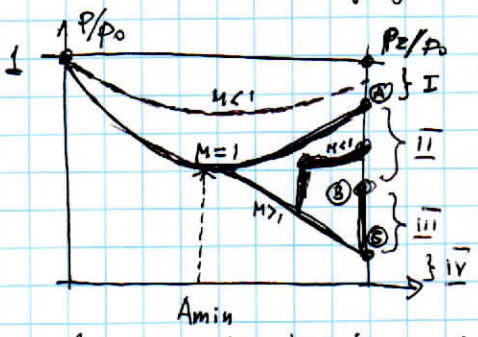


Powróćmy jeszcze raz do analizy struktur kinematycznych w dylatacji w różnych przypadkach ułamka "ciśnienie zewnętrzne/ciśnienie wewnętrzne" dla dylaty Laval'a.

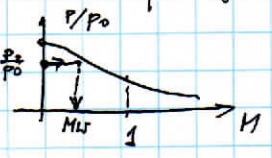


Dla zadanego ciśnienia  $\frac{P_2}{P_0} < \frac{P_A}{P_0}$  ruch w całej dylacie jest poddźwiękowy.

Ciśnienie wlotowe - przy liczbie Macha w przekroju wlotowym  $M_w$   $M_w < 1$  jest takie, jak ciśnienie zewnętrzne. zatem:  $P_w/P_0 = P_2/P_0 = P/P_0(M_w) \Rightarrow M_w = 1$

Używamy związku zwrotnego:  $\frac{P}{P_0} = \frac{1}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$

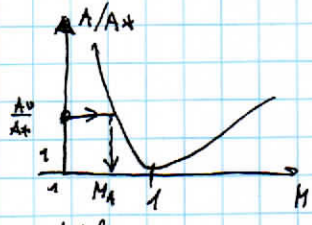
aby po odwróceniu zależności znaleźć  $M_w$ . \*Topologia (ogony) modułu eliminuje wybór. To nie ino, tylko obrót podanej zależności. **To zakres I.**



Graniczna linia predykcyjna pole ciśnienia odpowiadające ciśnieniu wlotowemu  $P_x$  obronuje sytuację w której w minimum przekroju  $M=1$ .

A więc  $A_{min} = A_x$ . Z geometrii dylaty wynika  $M_w$ . Odpowiednie zależności to rozpręgniwanie  $Q_x = \rho_x a_x A_x = \rho_w a_w A_w$

(długości!) którego obraz to wybór  $A/A_x = f(M)$ .

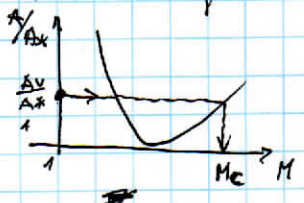


W tej sytuacji - gdy  $M/A_{min} = 1$  przy najrybniejszym możliwym (do tego, by  $M/A_{min} = 1$ ) ciśnieniu zewnętrznym ruch zależy od geometrii dylaty...

Ciśnienie zewnętrzne musi spełniać związek:  $\frac{P_2}{P_0} = \frac{P}{P_0}(M_A)$

Wtedy:  $P_x = P_0 \cdot \frac{P}{P_0}(M_A)$  i wiemy, że dla  $P_2 < P_A$  zachodzi sytuacja oznaczona symbolem I.

Dla najrybniejszego wypływu - odpowiada on punktowi C i ciśnieniu na zewnętrznej powierzchni, że  $P_2 \leq P_C$  mamy niesubdźwiękowy liczbę Macha  $M_w$ .



Ciśnienie  $P_C$  to:  $P_C = \frac{P}{P_0}(M_C) \cdot P_0$ .

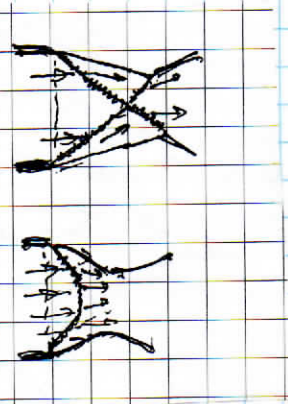
Dla zadanego  $P_2 < P_C$  strumień gazu wypływa przez dylatę rozrępną tj. na rozrępną. **To zakres IV.**



Jeśli w przekroju wlotowym występuje fala rozrępnienia, to liczba Macha tu przed tą falą wynosi  $M_C$ . Podążające tę zwrócić  $M_2 = M_2(M_1)$  dla fali rozrępnienia liczba Macha ze wzajemną falą.

