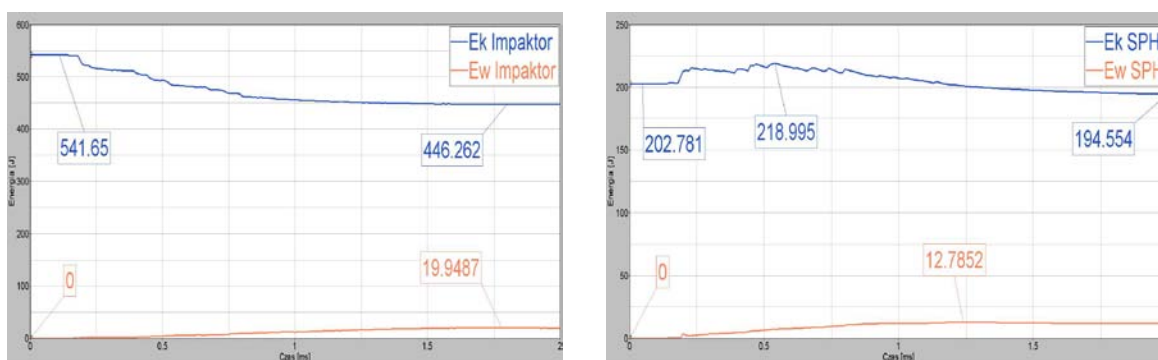
Zgodnie z założeniami, prędkość początkowa impaktora wynosi 100 [m/s], prędkość początkowa ciała miękkiego to 25 [m/s]. W skutek kolizji, szabla wytraca około 10.7 [m/s] a ptak około 1.9 [m/s]. Rys. 20 przedstawia wykres prędkości wypadkowej. Ma to szczególne znaczenie w przypadku ciała miękkiego, gdyż prędkość w kierunku osi Z maleje, natomiast równoległe wzrasta globalna prędkość w kierunku osi X.

d) Bilans energetyczny



Rys. 21 Wykres energii w modelu [1]

Z bilansu energii wynika, że początkowa energia kinetyczna powinna wynosić około 738 [J]. Wartość tą łatwo sprawdzić na podstawie danych wejściowych: masa impaktora wraz z rączką = 0.1072 [kg], jego prędkość to 100 [m/s]; masa ciała miękkiego to około 0.6489 [kg] oraz prędkość równa 25 [m/s]. Stosując wzór na energię kinetyczną ($E = mV^2/2$) otrzymujemy tę samą wartość.



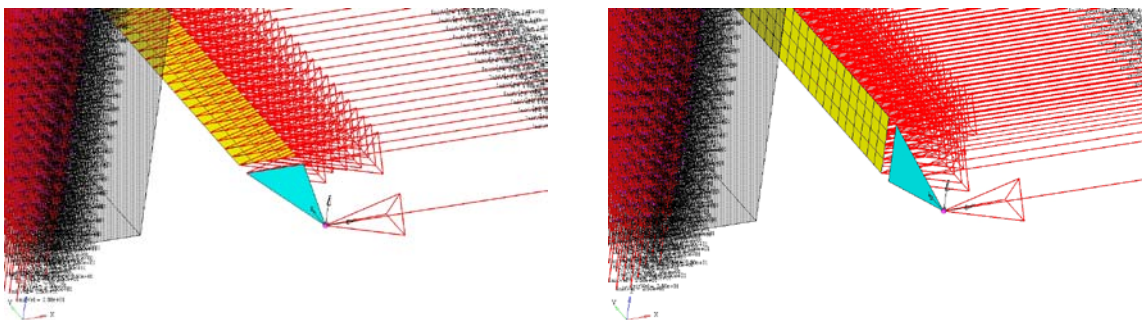
Rys. 22 Wykres energii poszczególnych komponentów [1]

Rys. 22 pokazuje bilans energetyczny dla impaktora z przewodnicą oraz ciała miękkiego. Naturalnie energia wewnętrzna przewodnicy przez cały okres trwania symulacji wynosi zero – jak ciało idealnie sztywne nie jest ona w stanie absorbować energii. Wyraźnie zauważalny jest wzrost energii kinetycznej ciała miękkiego po kontakcie z szablą. Jak już wcześniej zostało wspomniane, spowodowane jest to poruszaniem się cząstek SPH dodatkowo po kierunkach X oraz Y.

