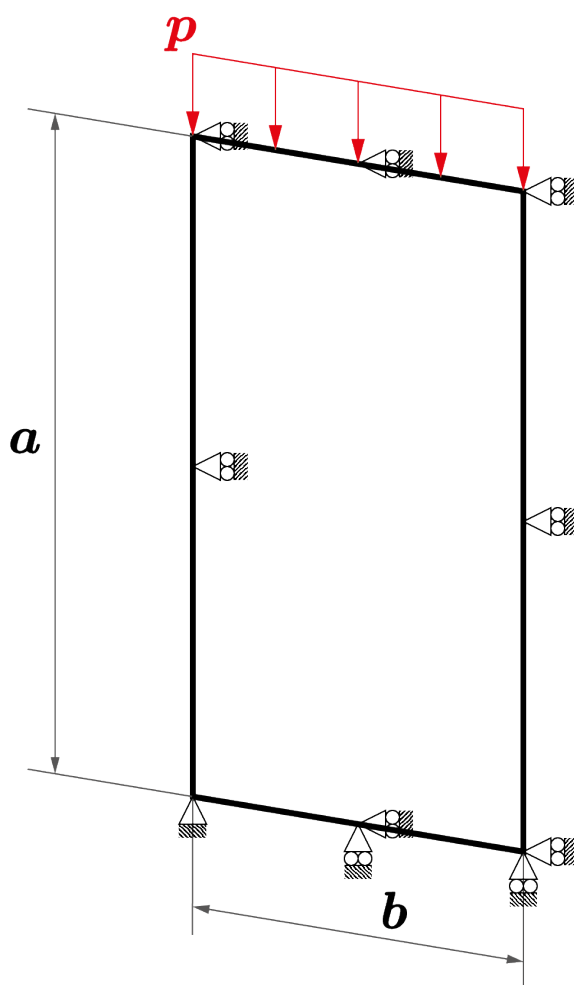


ZMMiK Laboratorium 1 - analiza wyboczenia płaskiej płyty

1 Cel laboratorium

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest przeprowadzenie analizy wyboczeniowej płyty przedstawionej na rysunku 1 oraz porównanie wyników numerycznych z rozwiązaniem analitycznym. Wymiary i parametry materiałowe płyty są następujące

- $a = 600 \text{ mm}$, $b = 200 \text{ mm}$, $t = 5 \text{ mm}$,
- $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$,
- $p = 100 \text{ N/mm}$.

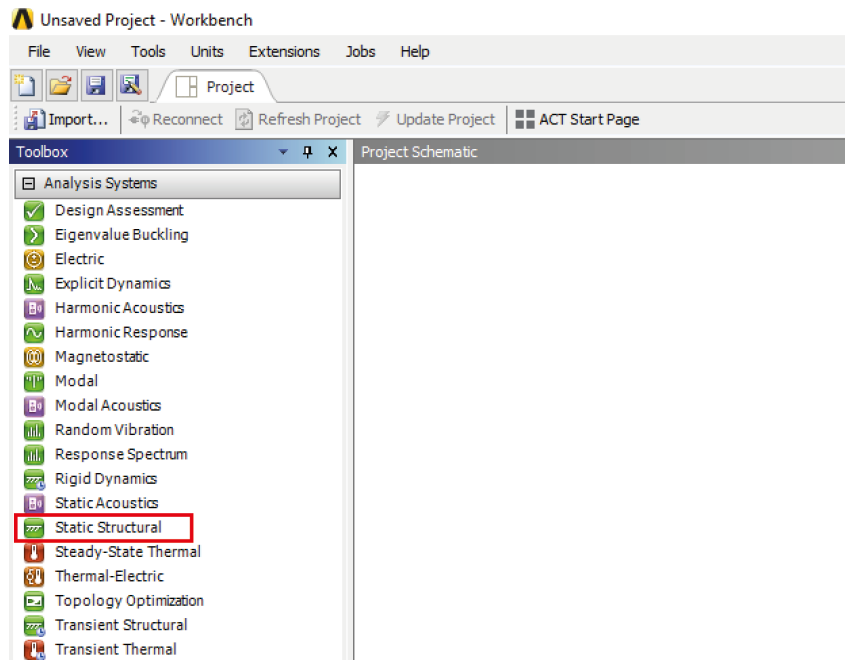


Rysunek 1: Modelowana geometria.

2 Przebieg analizy

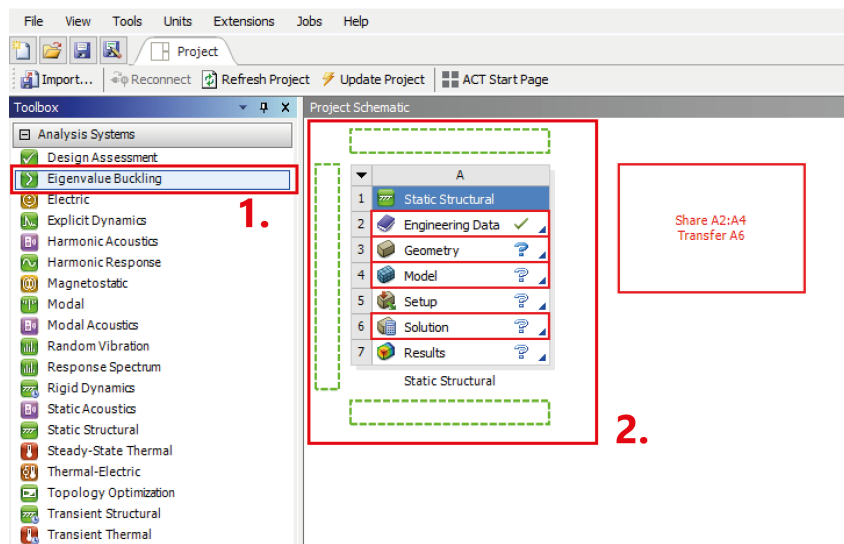
2.1 Ustawienia projektu

1. W nowym projekcie zaczynamy od wybrania modułu *Static Structural* - Rysunek 2.

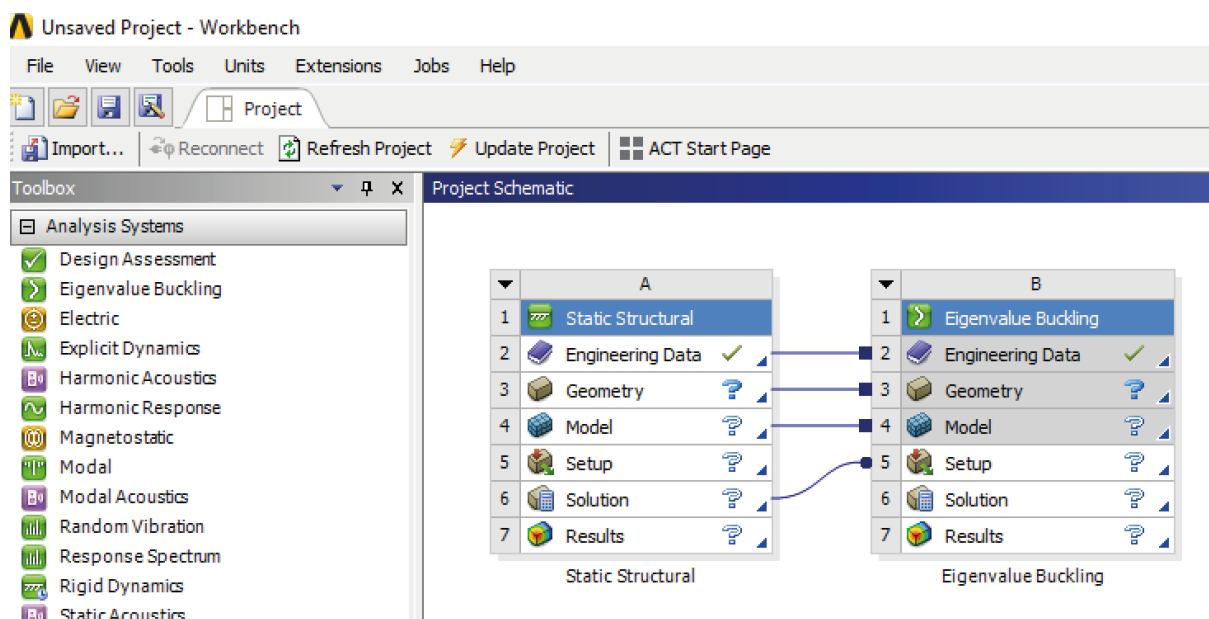


Rysunek 2: Wybór modułu *Static Structural*.