Ciśnienie za nią także dostaje: mamy związek  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2}$ , a  $P_1$  to  $P_C$ .

Dla zadanego ciśnienia zewnętrznego z przekroju III fala rozrępnienia występuje na rozrępną dylacie. Mamy:  $P_C = P_2(P_C)$  i dla  $P_C < P_2 < P_A$  zachodzi ta sytuacja. Struktura fal zależy od tego, czy ciśnienie  $P_2$  jest bliżej  $P_C$  czy też zbliżone do  $P_C$ .



W obrotach pojawiają się struktury komitolowe utworzone przez ułamek przekroju jeżeli są fal. (Może zdarzyć na filnach predykcyjnej stopniowej naczyń... Długość jest niepróżni. Ruch jest doświ. struktury komitolowe niemal nie występuje. 1

Wreszcie, dla zadanego  $P_C < P_2 < P_A$  fala rozrępnienia się w dylacie. Tak, by wypływa przez miar ciśnienie równe  $P_2$ . To najrybniejszy w opinii przypadku tła rozpręgniwanie  $P_0 = P_2$  z  $P_0$  zależym od liczby Macha przed utworzeniem w dylacie fali...



Jeli pamiatamy, w jaki momencie zachowujemy entalpię masy, strumień pędu i entalpie właściwe.

Te fakty pozwalają napisać **TRZY RÓWNOZWAŻENIA**:

$$\rho u = \text{const}, \quad p + \rho u^2 = \text{const}, \quad \frac{u^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

Tyż możemy znaleźć  $\rho_2, \rho_2$  i  $u_2$  mając wyznaczone gęstości  $\rho_1, \rho_1$  i  $u_1 \dots$

Robimy to tak: znajemy  $M_1$  ( $M_1 = u_1/a_1, a_1^2 = k p_1/\rho_1$ ) wyznaczamy  $M_2$  ze związku  $u_1 u_2 = a_2^2 x$ . (Pamiętaj, że  $a^2$  jest mierzalne, bo  $\frac{k+1}{2(k-1)} a^2 = \frac{u^2}{2} + \frac{a^2}{k-1}$ )

Tenże możemy wyznaczyć  $\rho_2$ . Bo  $p(1 + k M^2) = \text{const}$ .

Dla znanego  $M_1$  i  $M_2$  łatwo znaleźć  $T_2$ , bo  $T_0 = T(1 + \frac{k-1}{2} M^2)$  jest stałe...

To już wystarczy. Bo  $u_2 = M_2 a_2$ , a jeli pamiatamy  $a^2 = kRT \dots$

Zadanie 13 - oczywiście - bardzo ujednostawione.

A co by było, gdyby zamiast **TRZECH** równań, wyrażonych z **TRZEMA** zachowującymi wielkościami były **DWA**?

Dla trzech wielkości (bo są dwa parametry termodynamiczne i jedna) przy dwóch równaniach możemy wprowadzić parametr (**JEDEN**) i wyeliminować z wielkości cel parametr. Niższym: jest **jeżeli** stopień swobody.

W dynamice prądu parametrem jest liczba Macha. To najwygodniejszy w użyciu parametr...

Porównajmy nasz plan **szeroko** mętu o stałym przekroju. Zachowany jest strumień masy:

$$\rho u = \text{const}$$

Mamy teraz dwa warianty: zachowanie pędu i zachowanie entalpii całkowitej.

Pierwszy przypadek to

$$p + \rho u^2 = \text{const}$$

oznacza braki oddziaływania siłowego na przepływ prądu. Nie może więc być - nie pędzić - **torcia**. Może się zmieniła entalpia całkowita, a więc może być dostarczone albo oddane ciepło... (Wytłumienie przez zmianę wprowadzenia siły...)

Drugą możliwością to zachowanie entalpii całkowitej. Siły niezmiennej tej wielkości mogą działać. To siły - np. **torcia**. Zachowanie entalpii całkowitej  $i_0 = \frac{u^2}{2} + i$  ( $i = \frac{c_p}{k-1} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho}$ ) oznacza **adiabatyżność**. Piszemy:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = \text{const}$$

Wyznaczymy prędkość termodynamiczną dla tej sytuacji. Wyeliminujmy  $i$  z entalpii i entalpii  $\alpha$  funkcji liczby Macha. Zmienne  $M$  otrzymamy parametryczne równanie prędkości termodynamicznych dla dowolnego ruchu gazu.