Ciekawostką jest, że gdy zsumujemy energię impaktora oraz energię ciała miękkiego otrzymamy nieco inny wynik, niż wartość energii całkowitej. Wynika to ze specyfiki obliczeniowej programu LS Dyna. Wartość energii całkowitej obliczana jest fizycznej masy modelu. Natomiast energia poszczególnych komponentów uwzględnia również połączenia. Przykładowo, energia kinetyczna całego modelu wynosi 738.545 [J], natomiast zsumowana energia kinetyczna wynosi 744.431 [J]. Różnica wynika z faktu, że program, wyliczając energię dla przewodnicy, uwzględnia jej sztywne połączenie z szablą. Połączenie wykonane jest na 4 elementach, na połowie ich węzłów. Czyli dodatkowo do masy przewodnicy doliczana jest masa połowy z 4 elementów, czyli dodatkowo 0.001177 [kg]. Stosując wzór na energię kinetyczną otrzymujemy brakujące 5.886 [J]. Różnica ta nie ma istotnego wpływu na przedstawiony model, należy jednak o tym pamiętać w przypadku bardziej skomplikowanych obliczeń.

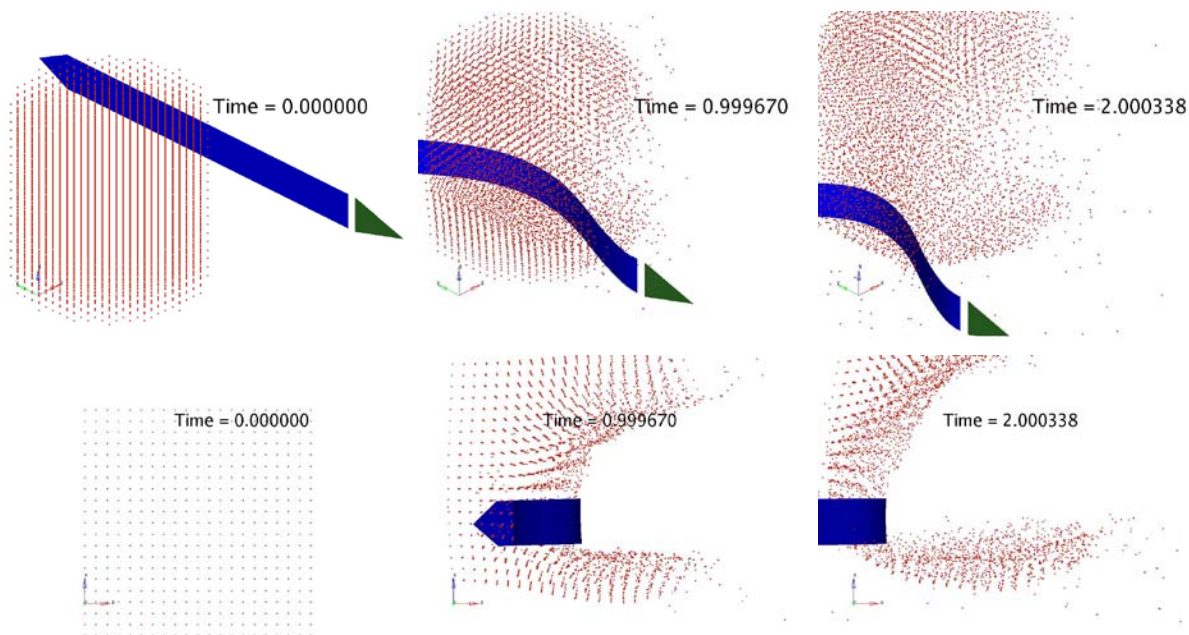
3. Przypadek II. Uderzenie płazem szabli

Kolejna symulacja ma dokładnie takie same warunki brzegowe. Zmianie uległo położenie impaktora – został on obrócony o 90 stopni wokół osi Y.



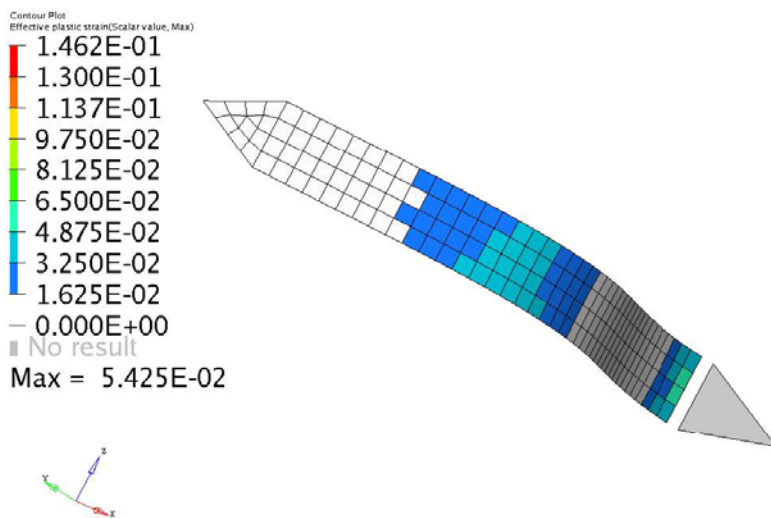
Rys. 23 Różnica między modelami [1]

