LABORATORIUM NUMERYCZNE MECHANIKI KONSTRUKCJI

Optymalizacja topologiczna

1 Ogólna teoria optymalizacji topologicznej

Optymalizacja topologiczna jest zaawansowaną metodą projektowania strukturalnego, której celem jest znalezienie optymalnego rozkładu materiału w zadanym obszarze projektowym (*Design Space*) dla określonych warunków brzegowych, obciążeń oraz ograniczeń geometrii. W odróżnieniu od optymalizacji parametrycznej (wymiarowej lub kształtu), optymalizacja topologiczna nie wymaga wstępnego definiowania parametrycznej postaci geometrii, lecz pozwala na swobodne tworzenie nowych otworów i modyfikację łączności struktur.

Z punktu widzenia matematycznego, proces ten polega na określeniu optymalnej gęstości względnej materiału dla każdego elementu skończonego w siatce dyskretnej. Powszechnie stosowanym standardem w komercyjnych solverach, w tym w systemie ANSYS Workbench, jest metoda SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*).

1.1 Metoda SIMP i penalizacja gęstości

W metodzie SIMP zmienną decyzyjną dla każdego elementu skończonego e jest jego sztuczna gęstość względna ρ_e, przyjmująca wartości z przedziału ciągłego:

$$0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1 \tag{1}$$

Gdzie wartość $\rho_e = 1$ oznacza pełny materiał, natomiast ρ_{min} (zazwyczaj równe 10^{-3}) reprezentuje obszar pusty (pustkę), wprowadzany w celu uniknięcia osobliwości macierzy sztywności w globalnym układzie równań MES.

Moduł Younga każdego elementu skończonego E_e jest skalowany nieliniowo względem gęstości bazowej materiału E_0 przy użyciu wykładnika penalizacji p (najczęściej $p = 3$):

$$E_e(\rho_e) = \rho_e^p E_0 \tag{2}$$

Zastosowanie wykładnika $p > 1$ ma na celu wymuszenie na algorytmie dążenia do rozwiązań binarnych ($\rho_e \to 0$ lub $\rho_e \to 1$). Elementy o gęstościach pośrednich (np. $\rho_e = 0.5$) wnoszą nieproporcjonalnie małą sztywność do konstrukcji w stosunku do swojej masy, co czyni je nieefektywnymi z punktu widzenia numerycznego poszukiwania minimum.

1.2 Funkcje celu

Wybór odpowiedniej funkcji celu określa główny kierunek inżynierski, w którym będzie podążał algorytm optymalizacji topologicznej. Choć klasycznym podejściem jest maksymalizacja sztywności konstrukcji, współczesne środowisko obliczeniowe pozwala na

elastyczny dobór kryteriów optymalizacyjnych w zależności od rzeczywistych warunków pracy komponentu.

W praktyce wytrzymałościowej niezwykle istotnym i powszechnie stosowanym kryterium jest minimalizacja maksymalnych naprężeń zredukowanych Hubera-Misesa-Hencky'ego (HMH). Pozwala ono na skuteczną likwidację lokalnych spiętrzeń naprężeń (karbów) i dąży do uzyskania struktury o równomiernym wytężeniu materiału, co bezpośrednio przekłada się na wyższą trwałość zmęczeniową elementu.

Łączenie funkcji celu (*Multi-Objective Optimization*): Warto wyraźnie podkreślić, że zdefiniowane funkcje celu mogą być ze sobą łączone w ramach jednego przebiegu optymalizacyjnego. Środowisko ANSYS Workbench umożliwia jednoczesne przypisanie kilku różnych kryteriów (np. jednoczesną minimalizację naprężeń oraz maksymalizację częstotliwości własnej). W takim przypadku program dokonuje automatycznej normalizacji poszczególnych składowych i scala je w jedną, nadrzędną funkcję kryterialną, której zbieżność jest nadrzędnym celem solvera.

Przegląd podstawowych, niezależnych funkcji celu dostępnych w module graficznym przedstawia Tabela 1.

Tabela 1: Charakterystyka podstawowych funkcji celu w ANSYS Workbench.

Funkcja celu	**Działanie algorytmu**	**Zastosowanie inżynierskie**
Naprężenie zredukowane	Minimalizacja spiętrzeń	Eliminacja karbów geometrycznych, ochrona przed lokalnym uplastycznieniem.
Podatność (*Compliance*)	Minimalizacja podatności	Globalne zwiększenie sztywności konstrukcji (podejście domyślne).
Częstotliwość własna	Maksymalizacja wartości	Modyfikacja własności dynamicznych, unikanie zjawiska rezonansu.
Masa / Objętość	Minimalizacja globalna	Maksymalne odchudzenie i redukcja kosztów materiałowych struktury.

1.3 Dodatkowe ograniczenia

Samodzielne zdefiniowanie funkcji celu jest zazwyczaj niewystarczające do uzyskania poprawnego i realizowalnego inżyniersko rozwiązania. Algorytm optymalizacji topologicznej wymaga nałożenia dodatkowych warunków granicznych, które precyzują dopuszczalną przestrzeń poszukiwań i zabezpieczają strukturę przed uszkodzeniem.

W zaawansowanych zadaniach optymalizacyjnych powszechnie stosuje się ograniczenia stanu nałożone poza obszarem modyfikowanym (nieoptymalizowalnym). Pozwalają one kontrolować poziom wytężenia materiału w kluczowych strefach konstrukcji, których geometria nie może ulec zmianie (np. w miejscach podparcia, utwierdzenia, czy w otoczeniu otworów montażowych). Definiując limit dopuszczalnych naprężeń zredukowanych w tych obszarach, zmuszamy solver do takiego dystrybuowania materiału w domenie projektowej, aby lokalne naprężenia w strefach stałych nie przekroczyły bezpiecznej granicy.