Dla stałego  $c_p$  mamy:

$$\frac{di}{i} = \frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho}$$

Podobnie:

$$\frac{1}{c_v} ds = \frac{dp}{p} - k \frac{d\rho}{\rho}$$

$$\frac{ds}{c_p} = \frac{ds}{c_p} = \frac{1}{c_p} (c_v dT + p d(\frac{1}{\rho})) = \frac{c_v}{c_p} \left(\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho}\right) + \frac{p}{c_p} \left(-\frac{d\rho}{\rho^2}\right) = \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} - \frac{c_v - c_p}{c_p} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - k \frac{d\rho}{\rho}$$

bo  $R = c_p - c_v, c_p = k c_v, d(\frac{1}{\rho}) = -\frac{1}{\rho^2} d\rho$ . Wreszcie:  $i = c_p T \rightarrow \frac{di}{i} = \frac{dT}{T}$ .



Aby wyznaczyć wzajemną powiązanie entalpii i entropii a linia Macha trzeba waminić obliczyć  $dh/p$  i  $ds/p$  (lub  $dT/T$ ).

Piszemy:  $g_u = g Ma = g M \sqrt{k p / \rho} = const \rightarrow M \sqrt{p / \rho} = const$   
i w rezultacie różniczkowanie logarithm otrzymujemy:

$$\frac{dp}{p} + \frac{d\rho}{\rho} = -2 \frac{dM}{M}$$

Dla zachowanie entalpii całkowitej mamy:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{(k-1) M dM}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}$$

Rozwiązujemy te dwa równanie względem  $dp/p$  i  $d\rho/\rho$ . Oto wyniki:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{1 + (k-1) M^2}{M (1 + \frac{k-1}{2} M^2)} dM, \quad \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{1}{M (1 + \frac{k-1}{2} M^2)} dM$$

Finalne rezultaty są:

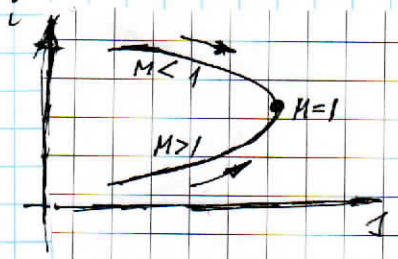
$$\frac{dh}{h} = - \frac{(k-1) M^2 dM}{M (1 + \frac{k-1}{2} M^2)}, \quad \frac{ds}{cv} = \frac{(k-1) (1 - M^2) dM}{M (1 + \frac{k-1}{2} M^2)}$$

Analiza tych wzorów jest prosta:  $\frac{dh}{h}$  jest zawsze wielkością ujemną. To oczywiście. Wzrost linii Macha przy stałej entalpii całkowitej powoduje spadek entalpii i wzrost energii kinetycznej\*).

Z kolei entropia wzrasta, gdy  $M < 1$  i  $dM > 0$ . A dla  $M > 1$  przy wzroście  $M$  ( $dM > 0$ ) maleje.

A więc dla  $M = 1$  jest maksimum entropii

Naslicujmy linię ilustrującą wspomnianą termodynamikę:



Góra podziękować - dla stałej entropii - odpowiada mniejszej energii kinetycznej i większej entalpii niż ma to miejsce dla górnym nadbrzołkowej (Przypominamy: i o jest minimum..)

Dla układu izolowanego - adiabatycznego -

wzrost entropii musi być związany przez nieodwracalny proces zamiany energii mechanicznej na energię wewnętrzna.

Taki proces wywołuje tarcie. Mówimy: tarcie dysypuje energię mechaniczną.

Paralelnie, tarcie powoduje rozpraszanie gazu przynajmniej z prędkością podbrzołkową do prędkości dźwięku. Jest to w wymiaru znaczącego spadku ciśnienia.

