## 6.3. TRÓJWYMIAROWE ZADANIE TEORII SPRĘŻYSTOŚCI. NAPRĘŻENIA W GRUBOŚCIENNYM ZBIORNIKU CIŚNIENIOWYM

### 6.3.1. Wprowadzenie

Zadanie trójwymiarowe teorii sprężystości dotyczy sprężystego ciała przestrzennego, na którego brzegu zadane są warunki przemieszczeniowe lub siły, a wewnątrz obszaru panuje określony stan sił objętościowych. Tylko w prostych przypadkach znamy rozwiązanie analityczne. Na ogół metody numeryczne są jedyną drogą rozwiązania takich zadań.

Rozwiązanie numeryczne MES zadania trójwymiarowego wymaga dyskretyzacji bryły przestrzennej siatką elementów trójwymiarowych.

### 6.3.2. Rozwiązywane zagadnienie

<u>Celem</u> ćwiczenia jest wyznaczenie stanu naprężenia w elemencie instalacji ciśnieniowej z króćcami. Obciążenie wewnętrzne stanowi nadciśnienie o wartości p. Element mocowany jest za pomocą dwóch połączeń kołnierzowych, a pozostałe dwa króćce mają swobodę przemieszczeń.

Dane:  $\emptyset D_1 = 360$ mm,  $\emptyset D_2 = 560$ mm,  $\emptyset D_3 = 760$ mm,  $\emptyset D_4 = 1400$ mm,  $\emptyset D_5 = 1800$ mm,  $\emptyset D_6 = 2200$ mm, L = 2000mm,  $\Delta = 200$ mm,  $Y_1 = 1100$ mm,  $Y_2 = 1200$ mm,  $Y_3 = 1500$ mm, p = 50MPa,  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa, v = 0,3

Oznaczenia danych geometrycznych przedstawione zostały na rysunku 6.3.1.



Rys. 6.3.1. Wymiary geometryczne elementu

### 6.3.3. Typowy przebieg analizy numerycznej

Biorąc pod uwagę potrójną symetrię zadania do obliczeń można przyjąć jedynie ¼ analizowanego elementu. Wygodnymi jednostkami są: *mm, N, MPa*.

### 6.3.3.1. Preprocessor

Sposób budowy modelu geometrycznego (solid model):

a) Utworzenie punktów geometrii w układzie globalnym w celu wytrasowania przekroju poprzecznego (rys. 6.3.2): *Preprocessor> Modeling>Create>Keypoint> In Active CS*.



- **b**) Utworzenie pól przez wskazanie punktów geometrii (rys. 6.3.3): *Preprocessor>Modeling> Create>Areas>Arbitrary> Through KPs*.



Rys. 6.3.3. Utworzenie pół przez wskazanie punktów geometrii

- c) Utworzenie punktów geometrii do wskazania osi obrotu (rys. 6.3.4): *Preprocessor*> *Modeling*>*Create*>*Keypoint*> *In Active CS*.
- d) Utworzenie brył przez obrót pól wokół osi: *Preprocessor*>Modeling>Operate> Extrude>Areas>About Axis





e) Utworzenie wycinków walcowych:





Rys. 6.3.5. Utworzenie dwóch wycinków walcowych

- f) Nakładanie Brył (rys. 6.3.6a): Preprocessor>Modeling>Operate> Booleans>Overlap>Volumes: All
- g) Usunięcie zbędnych brył (rys. 6.3.6b): *Preprocessor*>Modeling>Delete> Volumes and Below



Rys. 6.3.6. Operacje na bryłach: a) nakładanie brył, b) usuniecie zbędnych brył

h) Wybór typu elementu skończonego (rys. 6.3.7): Preprocessor>Element Type>Add> (20-węzłowy SOLID186 lub 8-węzłowy SOLID185)

Main Menu ®	A Library of Element Types	X
Preferences Preprocessor Element Type Add/Edit/Delete Switch	Library of Element Types	Structural Mass Link Boode 182 Beam Brick 8 node 185 Pipe Sold Sold
Add Add Rem Elen Defined Element Types: Real Ct Materia	Element type reference number	2 20node 186
Section     Modeli     Meshir     Close	Options Delete Help	
Coupling     Multi-field Set Up		