2. Następnie należy dołożyć moduł *Eigenvalue Buckling* - **1.** W trakcie przeciągania modułu należy „nałożyć” go na moduł *Static Structural* - **2.**, Rysunek 3. Połączenia między modułami powinny wyglądać jak na rysunku 4.



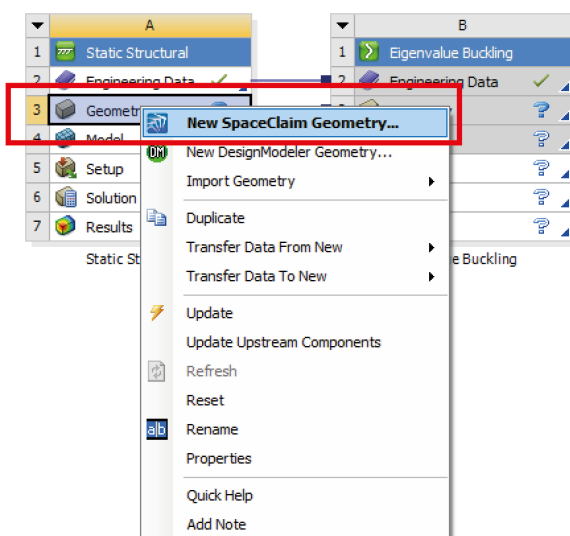
Rysunek 3: Wybór modułu *Eigenvalue Buckling*.



Rysunek 4: Poprawne połączenie modułów.

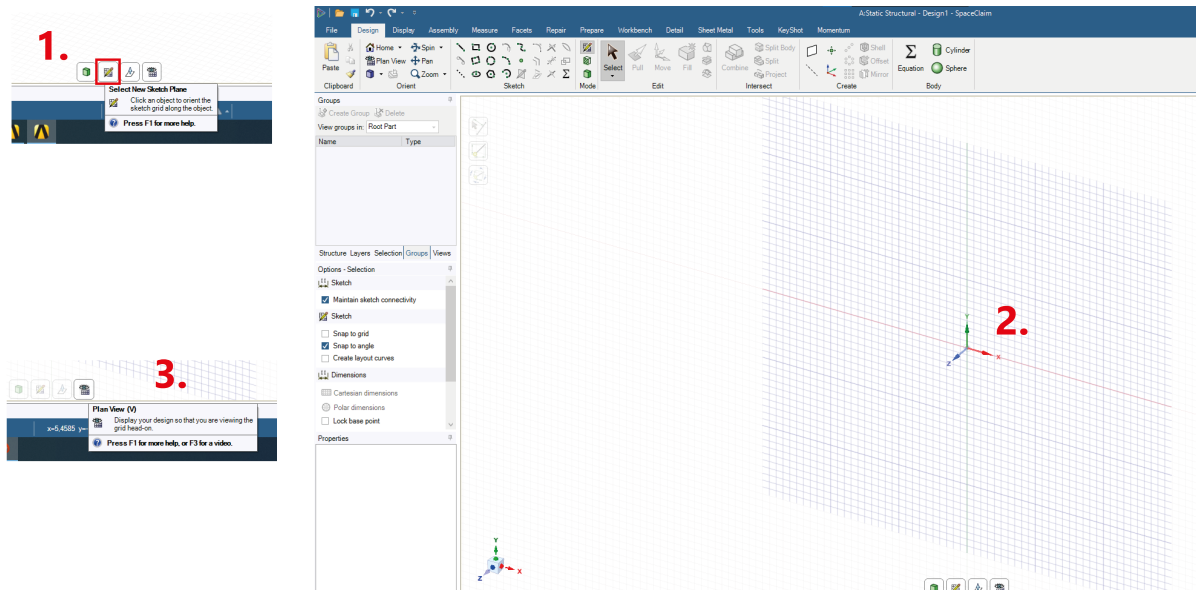
2.2 Geometria

1. Wybór programu do przygotowania geometrii: PPM na element *Geometry* → *New SpaceClaim Geometry* - Rysunek 5.



Rysunek 5: Wybór programu do przygotowania geometrii.

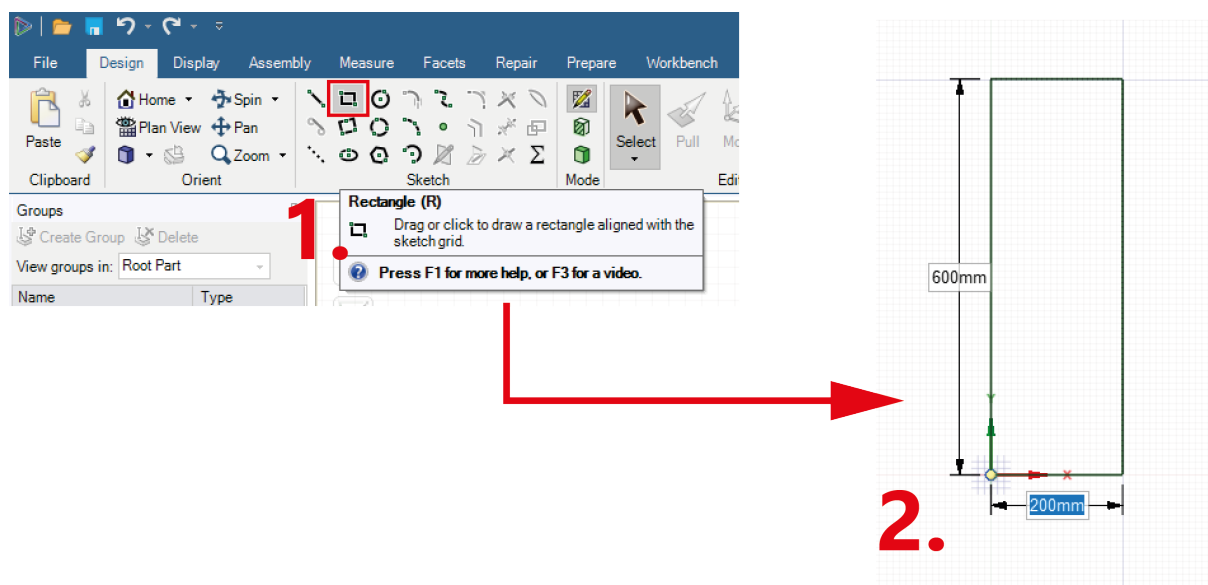
2. Wybór nowego szkicu - Rysunek 6: **1**.
3. Wybranie płaszczyzny nowego szkicu, w tym przypadku płaszczyzna *XY* - Rysunek 6: **2**.
4. Wybór widoku na szkic - Rysunek 6: **3**.



Rysunek 6: Przygotowanie szkicu.