Oczywiście maleje też ciśnienie statyczne, bo - jak wiemy - dla stałej temperatury całkowitej jest takie

$$\frac{\Delta s}{cv} = (1-k) \ln \frac{p_{02}}{p_{01}}$$

\*  $\frac{u^2}{2} + \frac{Q^2}{k-1} = const \rightarrow u^2 (1 + \frac{2}{k-1} \frac{1}{M^2}) = const, \quad i = const - u^2/2.$



Engru neruveny pnyadok - pny zochovaniu atomivne podo, a vpe pny zimevnyy ky entropii covokly - pizenny:

logarytmuvany, p nennaklyuvany:

$$M \sqrt{p} = \text{const} \quad p(1 + kM^2) = \text{const}$$

$$\frac{dp}{p} - \frac{5}{2} \frac{dM}{M} = -2 \frac{dM}{M}, \quad \frac{dp}{p} = - \frac{2kM dM}{1 + kM^2}$$

Abklyuvany nystyly entropii: entropii:

$$\frac{di}{i} = 2 \frac{(1 - kM^2) dM}{M(1 + kM^2)}, \quad \frac{ds}{s} = \frac{2k(1 - M^2) dM}{M(1 + kM^2)}$$

Entropia zochovuye ky dok, yot npryvelno:

roshtie knoz z klyby Mocho dle  $M < 1$

! mozhe, goly  $dM > 0$ ,  $M < 1$ .

! yot kyce maksimum entropii ky  $M = 1$

Entropia ma maksimum pny  $M = 1/\sqrt{2}$

! Die mnye! stoyt klyb Mocho - roshie, goly  $dM > 0$ .

Oduvnye dnye ky dle  $M > 1/\sqrt{2}$ .

! felynie pny mnye nodyvnyuvany

! Povyvny ky z odstavreniem (odbyvnyem) ky pto.

! Parabolichne zochovuye ky gaz at volnoo klyb Mocho  $1/\sqrt{2} < M < 1$

! Dostavrenie chlyba - ! mnye entropii - povoklye obnizenie

! klyb volnoo mnye povoklye: klyby Mocho odlyvny ky nuzny

! pny nuyknyvanyem entropii vevnyvnyy pnyvnyy pnyvnyy

! Dostavrenie ky obbyvnyie chlyba zimevnye entropii covoklye

! Momy:

!  $T(1 + \frac{5}{2} M^2) = T_0$  (zimevna!)

! dle nuznyie ky stoyvny pnyvnyy d'fomate:

$$p(1 + kM^2) = \text{const} \rightarrow \frac{p}{M} = \text{const} \rightarrow \frac{p}{M} = \text{const}$$

! zimevnyy pnyvnyy:  $\sqrt{T} = \frac{1 + kM^2}{M} = \text{const}$

! Pizyvnyy z nuznyie dle temperatur (ky obbyvnyie!) dle nuznyie

$$\frac{1 + kM^2}{M \sqrt{1 + \frac{5}{2} M^2}} = \text{const} = \frac{1 + k \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{1 + \frac{5}{2} \cdot 1}} = \frac{\sqrt{T_0}}{\text{const}}$$

! Dnye ky zimevnyy:  $\frac{T_0}{T} = f(M)$

! Obvreny ky volnoo! yot knoz ma d'fomanyu obbyvnyie.

!  $T_0$  ky temperatur covoklye pnyvnyy "obbyvnyie" dle  $M = 1$  pnyvnyy d'fomate

! ky obbyvnyie covoklye...



Latero określili ilość ciepła potrzebną do zmiany liczby Macha z  $M_1$  do  $M_2$ . Oczywiście idzie o ten sam gaz, w tej samej rurce.

Mamy:

$$q = c_p (T_{02} - T_{01}) = c_p T_{01} \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right) = c_p T_{01} \left( \frac{T_{02}}{T_{0x}} \frac{T_{0x}}{T_{01}} - 1 \right) =$$

$$= c_p T_{01} \left( f(M_2) / f(M_1) - 1 \right).$$

Pomiar  $q = \int T ds$ , a  $T = \frac{i}{c_p}$ , to  $q = \frac{1}{c_p} \int i ds$ .

Funkcja  $i = i(s)$  na górnej półce, dla  $M \leq 1$  różni się od tej, dla której  $M \geq 1$  i dlatego obliczając  $q$  trzeba zwrócić uwagę na ruch po obu stronach punktu poddźwiękowego.

Do przejścia z ruchu poddźwiękowego potrzebne dostarczenie ciepła do uzyskania  $M=1$  i następnie odbioru je, by zwiększyć liczbę Macha \*

Cisnienie zmienia się według reguły:

$$p(1+kM^2) = p_*(1+k)$$

A teraz ciśnienie spigotowania:

$$\frac{p_2}{p_{0x}(M)} = \frac{p_0}{p_{0x}} = \frac{p_0(M)}{p} \cdot \frac{p}{p_*} \cdot \frac{p_*}{p_{0x}} = \frac{1}{\frac{p_0(M)}{p_0}} \frac{1+k}{1+kM^2} \cdot \frac{p}{p_0}(M=1)$$

Związek  $\frac{p}{p_0}(M)$  to  $:= \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{k/(k-1)}}$

Linia obracająca się relacje jest na obrotowym diagramie.