Rys. 6.3.7. Wybór typu elementu skończonego

i) Wprowadzenie danych materiałowych (rys. 6.3.8): *Preprocessor*>*Material Props*>*Material Models: Structural/Linear/Elastic/Isotropic:* EX=2e5MPa, PRXY=0.3



Rys. 6.3.8. Wprowadzenie danych materiałowych

j) Zadanie domyślnego rozmiaru elementów (rys. 6.3.9): Preprocessor>Meshing> Meshing Tool> Size Controls>Global



Rys. 6.3.9. Zadanie domyślnego rozmiaru elementów

# k) Generacja siatki (rys. 6.3.9): *Preprocessor*>Meshing> Meshing Tool> Mesh>Volumes/Hex/Sweep

 Zapewnienie braku deplanacji na powierzchni kołnierza Aby zasymulować warunek braku deplanacji na powierzchni kołnierza należy związać odpowiednie stopnie swobody węzłów tej powierzchni. Można tego dokonać w kolejnych etapach:
 – Wybranie węzłów leżących na powierzchni dociskowej kołnierza (rys. 6.3.10)



Rys. 6.3.10. Wybranie węzłów leżących na powierzchni dociskowej kołnierza

- Związanie stopni swobody (UZ) w węzłach powierzchni dociskowej kołnierza (rys.6.3.11):



Rys. 6.3.11. Związanie stopni swobody w węzłach powierzchni dociskowej kołnierza

- Ponowne wybranie wszystkich składników modelu: Utility Menu> Select>Everything

UWAGA: Operacje wiązania stopni swobody trzeba zrobić każdorazowo dla każdej nowej siatki!

### 6.3.3.2. Solution

Wprowadź warunki brzegowe:

a) Zadanie warunków symetrii na powierzchniach (rys. 6.3.12): Solution>Define Loads> Apply>Structural>Displacement> Symmetry BC>On Areas



Rys. 6.3.12. Zadanie warunków symetrii na powierzchniach

**b**) Zadanie ciśnienia na powierzchni wewnętrznej (rys. 6.3.13): *Solution*>*Define Loads*> *Apply*>*Structural*>*Pressure*>*On Areas* 



c) Zadanie ujemnego ciśnienia na króćcu i kołnierzu (rys. 6.3.14): Solution>Define Loads> Apply>Structural>Pressure>On Areas

- Ciśnienie na powierzchni króćca:  $-50 \times 180^2/(280^2-180^2) = -35,217$ MPa
- Ciśnienie na powierzchni króćca:  $-50 \times 700^2/(1100^2-900^2) = -61,25$  MPa



Rys. 6.3.14. Zadanie ciśnienia na króćcu i kołnierzu

#### <u>Uruchomienie procesu obliczeń</u> Solution>Solve>Current Ls

Po zakończeniu obliczeń warto zapisać bazę danych pod unikalną nazwą, np.: *Model\_1.db*. Tak zapisana baza danych będzie zawierała w sobie wyniki obliczeń.

### 6.3.3.3. General postprocessor

Prezentacja wyników w postaci map warstwicowych

a) Przedstawienie mapy przemieszczeń wypadkowych (USUM – rys. 6.3.15) i naprężeń zredukowanych (SEQV – rys. 6.3.16)



Rys. 6.3.15. Przedstawienie przemieszczeń wypadkowych w modelu



Rys. 6.3.16. Przedstawienie naprężeń zredukowanych w modelu

- **b**) Przedstawienie składowych stanu naprężenia (SX, SY, SZ) w układzie walcowym związanym z częścią walcową.
  - Wskazanie globalnego układu cylindrycznego do przedstawiania w nim naprężeń (rys. 6.3.17.)



Rys. 6.3.17. Wskazanie globalnego układu cylindrycznego

- Rysowanie naprężeń promieniowych w globalnym układzie walcowym (rys. 6.3.18)



Rys. 6.3.18. Wskazanie naprężeń promieniowych w układzie walcowym

- Rysowanie naprężeń obwodowych w globalnym układzie walcowym (rys. 6.3.19)



Rys. 6.3.19. Wskazanie naprężeń obwodowych w układzie walcowym

Prezentacja wyników w postaci wykresów wzdłuż ścieżek

 a) Wskazanie ścieżki AB wzdłuż grubości ścianki i zapisanie na niej naprężeń promieniowych i obwodowych (rys. 6.3.20)



Rys. 6.3.20. Wskazanie ścieżki AB

**b**) Przedstawienie wyników naprężeń promieniowych i obwodowych wzdłuż ścieżki AB (rys. 6.3.21)



Rys. 6.3.21. Przedstawienie wyników naprężeń wzdłuż ścieżki AB

c) Wskazanie ścieżki CD wzdłuż grubości ścianki (rys. 6.3.22), zapisanie na niej naprężeń promieniowych i obwodowych, a następnie przedstawienie wyników naprężeń promieniowych i obwodowych wzdłuż ścieżki CD. Postępujemy analogicznie jak w przypadku ścieżki AB.