5. Narysowanie prostokąta - Rysunek 7: **1.**

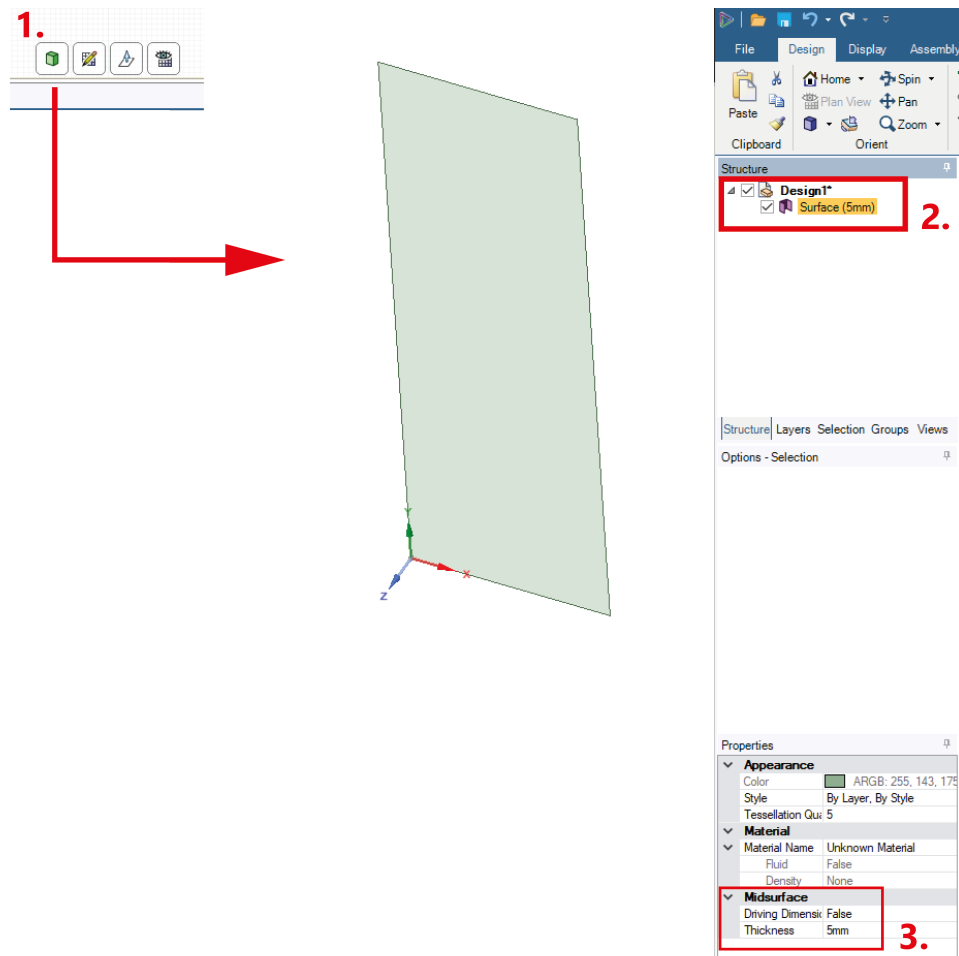
6. Przypisanie odpowiednich wymiarów, przełączanie między wymiarami przy pomocy klawisza *Tab* - Rysunek 7: **2.**



Rysunek 7: Przygotowanie geometrii.

7. Wyjście ze szkicownika powoduje powstanie modelu powierzchniowego - Rysunek 8: **1.**

8. Nadanie grubości płaskiemu modelowi: zaznaczenie elementu - Rysunek 8: **2.**, przypisanie grubości - Rysunek 8: **3.**

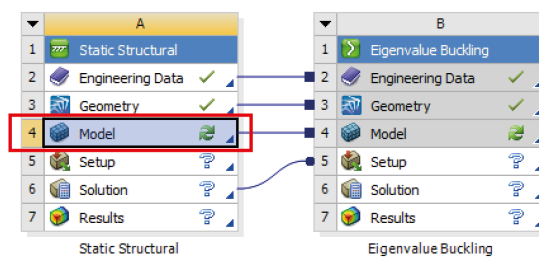


Rysunek 8: Utworzenie modelu powierzchniowego oraz nadanie grubości.

9. Proces przygotowania geometrii kończymy wychodząc z programu.

2.3 Siatka elementów skończonych

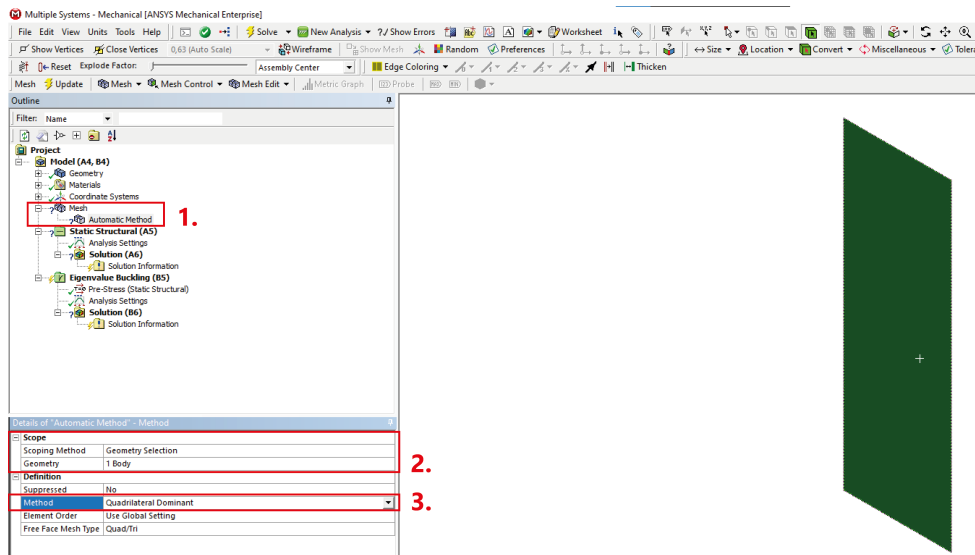
1. Przejście do programu *Ansys Mechanical*: należy otworzyć element *Model* - Rysunek 9.



Rysunek 9: Przejście do programu *Ansys Mechanical*.

2. Przygotowanie siatki elementów skończonych - wybranie kształtu elementów Rysunek 10:

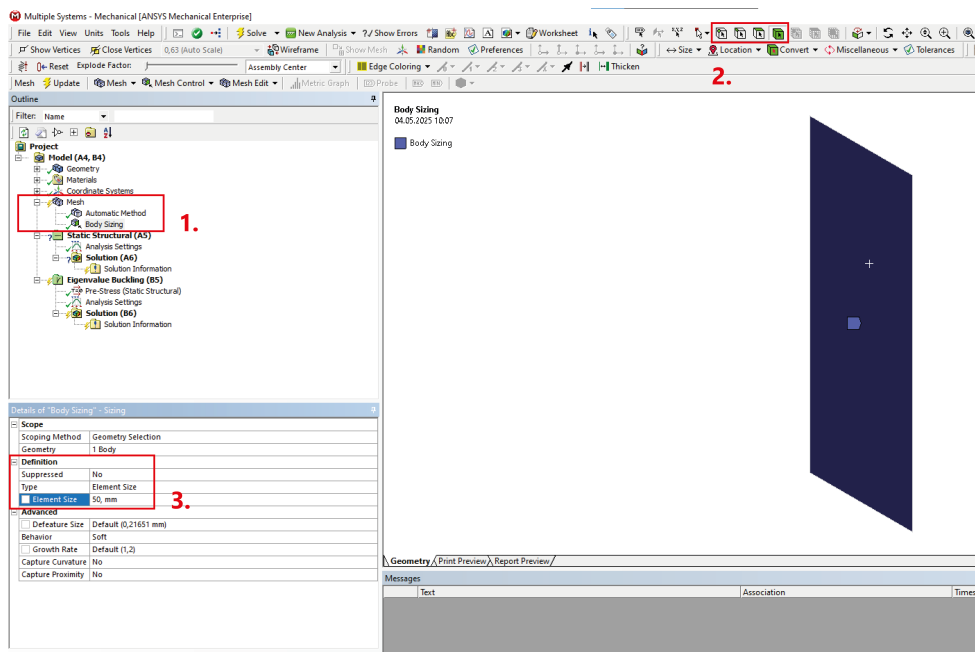
- PPM na *Mesh* → *Method* - Rysunek 10: **1.**
- Zaznaczenie geometrii płyty - Rysunek 10: **2.**
- Zaznaczenie *Quadrilateral Dominant* - Rysunek 10: **3.**



Rysunek 10: Wybranie kształtu elementów.