**UWAGA:**  $p/p_{0x} \geq 1$  jest określone liczbą  $p$  **PRZED** STRONIE wlotu.

Temperatura  $T$  jest związana w trywialny sposób z  $T_0$ . Związek  $T_1/T_2 = T_1/T_{01} \cdot T_{01}/T_{0x} \cdot \frac{T_{0x}}{T_{02}} \cdot \frac{T_{02}}{T_2}$  i podobnie jak **DWOMA** wyliczamy z tabelki znajdujemy ten  $T_2$  wtemelc.

Przyjmijmy teraz, że do podgrzewania gazu z liczby Macha  $M_1 < 1$  dostarczone jest ciepło.

Znamy  $T_{01}$ . Ponieważ  $T_{0x} = T_{01}/f(M_1)$ , to wiemy, że dostarczone  $q = c_p (T_{0x} - T_{01})$  doprowadzimy gaz do ruchu z przelotową objętością.

A jeśli dostarczone jest **WIĘCEJ** ciepła? Pien dostarczenie ciepła nie zwiększy się przelotowo (i liczba Macha) gazu do wartości nadźwiękowej. Trzeba w celu dalszego wypchnięcia ciepła odbioru... Co to za zatem stanie? Jeśli "pomieszczyć" nadmiar ciepła? Otóż będzie.

to możliwe wtedy, gdy w punkcie dostarczenia ciepła gaz będzie miał **mnijszą** liczbę Macha, niż  $M_1$ .

Innymi słowy: **NADMIAR CIEPŁA ZDŁAWI PRZEPŁYW GAZU.**

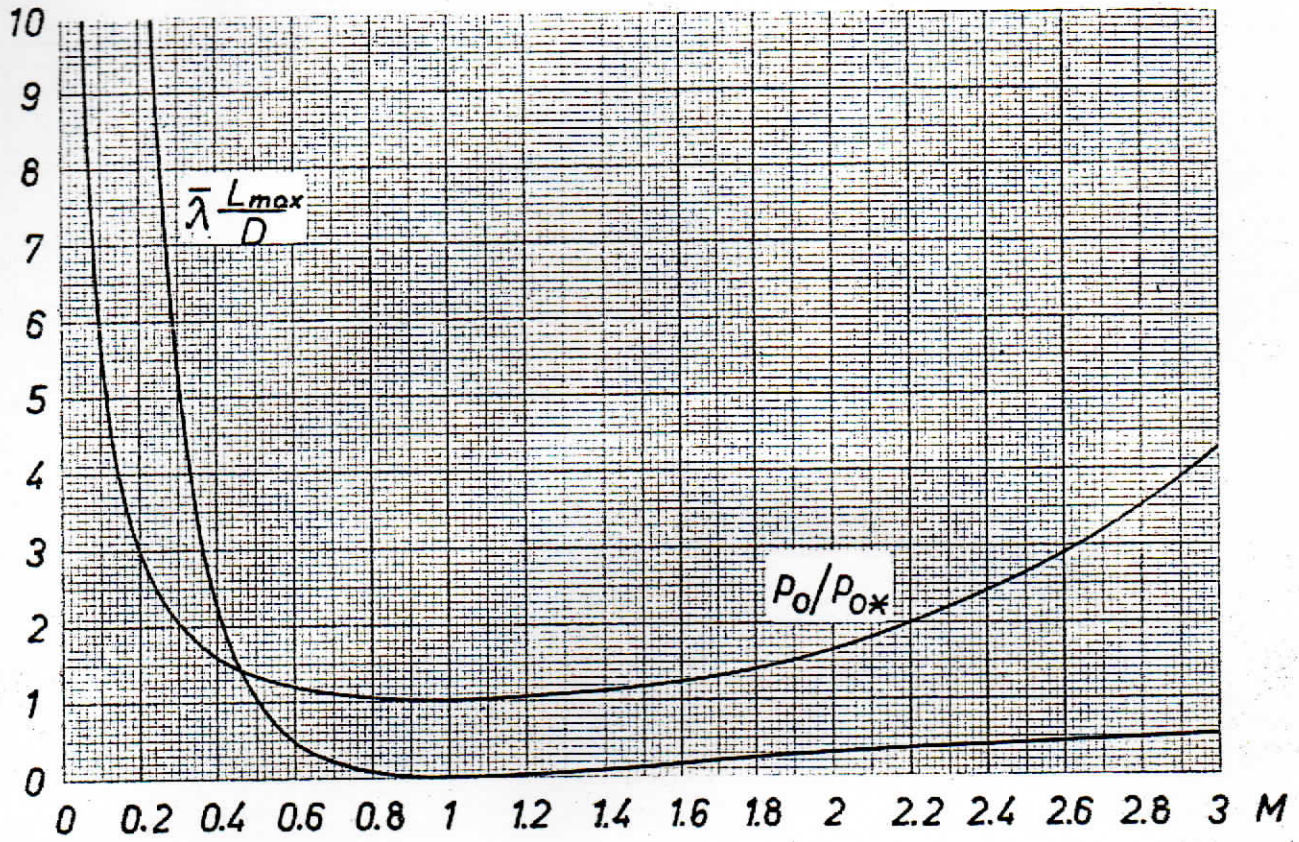
Mówi się: wystąpił **CHOKING** (choking).