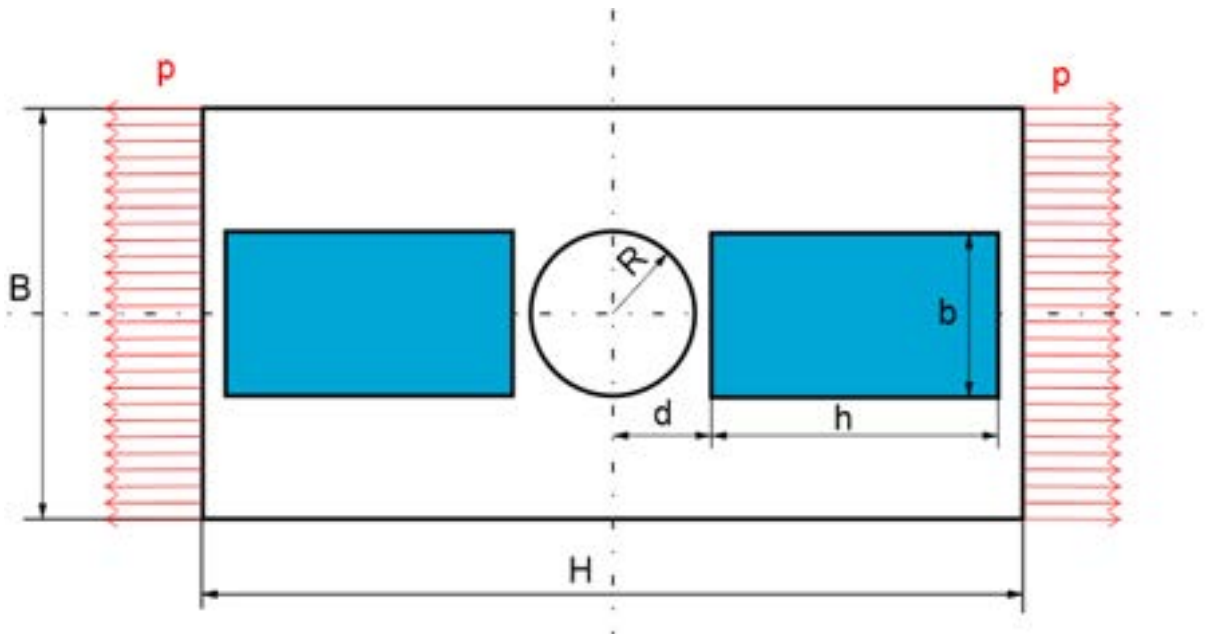
Oprócz opisanych ograniczeń stanu, w module ANSYS Workbench można zdefiniować szereg restrykcji technologicznych (Tabela 2).

Tabela 2: Rodzaje ograniczeń i restrykcji.

Rodzaj ograniczenia	**Działanie w programie**	**Cel inżynierski / Cel w zadaniu**
Naprężenia poza obszarem	Limitowanie maksymalnych naprężeń w strefie stałej	Ochrona punktów mocowań i węzłów konstrukcyjnych przed uplastycznieniem.
Udział objętości / masy	Narzucenie docelowego procentu masy	Globalne odchudzenie obiektu (np. pozostawienie jedynie 40 procent materiału).
Płaszczyzny symetrii	Wymuszenie symetrii kształtu	Uzyskanie symetrycznego rozkładu materiału względem wybranych osi globalnych.
Kierunek wyjmowania	Eliminacja podcięć geometrycznych	Zapewnienie wykonalności technologicznej dla procesów odlewniczych lub matrycowych.

2 Optymalizacja tarczy z otworem.

Przedmiotem analizy w ramach niniejszego ćwiczenia jest płaska tarcza o wysokości $H = 100$ mm, szerokości $B = 50$ mm i grubości $g = 1$ mm, osłabiona centralnym otworem o promieniu $R = 10$ mm. Tarcza wykonana jest ze stali o module Younga $E = 2 \cdot 10^5$ MPa) i współczynniku Poissona $\nu = 0.3$. Konstrukcja poddana jest obustronnemu, równomiernemu rozciąganiu ciśnieniem o wartości $p = 10$ MPa. Zjawisko spiętrzenia naprężeń na brzegu centralnego otworu (karbu) będzie redukowane poprzez optymalizację topologiczną dwóch symetrycznych, prostokątnych obszarów, o wymiarach $h = 35$ mm na $b = 20$ mm oddalonych o wartość $d = 12$ mm od osi symetrii tarczy.



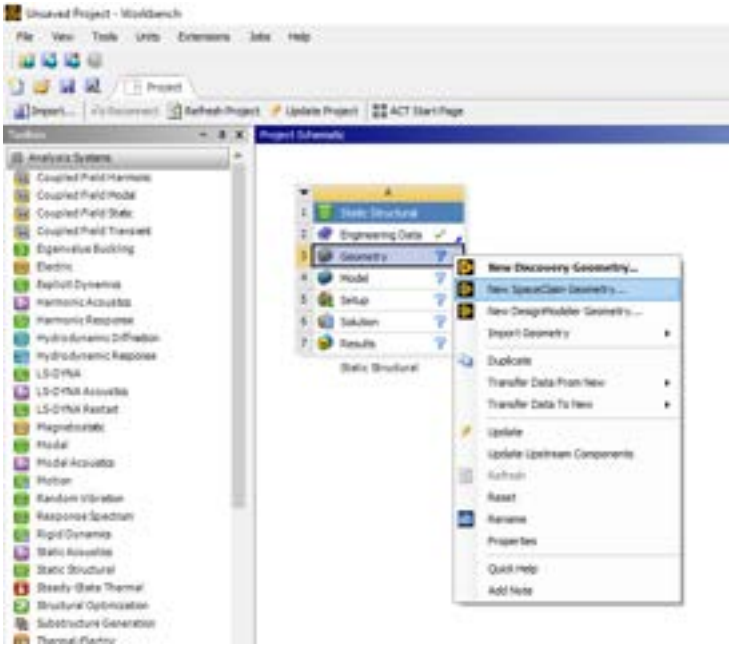
Rysunek 1: Geometria tarczy. Na niebiesko oznaczone obszary, które będa poddane optymalizacji.

Optymalziacja topologiczna zostanie przeprowadzona w środowisku ANSYS Workbench. Jako cel zostanie przyjeta minimalizacja naprężeń zredukowanych. Ze względu na

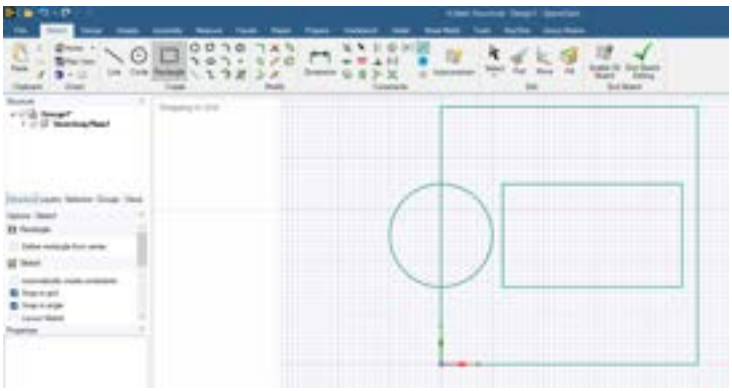
symetrię tarczy zamodelowana zostanie jej połowa z odpowiednimi warunkami brzegowymi.