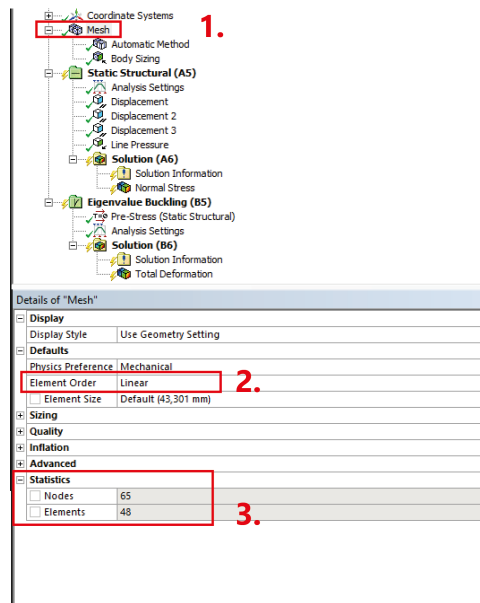
3. Przygotowanie siatki elementów skończonych - wybranie wielkości elementów:

- PPM na *Mesh* → *Body Sizing* - Rysunek 11: 1.
- wybranie zaznaczenia całego modelu i przypisanie go w *Scope:Geometry* - Rysunek 11: 2.
- Wpisanie w *Element Size* 50 mm - Rysunek 11: 3.



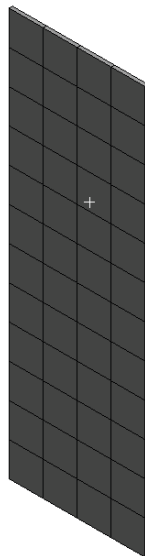
Rysunek 11: Przygotowanie parametrów siatki.

4. Przygotowanie siatki elementów skończonych - wybranie rzędu elementów: w opcjach elementu *Mesh* zaznaczyć *Element Order* → *Linear* - Rysunek 12 2. Poniżej znajdują się statystyki siatki - 3.



Rysunek 12: Wybór liniowych elementów.

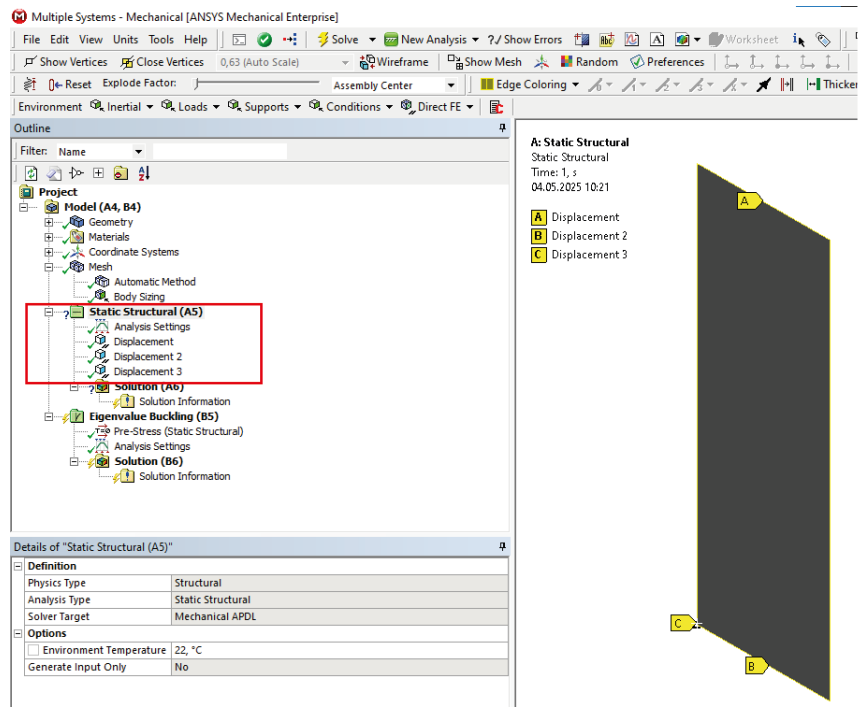
5. Utworzenie siatki elementów skończonych: PPM na *Mesh* → *Generate Mesh*. Efektem końcowym jest siatka jak na Rysunku 13



Rysunek 13: Siatka elementów skończonych.

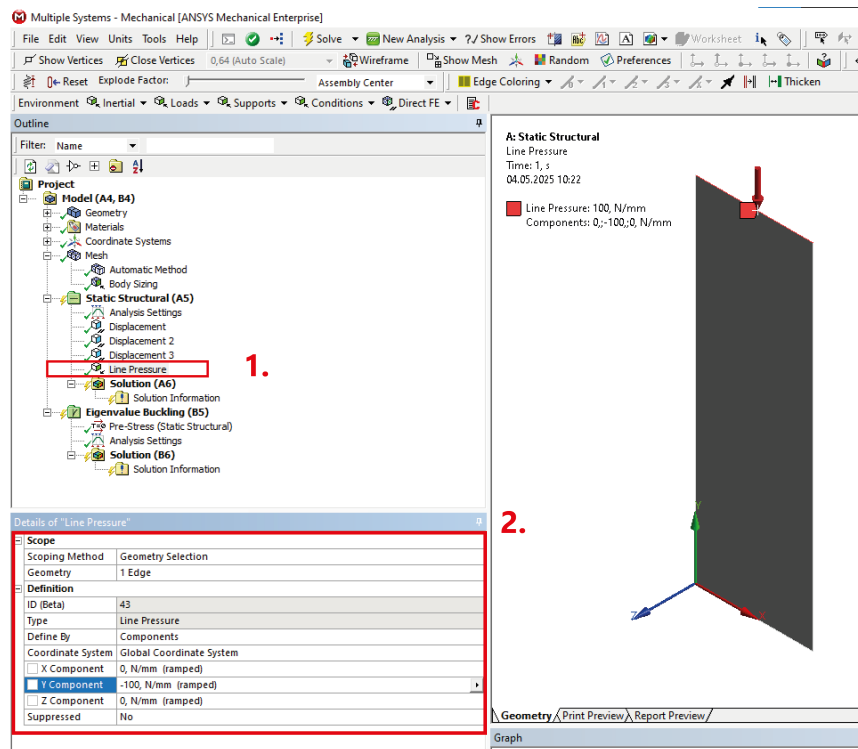
2.4 Warunki brzegowe

- Przypisanie warunków związanych z przemieszczeniem: PPM na *Static Structural* → *Displacement* - Rysunek 14
 - Warunek A: 4 krawędzie - przemieszczenie na kierunku $Z = 0$, reszta *Free*
 - Warunek B: jedna krawędź na dole - przemieszczenie na kierunku $Y = 0$, reszta *Free*,
 - Warunek C: jeden punkt - przemieszczenie na kierunku $X = 0$, reszta *Free*.



Rysunek 14: Warunki brzegowe związane z przemieszczeniem.