Podamy, że ruch może być stacjonarny nadmiernym ciśnieniu w rozrywie. Bo - zawsze przy wypływie poddźwiękowym ciśnienie ustaje równe jest rozrywu.

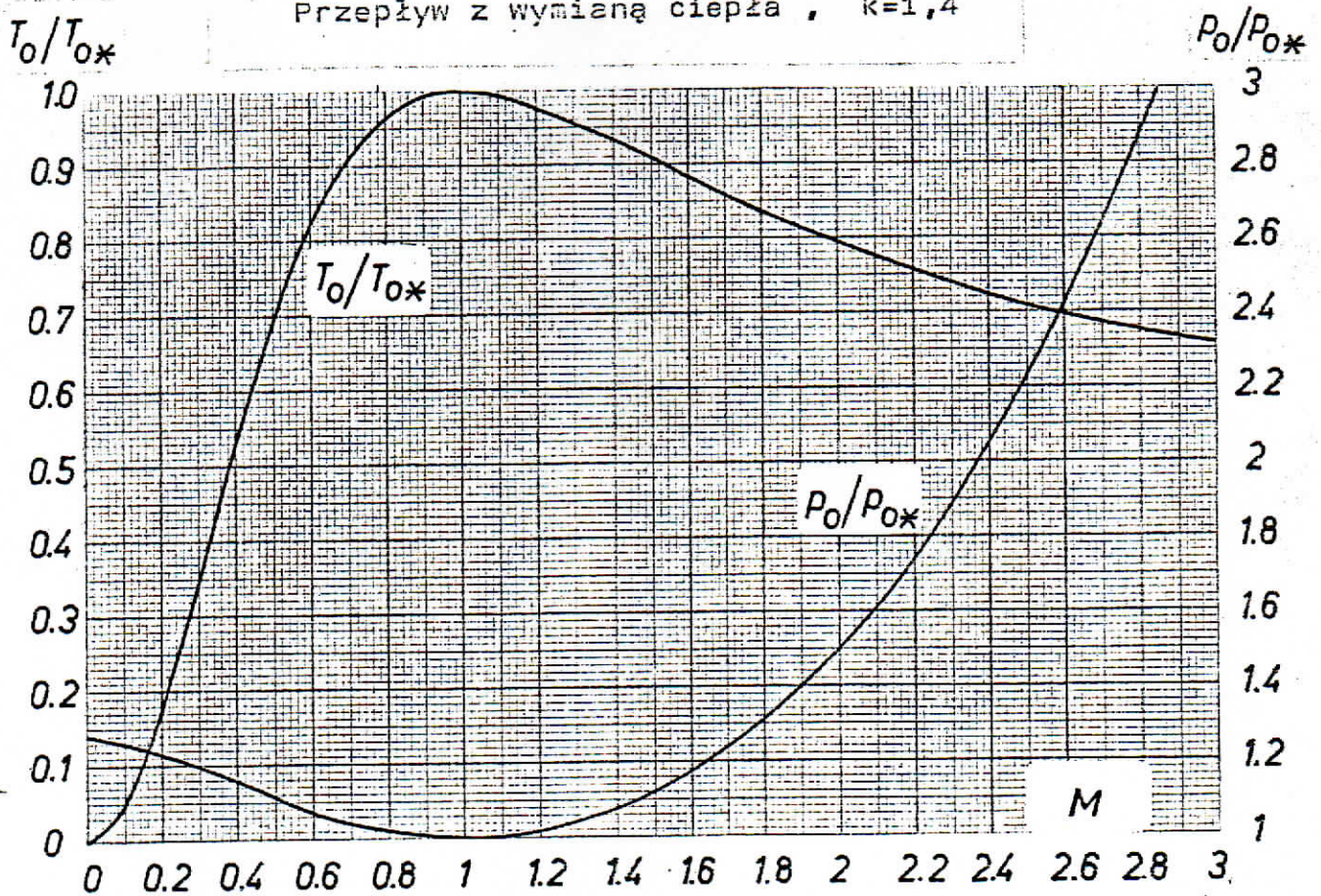
\* Czynnik powinien obrotów Amelgip z objętości Lavela...