2.1 Budowa modelu geometrycznego i analiza wstepna

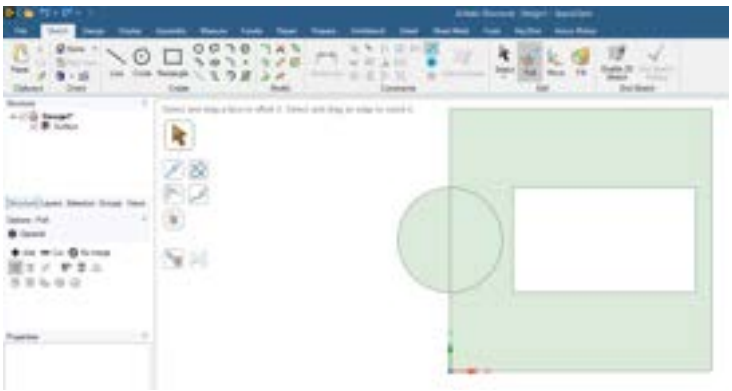
Wybór bloku Structural static i uruchomienie SpaceClaima w celu budowy geometrii.



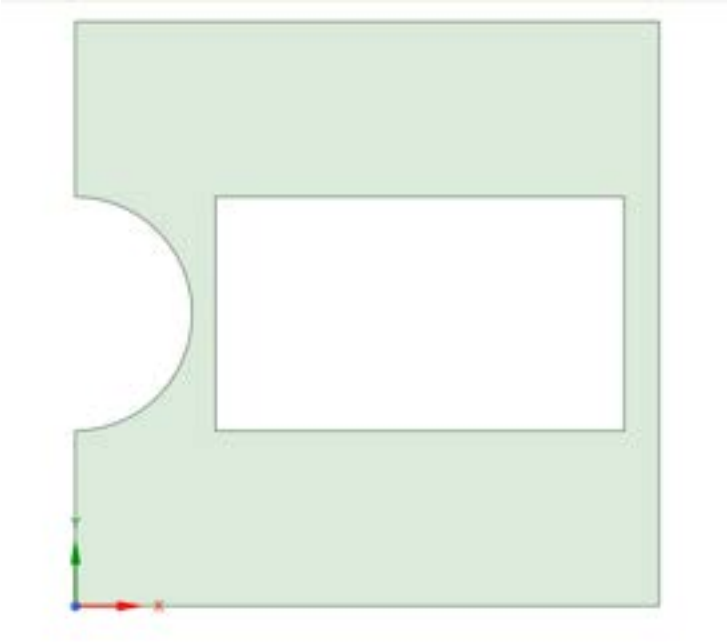
Naszkicowanie na płaszczyźnie xy dwóch prostokątów i okręgu



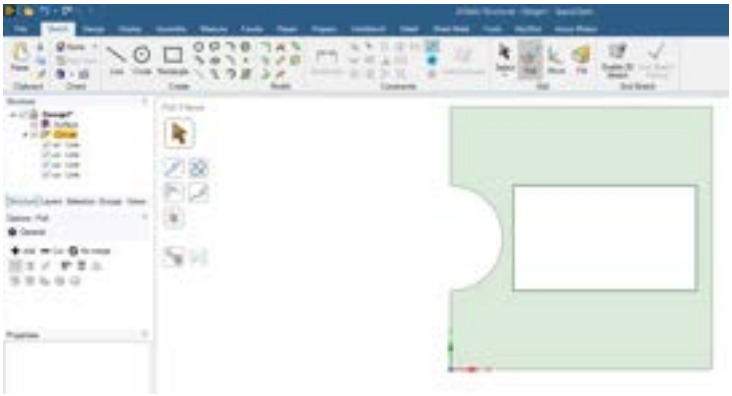
Pówrót do trybu modelu - docelowy efekt widoczny poniżej.



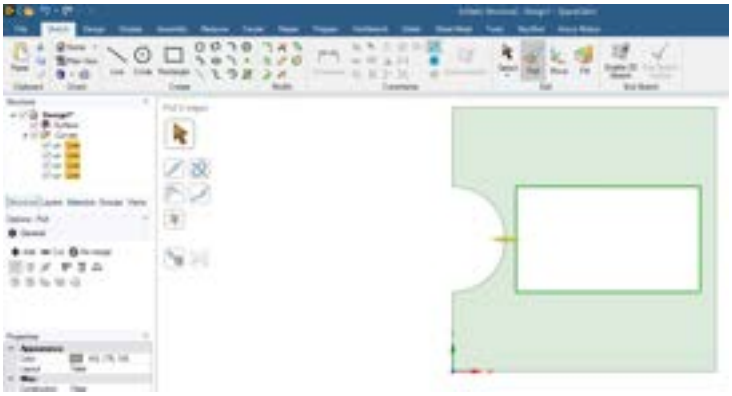
Usunięcie półkoli.

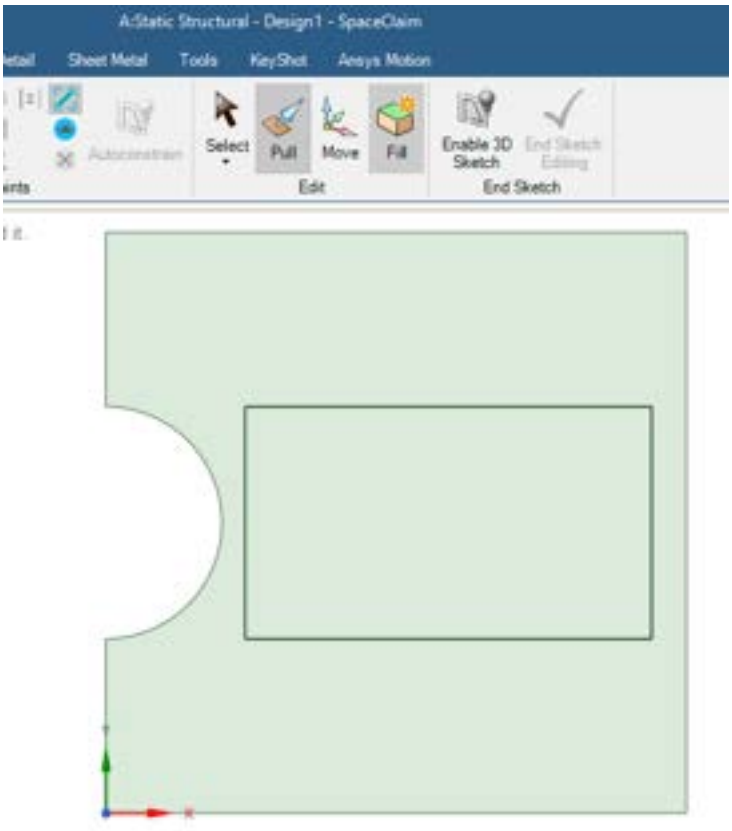


Stworzenie powierzchni na bazie prostokątnego otworu. W tym celu należy zaznaczyć krawędzie otworu, skopiować Crtl+C i wkleić CTRL+V.