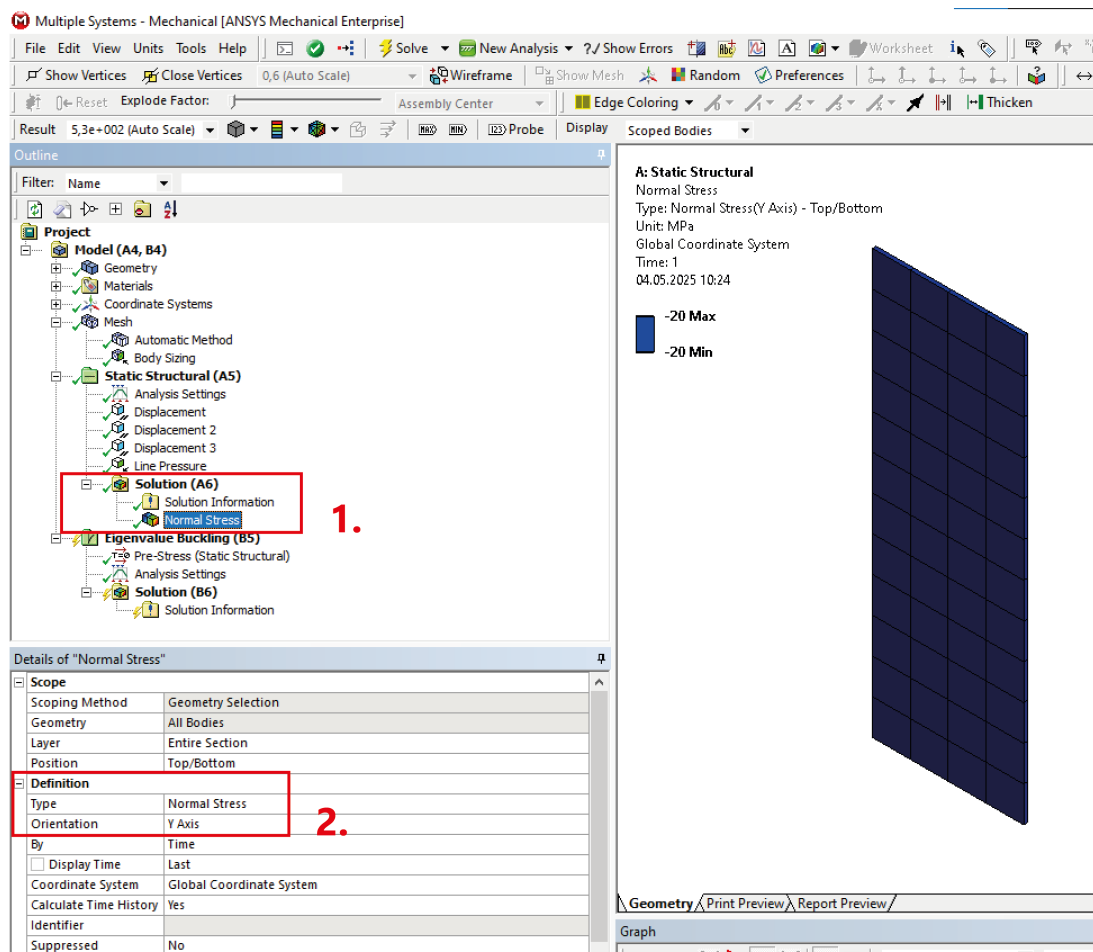
2. Przypisanie warunku związanego z obciążeniem tarczy: PPM na *Static Structural* → *Line Pressure*
- Rysunek 15: 1. Wybór górnej krawędzi, oraz zdefiniowanie obciążenia poprzez składowe: Rysunek 15: 2.



Rysunek 15: Przypisanie obciążenia tarczy.

2.5 Obliczenia statyczne

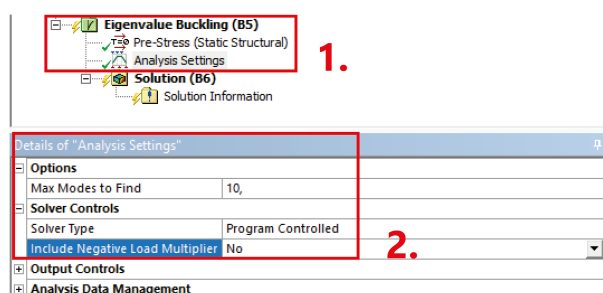
1. Rozwiązanie zadania statycznego: PPM na *Solution A6* → *Solve*
2. Prezentacja wyników Rysunek 16:
 - PPM na *Solution* → *Stress* → *Normal* - Rysunek 16: **1.**
 - Zmiana składowej na *Y* - Rysunek 16: **2.**
 - PPM na *Solution* → *Evaluate all results*



Rysunek 16: Przedstawienie naprężeń.

2.6 Obliczenia wyboczenia

1. Ustawienie parametrów analizy wyboczeniowej - Rysunek 17: **1.** Wybranie 10 pierwszych postaci wyboczenia oraz ograniczenie tylko do dodatnich współczynników - Rysunek 17: **2.**

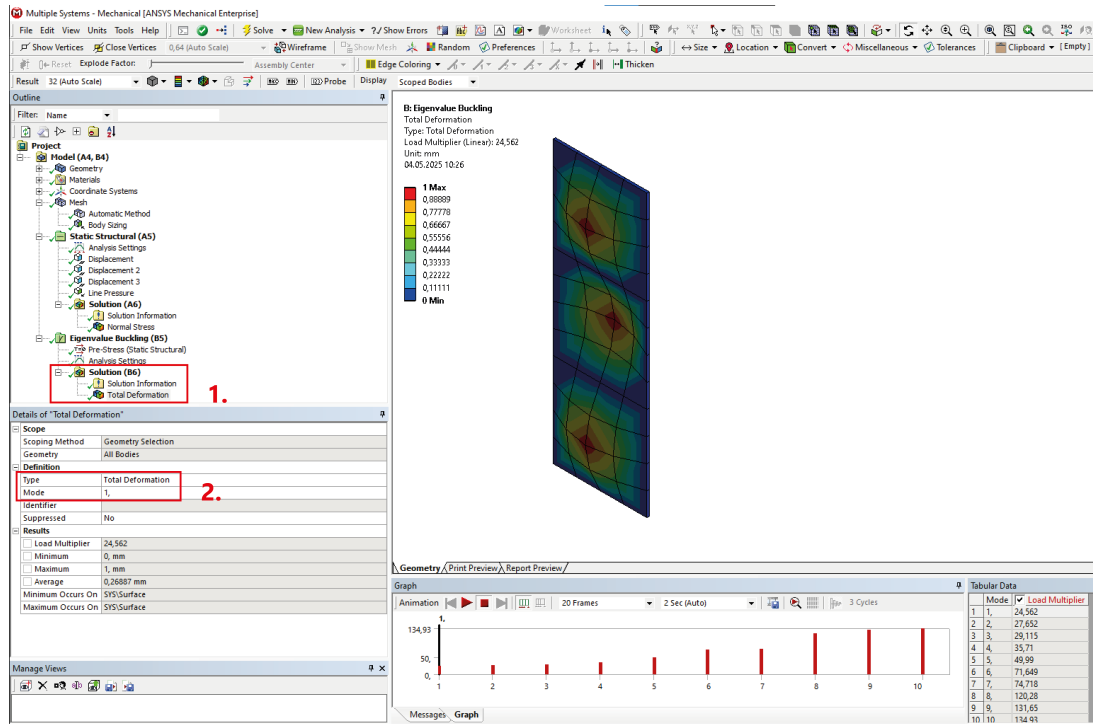


Rysunek 17: Ustawienia analizy.

