MES – (Transient Response) metody jawne

Metody jawne (*Explicit time integration*) – warunkowo stabilne (kryterium CFL !!)
- central difference method
- LS-Dyna, Dytran, PAM-crash, Abaqus Explicit

W chwili t:

$$ {}^{t}\ddot{U} = \frac{1}{\Delta t^2}\left({}^{t-\Delta t}U - 2\,{}^{t}U + {}^{t+\Delta t}U\right) $$

$$ {}^{t}\dot{U} = \frac{1}{2\Delta t}\left(-{}^{t-\Delta t}U + {}^{t+\Delta t}U\right) $$

$$ M\,{}^{t}\ddot{U} + C\,{}^{t}\dot{U} + K\,{}^{t}U = {}^{t}R $$

Co po podstawieniu pozwala wyznaczyć następną chwilę w zależności TYLKO od poprzednich

$$ \left(\frac{1}{\Delta t^2}M + \frac{1}{2\Delta t}C\right){}^{t+\Delta t}U = {}^{t}R - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2}M\right){}^{t}U - \left(\frac{1}{\Delta t^2}M - \frac{1}{2\Delta t}C\right){}^{t-\Delta t}U $$

Metoda jawnego całkowania

W literaturze stosowane są dwie odmienne definicje określenia „metoda jawnego całkowania". W niniejszej pracy przyjęto za Kleiberem [113] i Belytschko [15], że jawność oznacza możliwość bezpośredniego obliczenia wektora przemieszczeń w chwili $t+\Delta t$ na podstawie znajomości przemieszczeń w chwili t oraz poprzednich. Może to w niektórych przypadkach oznaczać konieczność faktoryzacji efektywnej macierzy sztywności.

Niektórzy autorzy, np. Hughes [104], p. 493, stwierdzają natomiast wyraźnie, że metoda różnic centralnych jest jawna jedynie w przypadku, gdy macierze masowa i tłumienia mają formę diagonalną.

Kryterium stabilności CFL

Dla utrzymania stabilności obliczeń krok całkowania po czasie musi być mniejszy od pewnego krytycznego kroku czasowego Δt^L_{cr} , zależnego od właściwości całego układu. Warunek ten nosi nazwę kryterium Couranta (lub Couranta – Friedrichsa - Lewy'ego, CFL):

$$\Delta t^L_{cr} = \frac{T_{min}}{\pi} = \frac{2}{\omega_{max}}$$

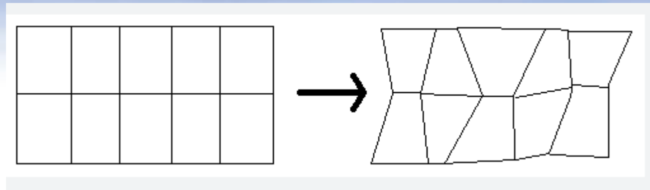
gdzie okres T_{min} i częstość ω_{max} dotyczą najwyższej wartości własnej układu, a górny indeks *L* w oznaczeniu kroku czasowego informuje, że wielkość kroku wynika z rozmiarów siatki Lagrange'a.

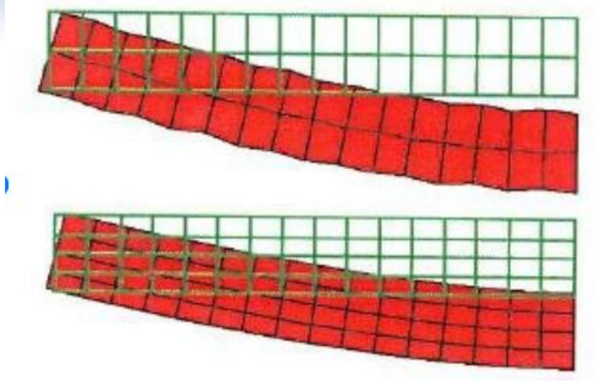
W przypadku występowania w zadaniu elementów typu Eulerowskiego zostaje uwzględniony także graniczny krok czasowy dla elementów domeny Eulera:

$$\Delta t^E_{cr} = \frac{\Delta x}{c}$$

gdzie Δx oznacza charakterystyczny wymiar elementu siatki Eulera, natomiast c jest lokalną prędkością dźwięku w elemencie (w ośrodku płynowym).

Specyfika modeli MES w Explicit





Kombinacja szczególnych rozwiązań w zadaniu dynamicznym:

1. **Warunkowa stabilność metody Explicit (CFL) –**
   zatem stosujemy BARDZO mały krok całkowania po czasie
2. **Ogromna liczba kroków wymusza zastosowanie do KRÓTKICH zjawisk (milisekundy)**
3. **Przyspieszenie obliczeń zmusza do stosowania BARDZO uproszczonych elementów**
4. **Proste elementy wymuszają bardzo drobną siatkę podziału (co z kolei ułatwia lokalne efekty nieliniowe)**
5. **Proste elementy wymuszają ZREDUKOWANE całkowanie (mało dokładne)**
6. **Takie całkowanie daje model podatny na "hourglassing" (tzw. klepsydrowanie, zob. rysunki) – zatem trzeba stosować kilka warstw elementów**
7. **Krótkotrwałe zjawiska upoważniają do zaniedbania tłumienia**
8. **Z drugiej stronu – sformułowanie Explicit „rozprzęga" układ równań – jest zatem „zestaw równań" a nie „układ równań" – NIE MA odwracania macierzy**

ZASTOSOWANIA: zderzenia, wybuchy, pociski przebijające osłony balistyczne, obliczenia siedzeń i manekinów (także „skrzynka piwa")