Należy następnie zaznaczyć nowo stworzone linie i wypełnić je operacją Fill





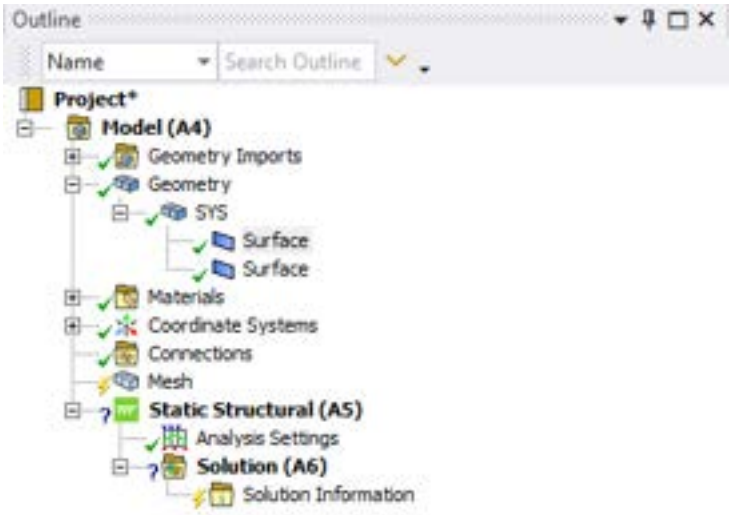
Połączenie powstałych powierzchni operacją Share z zakładki Workbench.

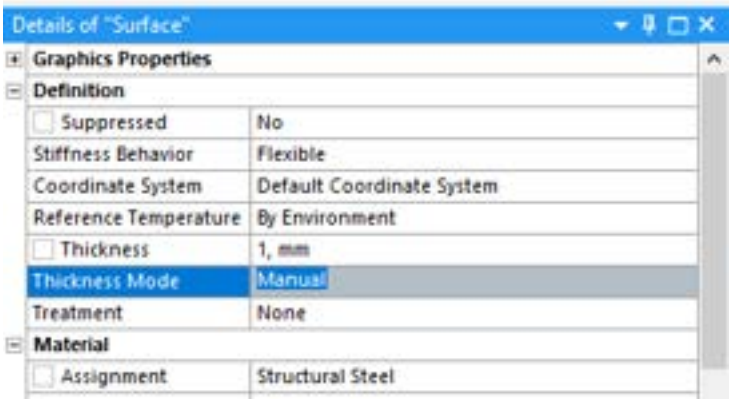


Zamknięcie SpaceClaima i ustaienie typu analizy na dwuwymiarową (2D)



Otwarcie modułu Mechanical. Ustawienie grubości obydwu na 1[mm].

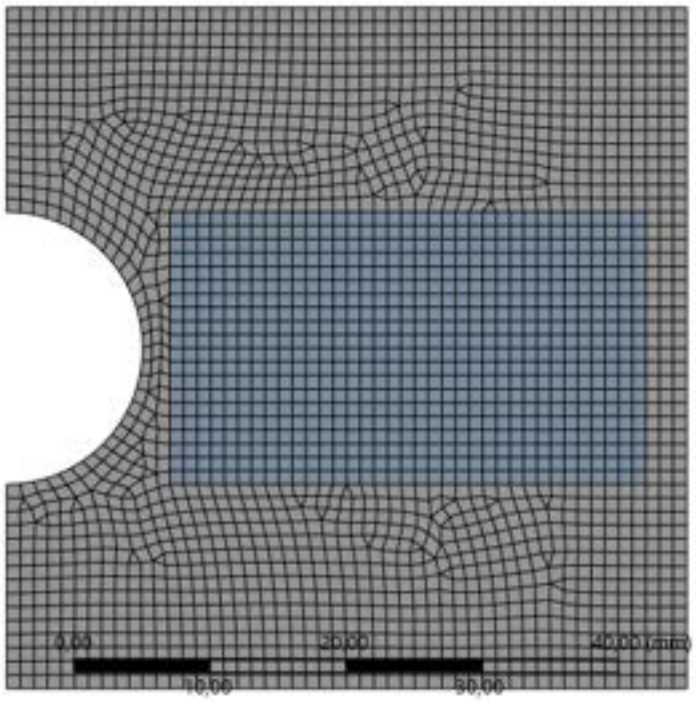




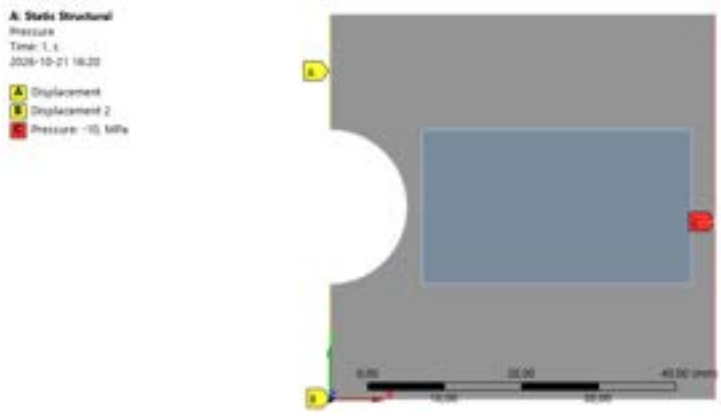
Ustawienie rozmiaru elementu na 2[mm] i stworzenie siatki.

Details of "Mesh"

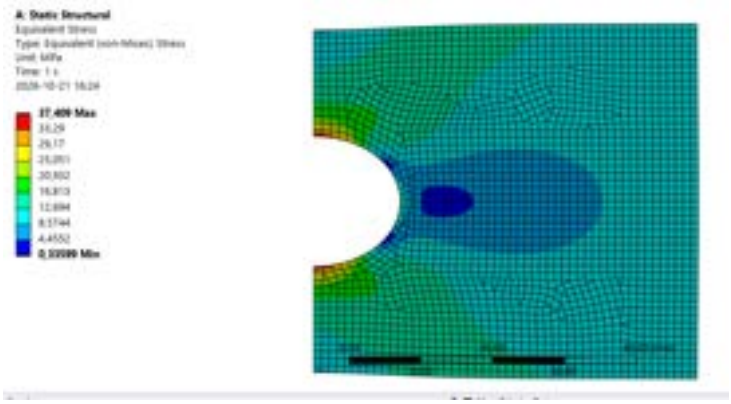
Display	
Display Style	Use Geometry Setting
Defaults	
Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
Element Size	2, mm
Sizing	
Quality	
Inflation	
Batch Connections	
Advanced	
Statistics	



Zadanie warunków brzegowych i obciążenia: na lewej krawędzi odebranie swobody przmieszczeń poziomych UX, w lewym dolnym rogu odebranie swobody przmieszczeń pionowych UY, na prawej krawędzi zadanie ciśnienia -10[MPa].