2. Rozwiązanie zadania: PPM na *Solution B6* → *Solve*.

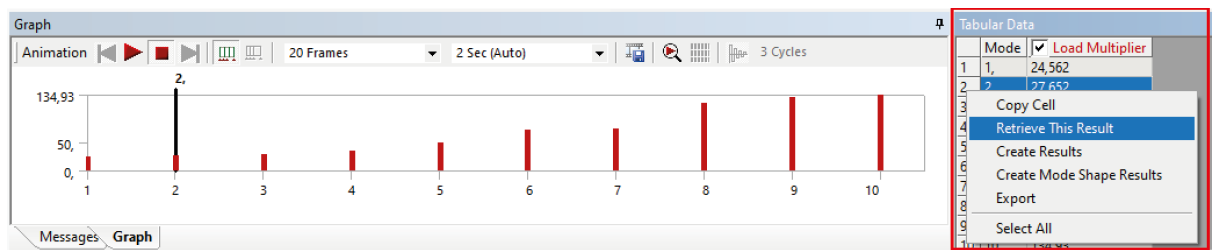
3. Przedstawienie deformacji: Rysunek 18:

- PPM na *Solution* → *Deformation* → *Total*
- PPM na *Solution* → *Evaluate all results* - Rysunek 18: **1.**
- Kolejne postaci wyboczenia można zmieniać w *Mode* - Rysunek 18: **2.**



Rysunek 18: Prezentacja postaci wyboczenia.

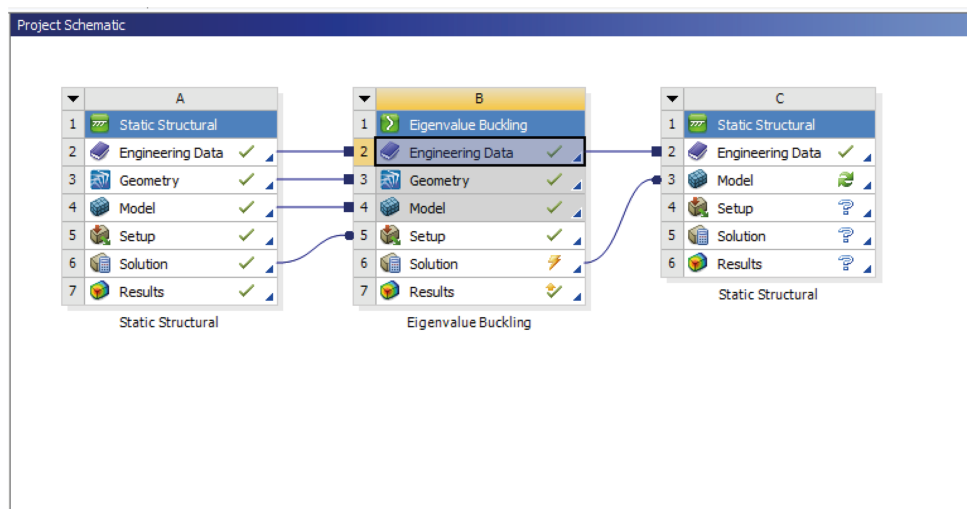
4. Postaci można też zmieniać z poziomu wykresu mnożnika obciążenia: Rysunek 19.



Rysunek 19: Postaci wyboczenia.

2.7 Praca zakrytyczna

1. Aby przeprowadzić analizę pracy zakrytyczną należy dodać nowy moduł *Static Structural* i połączyć go z modulem *Eigenvalue Buckling* tak, jak pokazano na Rysunku 20.



Rysunek 20: Schemat projektu.

2. We właściwościach bloku *Solution* znajdującego się w module *Eigenvalue Buckling* należy zmienić *Scale Factor* - Rysunek 21.

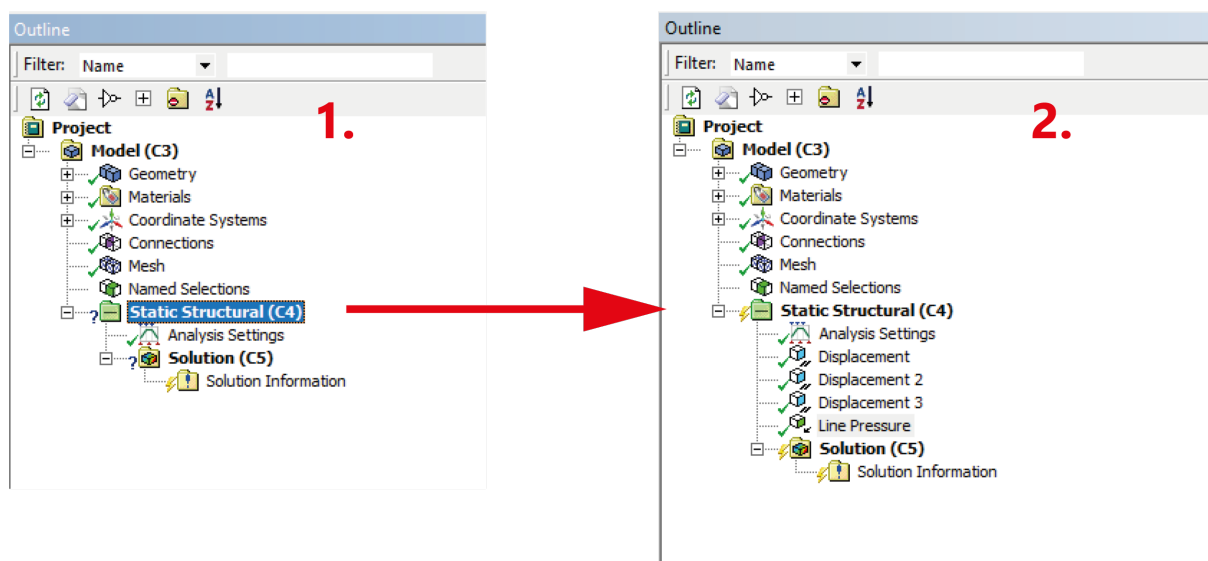
The image shows the 'Properties of Schematic B6: Solution' dialog box. The 'Scale Factor' property is highlighted in red, with a value of 0,0001. The 'Mode' property is also highlighted in red, with a value of 1.

Properties of Schematic B6: Solution	
A	B
Property	Value
General	
Component ID	Solution 1
Directory Name	SYS-1
Update Condition Parameter (Beta)	None
Notes	
Notes	
Used Licenses	
Last Update Used Licenses	ansys
System Information	
Physics	Structural
Analysis	Eigenvalue Buckling
Solver	Mechanical APDL
Solution Process	
Update Option	Use application default
Solve Process Setting	My Computer
Queue	
Update Settings for Static Structural (Component ID: Model 2)	
Process Nodal Components	☒
Nodal Component Key	
Process Element Components	☒
Element Component Key	
Scale Factor	0,0001
Mode	1

Rysunek 21: Wybranie współczynnika przeskalowania wstępnej imperfekcji.

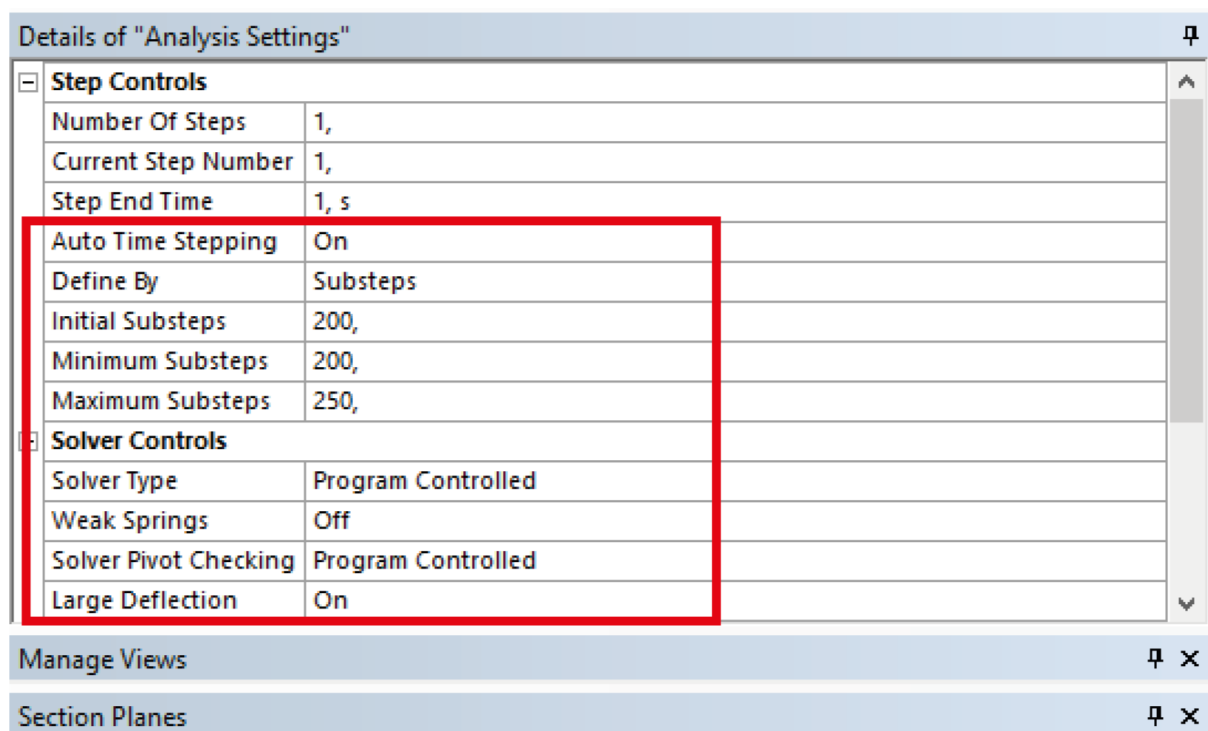
3. PPM na *Solution* w *Eigenvalue Buckling* → *Update*. Po pojawieniu się zielonych checkmarków należy otworzyć *Model* w nowym module.