Przepływ adiabatyczny z tarcie,  $k=1,4$



Przepływ z wymianą ciepła,  $k=1,4$





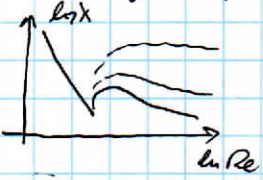
Przy zachowaniu energii - co jest równoważne zachowaniu entalpii cząsteczek - podlega zmianie. Skutkiem działania siły (lub - siT) staje się.

Prosty, przybliżony sposób określenia tej siły wynika z pomiaru Nikuradsego.

Zgodnie z tymi pomiarami spadek ciśnienia na odcinku  $\Delta x$  wynosi:

$$\Delta p = \rho \frac{u^2}{2} \cdot \frac{\Delta x}{D} \cdot \lambda(Re)$$

Rura jest okrągła,  $u$  - prędkość średnia,  $Re = \frac{u \cdot d}{\nu}$  to liczba Reynoldsa a współczynnik  $\lambda$  zależy z odpowiednim wykładnikiem

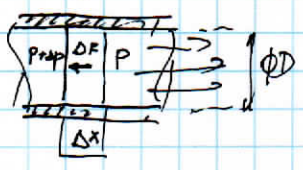


Wzrostające elementarne odcinki rury i związane z nimi małą objętością masy przepływu.

$$dm F = - \Delta p \cdot \frac{\pi D^2}{4}, \quad dm = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \Delta x \cdot \rho \Rightarrow F = - \frac{\Delta p}{S \Delta x}$$

bo siła tarcia  $F$  - lub lepiej, siła oporu - powoduje spadek ciśnienia.  $F$  jest siłą działającą na jednostkę masy. Ostatecznie

$$F = - \lambda \frac{u^2}{2} \frac{1}{D}$$



Wstawiamy to się do równania ruchu: mnożymy przez  $dx/u^2$  i otrzymujemy:

$$u \frac{du}{dx} = - \lambda \frac{u^2}{2D} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{du}{u} + \frac{1}{\rho u^2} dp = - \lambda \frac{dx}{2D}$$

Trzeba wprowadzić tu liczbę Macha. Przeliczamy, jest taki:

$$\frac{dp}{\rho u^2} = \frac{p}{\rho u^2} \frac{dp}{p} = \frac{1}{k M^2} \frac{dp}{p} = \text{wyrażenie dwójce } \frac{dp}{p} \text{ przy stałej energii } - \frac{1}{k M^2} = - \frac{(k-1) M^2 dM}{M(1 + \frac{k-1}{2} M^2)} \cdot \frac{1}{k M^2} = - \frac{k-1}{k} \frac{dM}{M(1 + \frac{k-1}{2} M^2)}$$

$$\text{Z kolei } \frac{du}{u} \text{ to: } \frac{du}{u} = \frac{dH}{M} + \frac{dT}{T} = \frac{dH}{M} - \frac{(k-1) M dM}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}$$

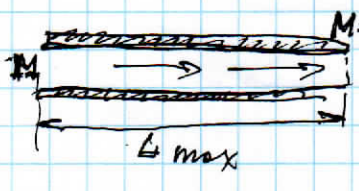
W rezultacie lewa strona równania ruchu to dość skomplikowane wyrażenie typu  $f(M)dM$ . Mamy więc równanie:

$$f(M)dM = - \lambda \frac{dx}{2D}$$

Dla stałego  $\lambda$  można je łatwo scałkować. Wybieramy punkt  $F$ , by liczba Macha zmieniała się od zadanego wielkości do jedynki (minus przeciwny na lewą stronę):

$$-\int_M^{M=1} f(M)dM = F(M) = \lambda \frac{L_{max}(M)}{D}$$

$L_{max}$  to maksymalna długość rury. Takie, że na końcu tej rury jest ruch z prędkością objętości.