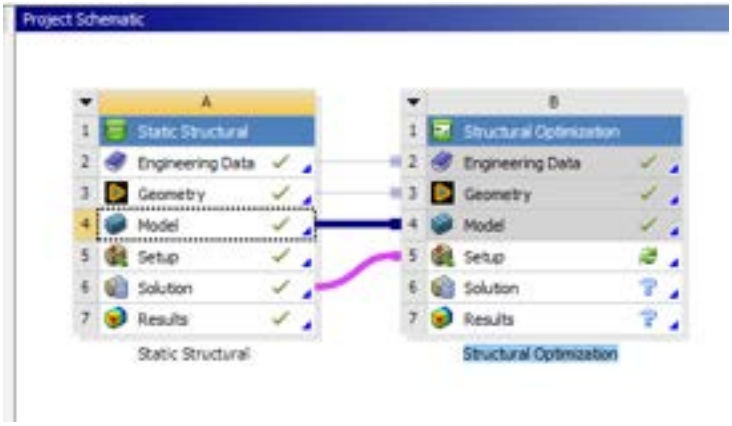


Wykonanie obliczeń i odczyt maksymalnych naprężeń zredukowanych.

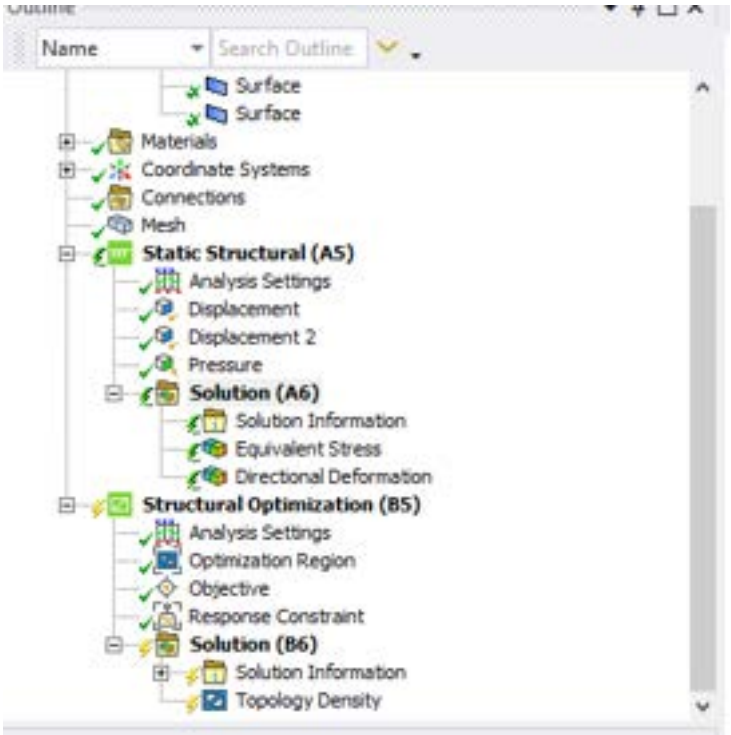


2.2 Optymalizacja

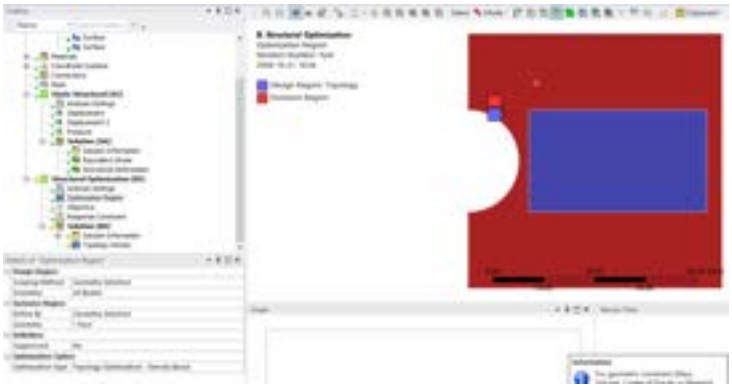
Dodanie bloku Structural Optimization przez opuszczenie go na pole Solution bloku Static Structural.



Przejście do Setup nowododanego bloku i uruchomienie obliczeń statycznych.



Wybór obszaru wyłączonego z optymalizacji.

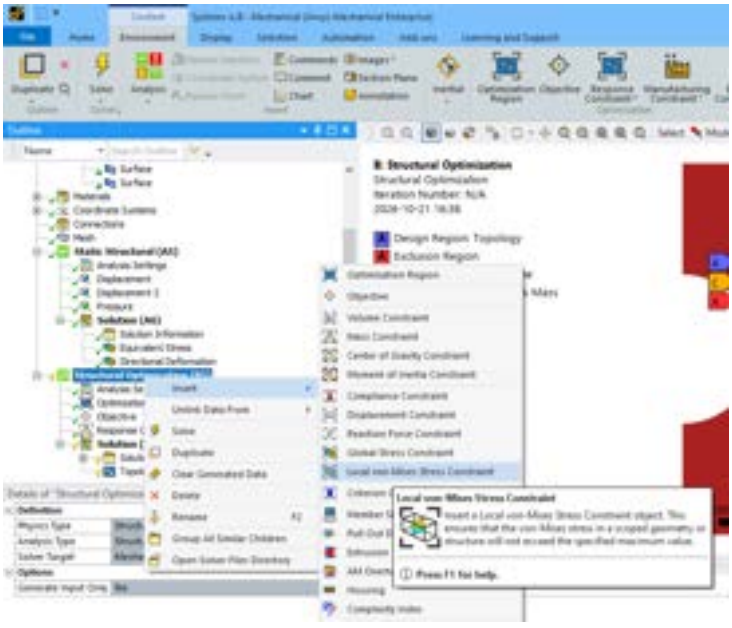


Ustalenie celu optymalizacji (Objective) jako minimalizacja naprężeń zreukowanych.



Program usuwając materiał będzie dążył do minimalizacji naprężeń w modyfikowanym obszarze.