4. Program zachowuje ustawienia siatki i materiałów Rysunek 22: **1.**, ale należy ponownie nadać warunki podparcia - takie same jak w zadaniu podstawowym (Rozdział 2.4). **Uwaga:** tym razem zadajemy ciśnienie o wartości -2750 N/mm - Rysunek 22: **2.**



Rysunek 22: Wprowadzenie warunków brzegowych w nowej analizie.

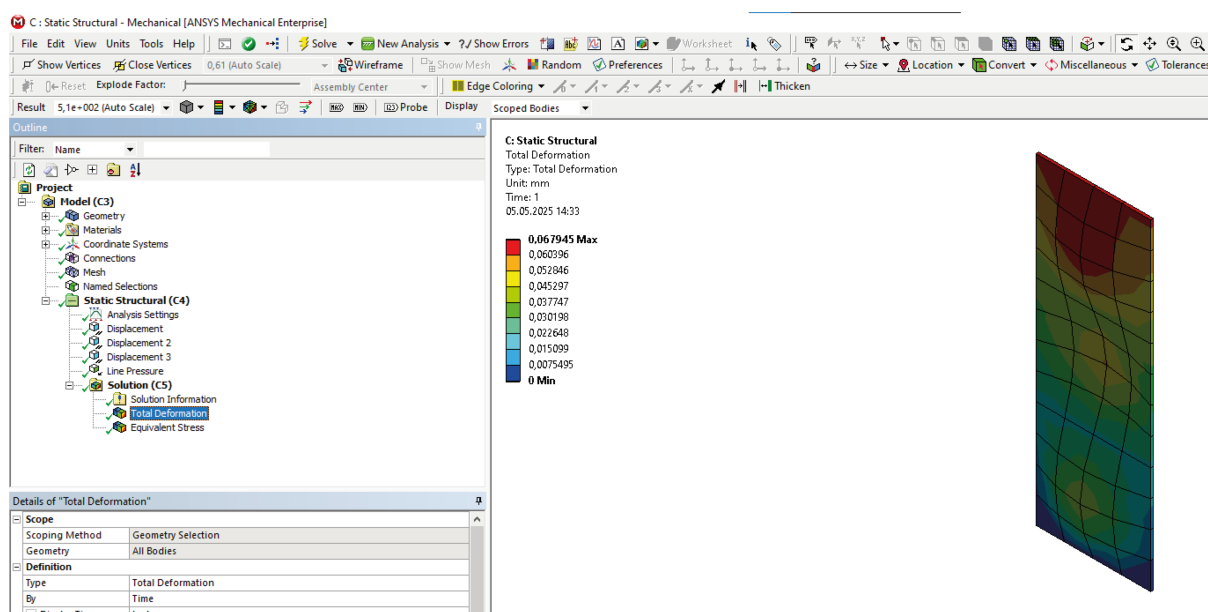
5. Analiza musi zostać przeprowadzona z uwzględnieniem dużych przemieszczeń. Powoduje to wymóg przeprowadzenia analizy w podkrokach. Ustawienia *Analysis Settings* przedstawiono na Rysunku 23. **Uwaga:** dla dokładniejszej siatki można zmniejszyć liczbę podkroków.



Rysunek 23: Ustawienia analizy nieliniowej.

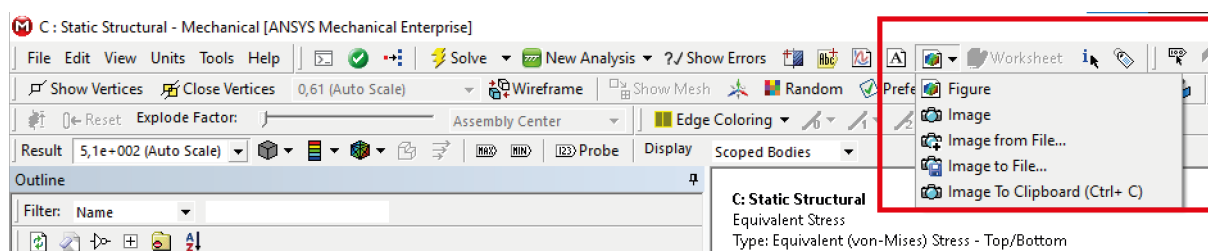
6. Rozwiązanie zadania: PPM na *Solution C5* → *Solve*.

7. Przedstawienie wyników całkowitej deformacji: Rysunek 24.



Rysunek 24: Praca zakrytyczna - przemieszczenia całkowite.

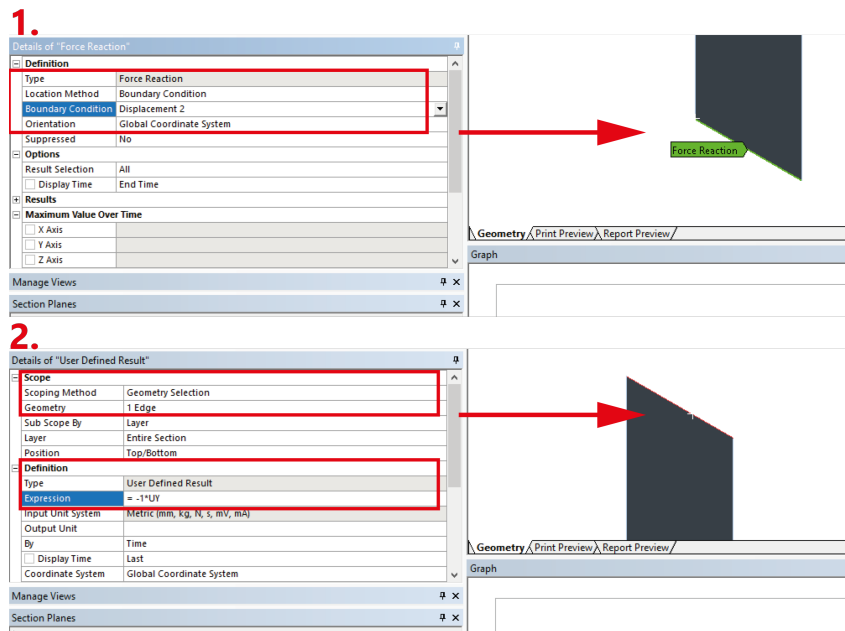
8. Wyniki można zapisywać przy pomocy opcji *Image to File* - Rysunek 25. Uwaga: zapisywany jest obecny widok.