Rys. 6.3.22. Przedstawienie wyników naprężeń wzdłuż ścieżki CD

d) Wskazanie ścieżki EF wzdłuż grubości ścianki i linearyzacja naprężeń zredukowanych (rys. 6.3.23).



Rys. 6.3.23. Linearyzacja naprężeń zredukowanych wzdłuż ścieżki EF

### 6.3.4. Interpretacja wyników i zadania do wykonania

Porównać wyniki uzyskane dla tej samej gęstości siatki (parametr ESIZE patrz rys. 6.3.9) używając:

- a) elementów 20-węzłowych (Solid186) i siatki "sweep" w opcji HEX/WEDGE (Model 1),
- b) elementów 8-węzłowych (Solid185) i siatki "sweep" w opcji HEX/WEDGE (Model 2),
- c) elementów 8-węzłowych (Solid185) i siatki "free" w opcji TETRA (**Model 3**).

Zestawić w tabeli, dla policzonych przypadków wartości:

L. węzłów, l. elementów, USUM<sub>max</sub>, SEQV<sub>max</sub>, SX<sub>RSYS=1</sub>, SY<sub>RSYS=1</sub> dla punktów A, B, C i D oraz maksymalnych naprężeń z linearyzacji SEQV na ścieżce EF.

Przedyskutować uzyskane wyniki.

	Model 1 Solid186 Hex/Wed	<b>Model 2</b> Solid185 Hex/Wed	Model 3 Solid185 Free	
L. węzłów				<b>Rysunki do raportu</b> (należy je zapisać podczas pracy z programem dla każdego modelu) :
L. elementów				1) siatka elem.
				2) USUM(x,y)
USUM <sub>max</sub>				3) SEQV(x,y)
SEQV <sub>max</sub>				4) SX(x,y) <sub>RSYS=1</sub>
				5) SY(x,y) <sub>RSYS=1</sub>
SX <sup>A</sup> <sub>RSYS=1</sub>				6) wykres: SX(x,y)_{RSYS=1} i SY(x,y)_{RSYS=1} dla ścieżki AB
SVA DOVO 1				7) wykres: SX(x,y) <sub>RSYS=1</sub> i SY(x,y) <sub>RSYS=1</sub> dla ścieżki CD
01 R375=1				8) wykres zlinearyzowanych SEQV na ścieżce EF
SX <sup>B</sup> <sub>RSYS=1</sub>				
SY <sup>B</sup> <sub>RSYS=1</sub>				Raport finalny:
SX <sup>C</sup> <sub>RSYS=1</sub>				1) Wprowadzenie 2) Założenia do budowy modelu
SY <sup>C</sup> <sub>RSYS=1</sub>				<ol> <li>2) Opis modelu (model solid, siatki,war. podparcia i obciążenia)</li> <li>4) Przykładowe wyniki</li> <li>5) Wyniki zebrane w tabeli</li> <li>6) Omówienie wyników</li> <li>7) Wnioski</li> </ol>
SX <sup>D</sup> <sub>RSYS=1</sub>				
SYD <sub>RSYS=1</sub>				
Max Membrane + Bending stress				
Ze wzoru Lame (dla przypadku ciśnienia wewnątrz rury):			σιισ	
$\sigma_r = \frac{p_a \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot (1 - \frac{b^2}{r^2}) \qquad \sigma_t = \frac{p_a \cdot a^2}{b^2 - a^2} \cdot (1 + \frac{b^2}{r^2})$			$\sigma_t(b)$ $\sigma_t(a)$	
$\sigma_r(a) \equiv$				
$\sigma_t(a) \equiv$				
$\sigma_r(b) \equiv$				$\sigma_r(a)$
$\sigma_t(b) =$				