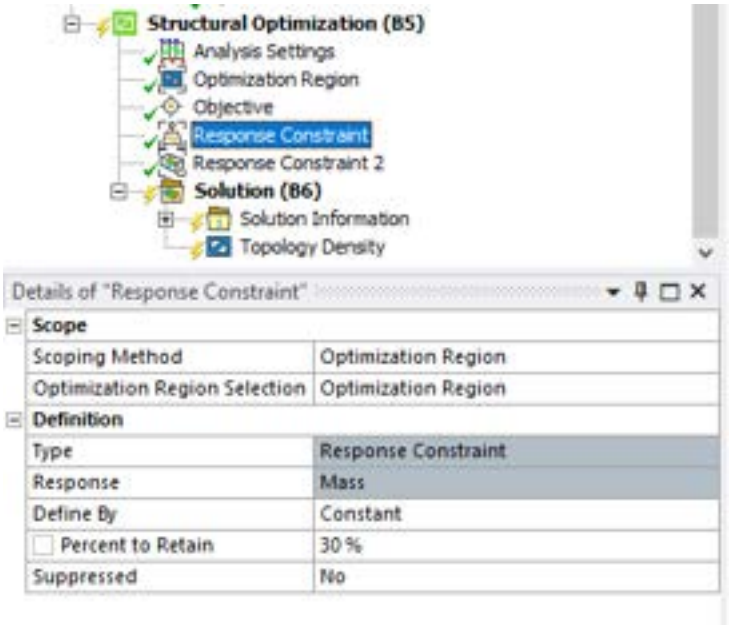
Wprowadzenie dodatkowych ograniczeń na wartość naprężeń zredukowanych w obszarze nie podlegającym modyfikacji - ich maksimum to 30[MPa].



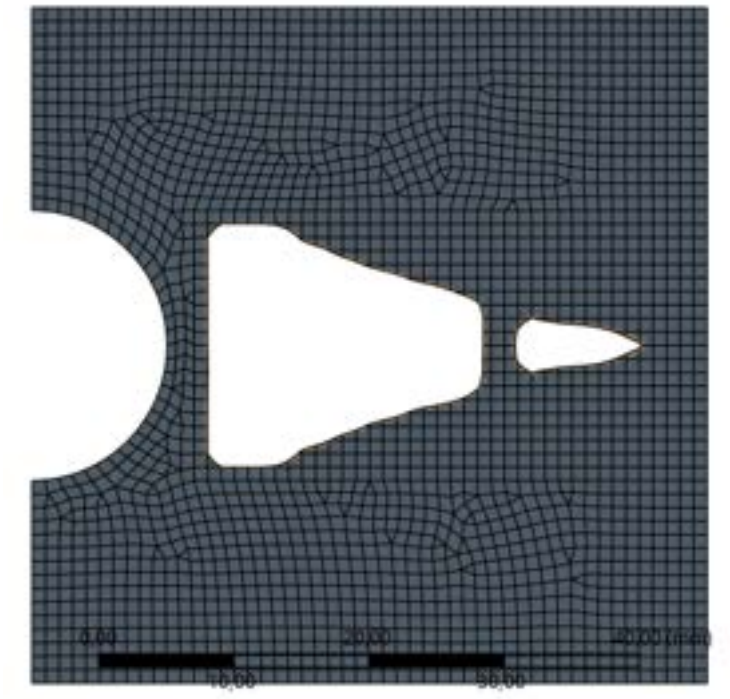
Details of "Response Constraint 2"

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Definition	
Type	Response Constraint
Response	Local von-Mises Stress
Maximum	30, MPa
Environment Selection	All Static Structural
Suppressed	No

Ustalenie poziomu redukcji ilości materiału np. na 30%.

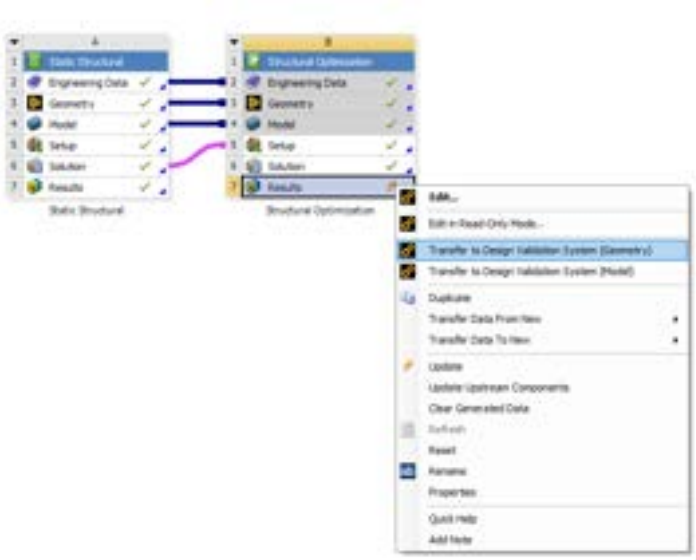


Wykonanie obliczeń optymaliazacyjnych.



2.3 Walidacja

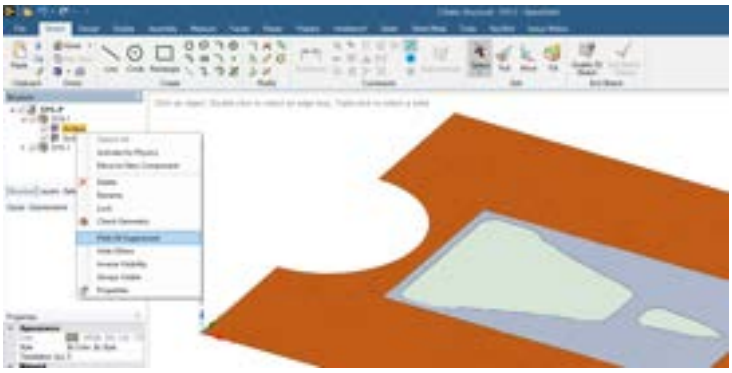
Przeniesienie wyników optymalizacji do nowej analizy strukturalnej.