Rysunek 25: Zapisywanie obrazów.

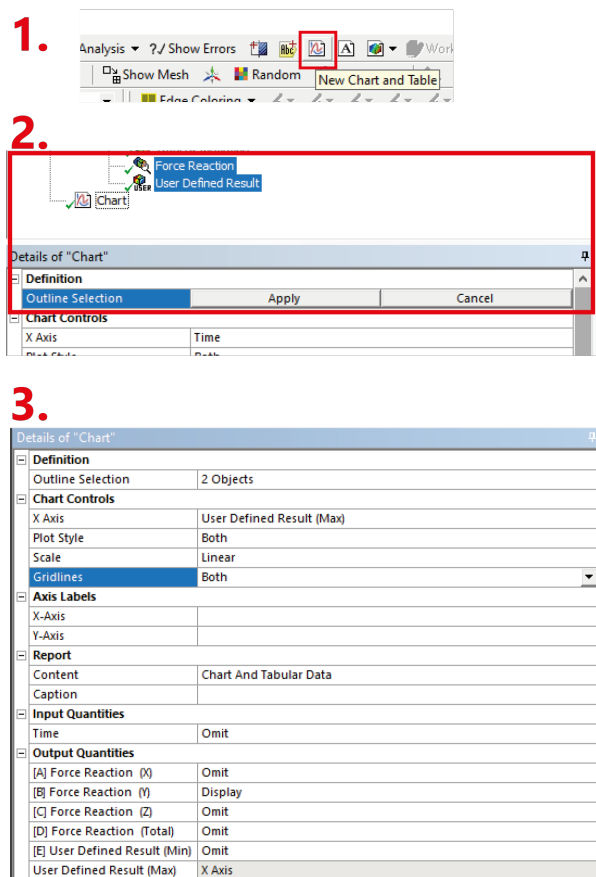
9. W kolejnym kroku przygotowany zostanie wykres siła-przemieszczenie. W tym celu należy w pierwszym kroku zdefiniować dwa nowe rezultaty:

- Siła reakcji: PPM na *Solution* → *Insert* → *Probe* → *Force Reaction*. W *Boundary Condition* zaznaczyć warunek brzegowy odpowiadający odebraniu przemieszczeń na kierunku Y dolnej krawędzi - Rysunek 26: **1**.
- Przemieszczenie górnej krawędzi: PPM na *Solution* → *Insert* → *User Defined Results*. W pierwszej kolejności w *Geometry* należy zaznaczyć górną krawędź. Następnie w *Expression* należy wpisać: $-1 \cdot UY$ - Rysunek 26: **2**.



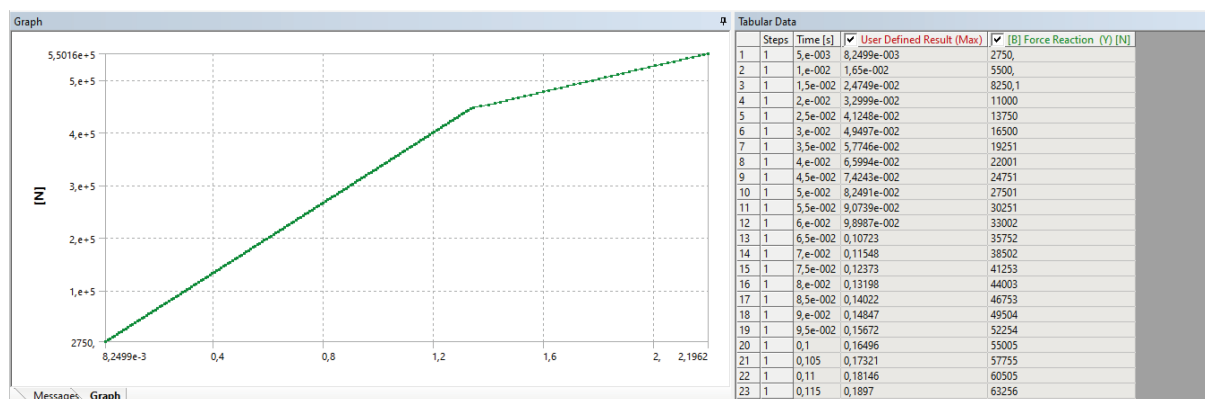
Rysunek 26: Przygotowanie wyników do wykresu.

- Dodanie wykresu - Rysunek 27: **1.**
- W *Outline Selection* należy zaznaczyć oba wyniki przygotowane w poprzednim kroku - Rysunek 27: **2.**
- Ustawienia osi wprowadzić tak jak na Rysunku 27: **3.**



Rysunek 27: Przygotowanie wykresu.

- Efektem końcowym jest wykres Siła - Przeszieszczenie, na którym wyraźnie widać przejście w stan pracy zakrytycznej - Rysunek 28.



Rysunek 28: Wykres Siła - Przeszieszczenie.

3 Zadania do wykonania

1. Sprawdzić wpływ gęstości siatki oraz rzędu elementu na uzyskane wyniki:

Element size [mm]	Element order: Linear			Element order: Quadratic		
	L. Elementów	L. Węzłów	Mnożnik	L. Elementów	L. Węzłów	Mnożnik
50	48	65	24.562			
25						
15						
10						
5						
2.5						

2. Porównać wyniki numeryczne z analityczną wartością pierwszego obciążenia krytycznego dla prostokątnej płyty ściskanej jednokierunkowo.

Rozpatrywana jest płyta o wymiarach $a \times b$, gdzie wymiar a jest zgodny z kierunkiem ściskania, a wymiar b jest wymiarem poprzecznym. Obciążenie p jest obciążeniem liniowym przyłożonym do krawędzi płyty [N/mm].

Dla cienkiej płyty prostokątnej przegubowo podpartej na obwodzie krytyczne obciążenie liniowe można zapisać jako:

$$N_{cr}^{(m,n)} = k_{mn} \frac{\pi^2 D}{b^2}, \quad (1)$$

gdzie D jest sztywnością płytową:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (2)$$

Współczynnik wyboczeniowy ma postać:

$$k_{mn} = \left(\frac{mb}{a} + \frac{n^2 a}{mb} \right)^2. \quad (3)$$

Liczba $m = 1, 2, 3, \dots$ oznacza liczbę półfal w kierunku ściskania, czyli wzdłuż wymiaru a , natomiast $n = 1, 2, 3, \dots$ oznacza liczbę półfal w kierunku poprzecznym, czyli wzdłuż wymiaru b .

Najmniejsze obciążenie krytyczne należy wyznaczyć jako:

$$N_{cr} = \min_{m,n \in \mathbb{N}} N_{cr}^{(m,n)}. \quad (4)$$

Dla pierwszej postaci wyboczenia należy sprawdzić kilka pierwszych wartości m przy $n = 1$, a następnie zweryfikować, czy większe wartości n nie prowadzą do mniejszej wartości $N_{cr}^{(m,n)}$.

Mnożnik obciążenia krytycznego porównywany z wynikiem analizy *Eigenvalue Buckling* oblicza się ze wzoru:

$$\lambda_{cr} = \frac{N_{cr}}{|p|}. \quad (5)$$

Do obliczeń należy przyjąć:

$$a = 600 \text{ mm}, \quad b = 200 \text{ mm}, \quad t = 5 \text{ mm}, \quad (6)$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3, \quad p = 100 \text{ N/mm}. \quad (7)$$

Należy obliczyć sztywność płytową D , wartości k_{mn} dla kilku pierwszych par (m, n) , najmniejsze obciążenie krytyczne N_{cr} oraz odpowiadający mu mnożnik λ_{cr} .

Pomocniczo można wykorzystać tabelę:

m	n	k_{mn}	$N_{cr}^{(m,n)}$ [N/mm]
1	1		
2	1		
3	1		
4	1		
5	1		
1	2		
2	2		
3	2		