a) Kinematyka



Rys. 24 Przebieg symulacji [1]

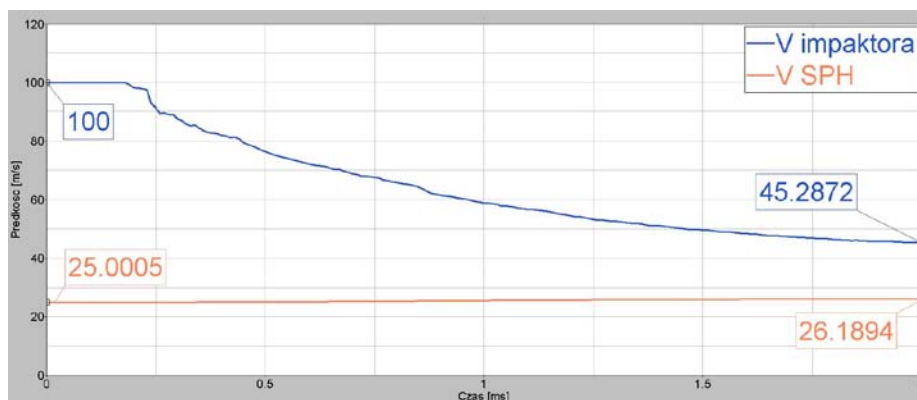
Zachowanie modelu nieco inne niż w poprzednim przypadku. Duża powierzchnia kontaktu powoduje znacznie większy opór. Podczas trwania symulacji impaktor nie przebija ciała miękkiego, następują jego znaczne odkształcenia.



Rys. 25 Odkształcenia plastyczne impaktora [1]

Na Rys. 25 widać, że szabla uległa znacznie większym odkształceniom. Ponownie największa ich wartość znajduje się przy połączeniu z prowadnicą (około 5.4 %), jednak wyraźnie widać znaczną deformację w środku komponentu – w miejscu kontaktu z ciałem miękkim. Wielkość odkształceń plastycznych w tym rejonie to 3 – 4.1 %.