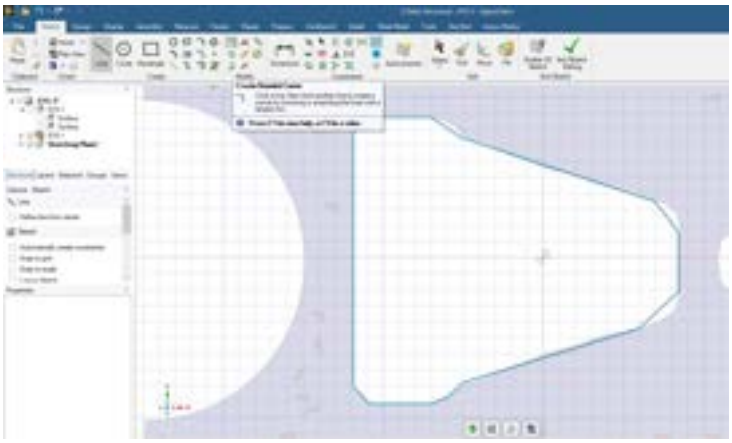
Do nowej analizy przenoszona jest pierwotna geometria oraz wynik optymalizacji topologicznej. Niestety nie jest on w postaci jednej powierzchni, ale składa się z wielu trójkątów i program może mieć problem z wygenerowaniem siatki na takim obiekcie. Najprostszą metodą obejścia tego wyzwania jest stworzenie nowej geometrii na bazie tej zoptymalizowanej. Wymaga to edycji w SpaceClaimie:

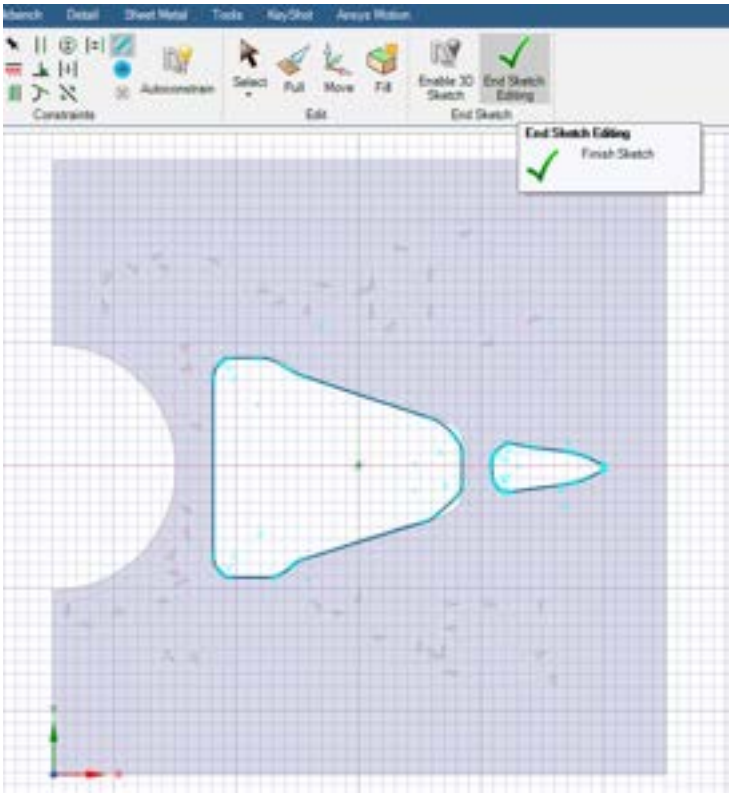


Pierwszy krok to ukrycie pierwotnej geometrii z wykorzystaniem opcji Suppress for Physics i Hide All Suppressed.

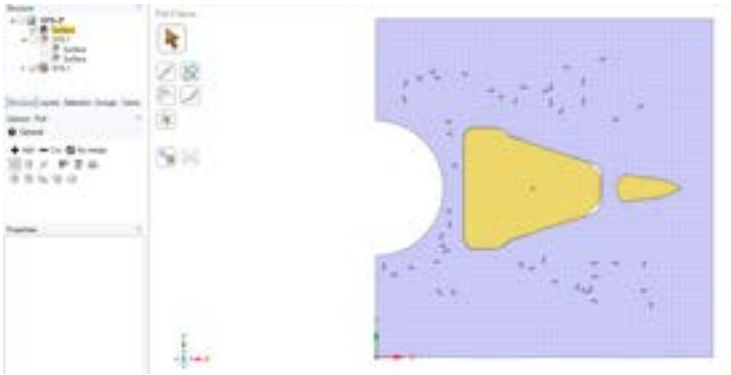


Następnie konieczne jest otwarcie szkicu (np. klawisz K) i ustawienie płaszczyzny istniejącej powierzchni jako roboczej. Powstałe w tarczy otwory obrysowujemy wykorzystując linie, splajny, zaokrąglenia itp.

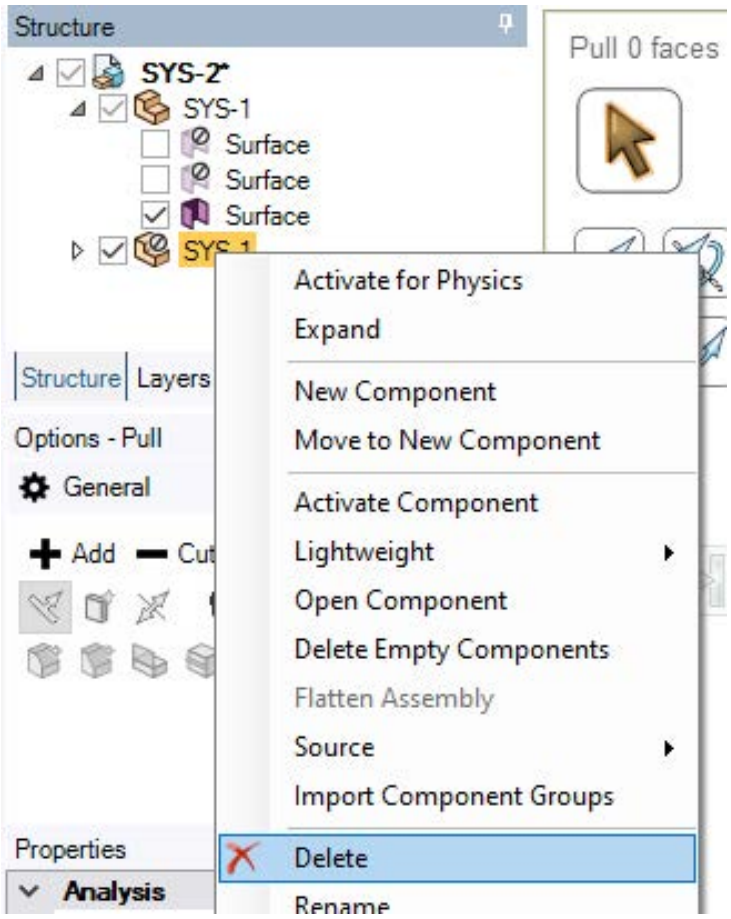




Wyjście ze szkicu stworzy powierzchnie o kształcie otworów powstałych w wyniku optymalizacji.