$M=1$  Im niższe (dla ruchu poddźwiękowego) liczba  $M$ , tym dłuższy odcinek rury jest potrzebny, by na jego końcu ruch odbywał się z prędkością objętości. Wśród dotychczasowych wyników jest ten, który określa  $\lambda \frac{L_{max}}{D}$  w funkcji  $M$ .  $\lambda$  jest uważane za stałe.



Mówiąc o średniej współczynniku  $\lambda$  mamy na myśli to, że podczas ruchu wzdłuż przewodu zmieniają się przepływy i temperatura oraz ciśnienie. Tym samym zmieniają się także Reynoldsa, bo

$$Re = \frac{u \cdot d}{\nu}$$

a, jak wiemy,  $\nu = \mu/\rho$  i przy zmianie parametrów termodynamicznych zmieniają się lepkości. Jest tak, bo  $\mu = \mu(T)$ , a  $\rho = \rho(T, p)$ . Przepływy zmieniają się - co opisujemy współczynnikiem na postaci liczby Macha i temperatury.

Szczerze, zmieniła  $\lambda$  w zależności od  $Re$  nie jest zbyt "ostra". Przy zmianie  $Re$  od  $10^4$  do  $10^6$  - czyli o szerokość przewodu -  $\lambda$  nie zmienia się nawet o jedno...

Pomaga wypracować zależności pomiędzy parametrami stanu. Jest oczywiście tak:

$$T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = T_* \left(1 + \frac{k-1}{2}\right)$$

bo energia (a więc i  $T_0$ ) są niezmiennicze. Aby określić zmiany ciśnienia pitrują:

$$\frac{p}{\rho^k} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = const \rightarrow \frac{p}{\rho^k} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = const.$$

Drugim równaniem jest równanie ciągłości:

$$\rho u = \rho \sqrt{k \frac{p}{\rho}} M = const \rightarrow \sqrt{p \rho} M = const. \quad (\text{było już wleczkiem wyżej})$$

Eliminujemy masy i otrzymujemy

$$p^2 M^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = const = p_*^2 \left(1 + \frac{k-1}{2}\right)$$

Łatwo teraz znaleźć  $p_0/p_{0*}$ . Tak, jeśli uprzednio mamy wstawiamy

$$\frac{p_0}{p_{0*}} = \frac{p_0}{p} \cdot \frac{p}{p_*} \cdot \frac{p_*}{p_{0*}}$$

Wstawiamy  $p/p_0$  wynika z "homogenia odwróconego", czyli  $\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{k/(k-1)}}$

$$\text{Wzrosty } \lambda \frac{L_{max}}{D} = F(M)$$

$$i \quad p_0/p_{0*} = \phi(M)$$

są zaobserwowane. Podsumowując się tymi wzorami wstawiamy rachunki.

### Zadanie

(1) Gaz porusza się z liczbą Macha 0,25. Temperatura wynosi 300K.

Ile ciepła trzeba dostarczyć, by wyprężyć liczbę Macha 0,8?

W jakich warunkach zmienia się ciśnienie? Tęże pomijamy.  $k=1,4, \mu=29 \text{ kg/mol}$

Pytanie o ciśnienie jest trywialne. Zachowujemy jest  $p \rho^k$ . A więc  $p \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) = const$ .

$$\text{Pitrują } p_2/p_1 = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2\right)}$$

$$\text{Ciepło: } q = c_p (T_{02} - T_{01}). \quad T_{01} = T_1 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)_{M_1} \approx 353K. \quad T_{02} = \frac{T_0}{T_{0*}} \Big|_{M_2} \cdot \frac{T_{0*}}{T_0} \Big|_{M_1} \cdot T_{01} = \frac{0,96}{0,22} \cdot 353$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \approx 1003 \text{ J/kg} \cdot K \Rightarrow q \approx 1,19 \cdot 10^6 \text{ J}$$