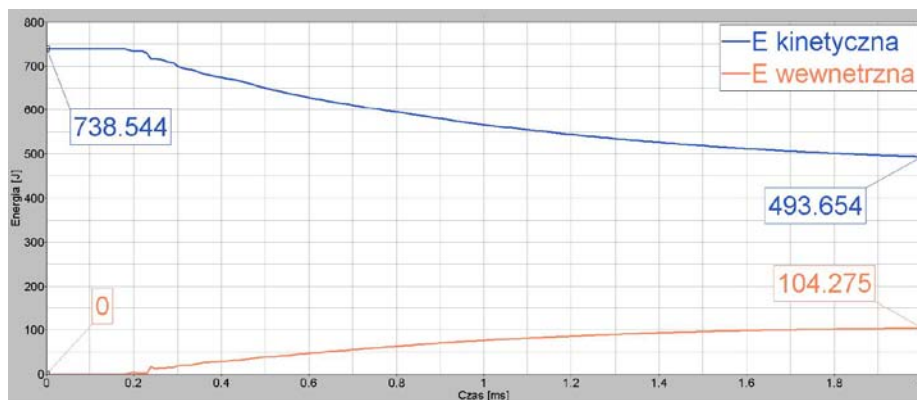
b) Bilans predkosci



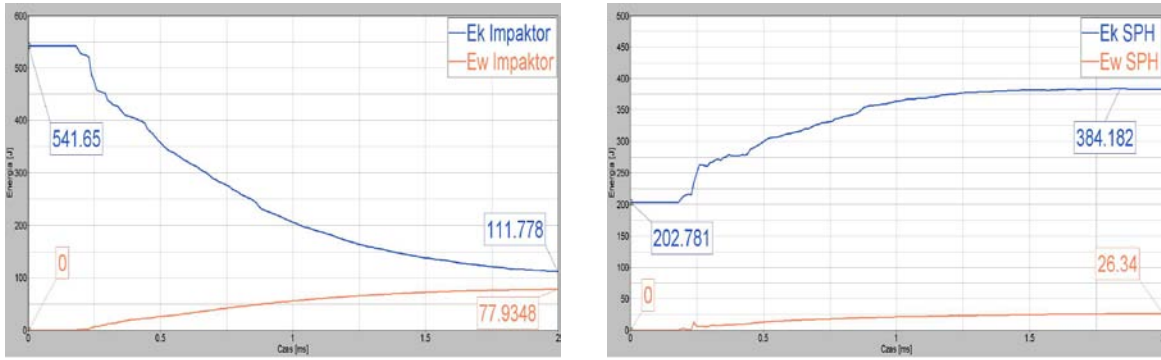
Rys. 26 Prędkości wypadkowe komponentów [1]

Na Rys. 26 widać znaczny spadek prędkości impaktora. Co ciekawe, następuje wzrost prędkości wypadkowej ciała miękkiego. Spowodowane jest to przekazaniem prędkości przez szablę cząstkom SPH w znacznie większym stopniu, niż w symulacji bazowej.

c) Bilans energetyczny

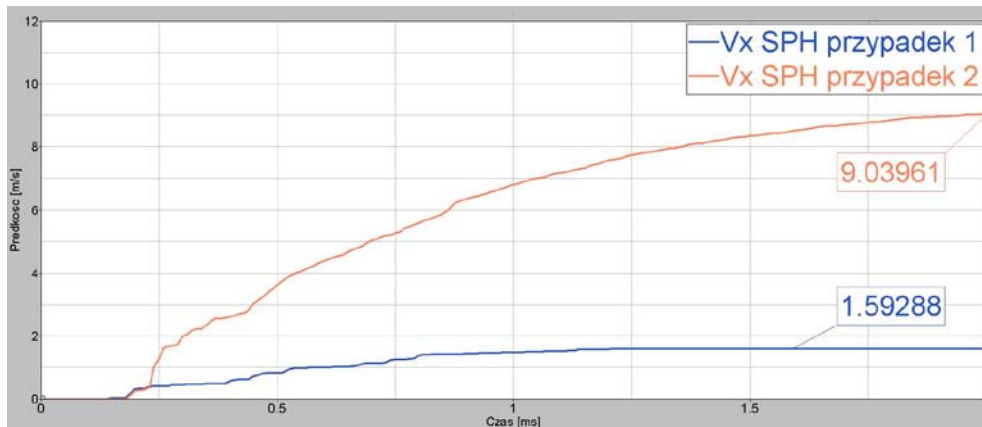


Rys. 27 Wykres energii w modelu [1]



Rys. 28 Wykres energii poszczególnych komponentów [1]

W związku z dużą powierzchnią kontaktu następuje bardzo zauważalny spadek energii kinetycznej impaktora. Energia kinetyczna ciała miękkiego wzrasta prawie dwukrotnie, co ma bezpośredni związek ze znacznie większym wzrostem prędkości w kierunku X w drugim przypadku, niż w symulacji bazowej, co ilustruje Rys. 29.



Rys. 29 Prędkość SPH w kierunku osi X w obydwu modelach [1]

VI. PODSUMOWANIE [1]

Metoda SPH została pierwotnie stworzona do symulacji numerycznych zachowania się płynów. Wraz z jej rozwojem, zaczęto stosować ją przy symulowaniu zachowania się ciał stałych podczas kolizji. Głównym powodem jej stosowania oraz jej najważniejszą zaletą jest brak zastosowania siatki elementów skończonych, co pozwala obserwować rozszczepienie się cząstek.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono 2 proste symulacje numeryczne opierające się na tej metodzie oraz ich porównanie. Udowodniono, że prosty wzór na obliczenie długości wygładzania ma praktyczne zastosowanie. Zobrazowano, jak w przeciągu trwania symulacji zmienia się ilość sąsiadów danej cząstki SPH oraz pokazano, że wielkość ta, jak również długość wygładzania, zmieniają się dynamicznie w trakcie obliczeń. Związane jest to z faktem, że komponent SPH nie jest jednolity – zakłócenie spójności w jednym jego regionie może nie mieć żadnego wpływu na cząstki znajdujące się w większej odległości. Analiza energii pokazuje, że duża część energii kinetycznej impaktora zostaje przekazana poszczególnym cząstkom, co skutkuje wzrostem globalnej energii kinetycznej komponentu SPH.