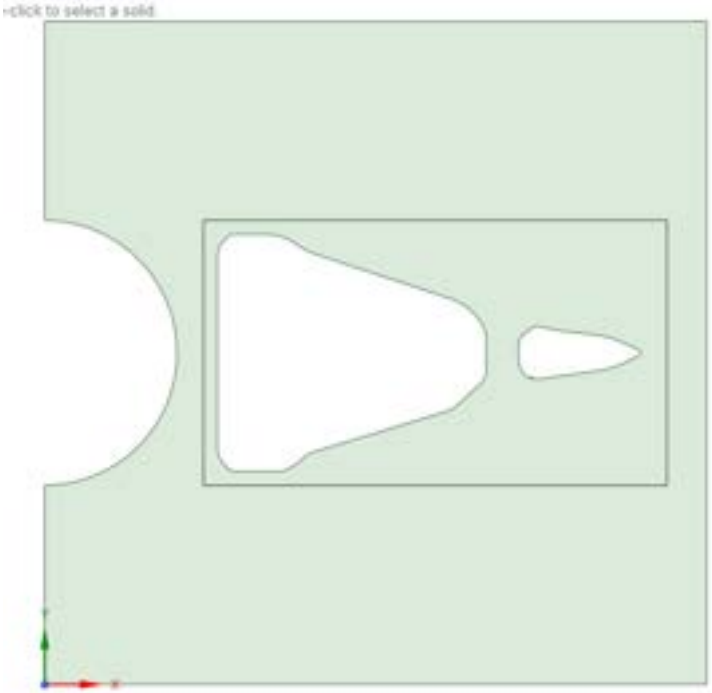
Usunięcie nowej geometrii zaimportowanej z modułu optymalizacji.



Przywrócenie pierwotnej geometrii (Activate for Physics) i odjęcie od niej nowostworzonych kształtów opracją Combine i narzędziem Cutter

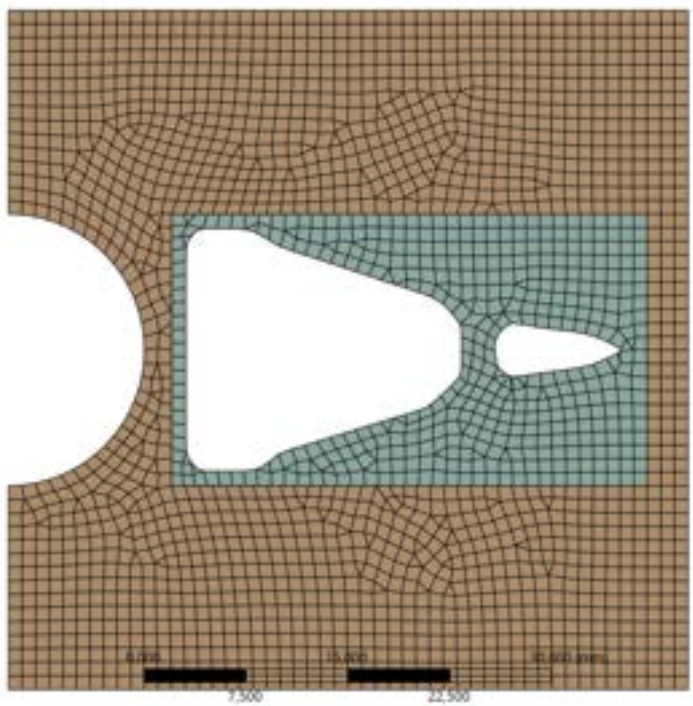


Po wykonaniu tych operacji powierchnie "otworów"należy skasować.

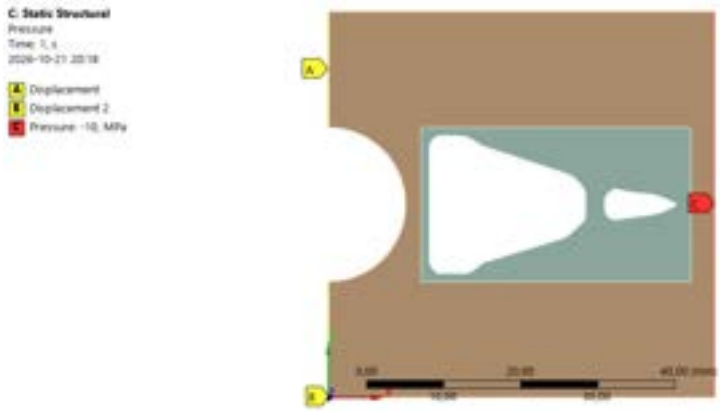


Kolejny ruch to zamkniecie edytora geometrii i otwarcie modułu analizy.

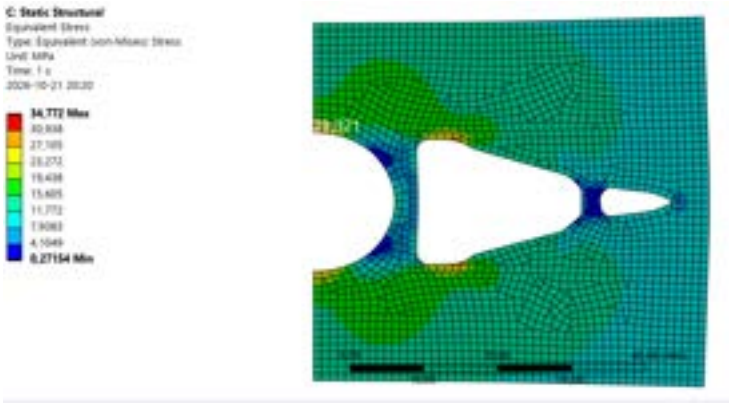
W module trzeba nadać ustawienia powierzchni (grubość i materiał) i wygenerować siatkę elementów skończonych.



Należy wprowadzić warunki brzegowe i obciążenia. UWAGA! Mogą one zostać przeniesione z wcześniejszych bloków. W takiej sytuacji wystarczy je zaakceptować.



Przeprowadzenie obliczeń daje rozkłady naprężeń w zoptymalizowanym obiekcie.



2.4 Zadania do wykonania

1. Obliczenia dla pierwotnej geometrii, stworzenie mapy naprężeń i odczyt wartości maksymlanych w karbach.

2. Przeprowadzenie zadania optymalizacji dla parametrów jak w instrukcji i jego walidacja (rozkłady naprężeń, wartości maksymlane w karbach).

3. Przeprowadzenie zadania optymalizacji dla innego procenta redukcji materiału i jego walidacja.

4. Przeprowadzenie zadania optymalizacji dla innej funkcji celu (Objective, np. podatność) i jego walidacja.